МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

вариант № 5

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!»
по ФИЗИКЕ (11 класс)

ПАВЛОВ АЛЕКСАНДР СЕРГЕЕВИЧ

Дата: 20 мая 2020 г.

ИТОГИ ПРОВЕРКИ:

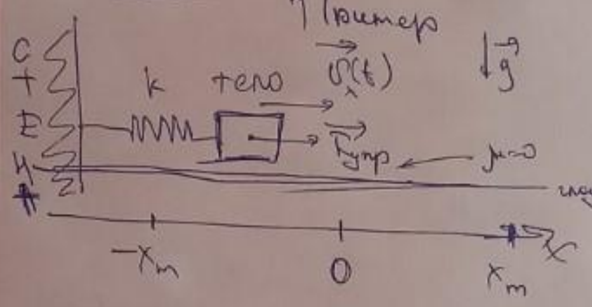
№	1	2	3	4	Σ
В	**4**	**5**	**4**	**3**	**87**
З	**13**	**20**	**20**	**18**	

Апелляция: не подавалась

Итоговая оценка: 87 (восемьдесят семь)

① ВОПРОС

ЧИСТОВИК



• $x(t) = x_m \cdot \sin(\omega t)$

координата тела меняется по гарм. з-ну / з-ну синуса

Тогда

$$v_x(t) = \dot{x} = \omega x_m \cdot \cos(\omega t) = v_m \cos(\omega t)$$

$$a_x(t) = \dot{v}_x(t) = -\omega^2 x_m \cdot \sin(\omega t) = -a_m \sin(\omega t)$$

$$a_x(t) = -\omega^2 \cdot x(t)$$

$$\underbrace{\ddot{x}(t) = -\omega^2 x(t)}$$ — ур-е гарм. колебаний, (ω – частота гарм. кол-й)

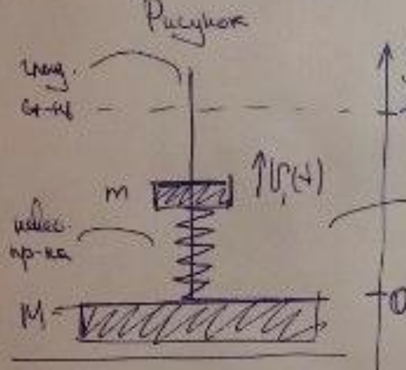
связывающее между собой закон изм-я координаты и ускорения тела от времени, в случае когда тело соверш. гарм. колебания вдоль одной прямой.

Дано:
m; $M=2m$
ω, A – гарм. кол-я
Тела массой m,
пр-ну невесома

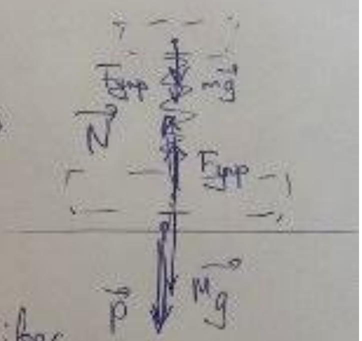
F_{max}/F_{min} = ?

Реш-е:

Рисунок



Расставим силы:



$F = P$ – сила давл-я конструкции на стол; вес
Пусть тело массой m – 1; массой M – 2.
Для тела 1 по оси Y зап. силы, дейст. на него.

$$F_1(t) = -mg + \underbrace{F_{упр}(t)}_{\text{сила упр. пр-ны}}$$

Из усл-я:

$$y_1(t) = A\sin(\omega t)$$ (по гарм. з-ну; не существ. $\sin(\omega t)$ или $\cos(\omega t)$)

Тогда из ранее сказанного (вопрос 1):

$$\ddot{y}_1(t) = -\omega^2 y_1(t)$$

$$F_1(t) = m\ddot{y}_1(t) \to F_1(t) = -m\omega^2 y_1(t) = -mg + F_{упр}(t)$$

$$F_{упр}(t) = m(g-\omega^2 y_1(t))$$

Тогда $F_2(t) = -Mg + F_y(t) = -\cancel{2}m(g+\omega^2 y_1(t)) \longrightarrow$

$\longrightarrow F_{max} = \cancel{2}|F_{2,max}(t)| = m(g+\omega^2 \cancel{y_1} A)$

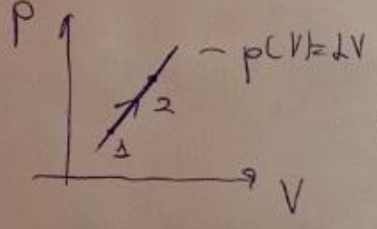
$F_{min} = |F_{2,min}(t)| = m(g-\omega^2 A)$

$\Rightarrow \dfrac{F_{max}}{F_{min}} = \dfrac{g+\omega^2 A}{g-\omega^2 A}$

Ответ: $\dfrac{F_{max}}{F_{min}} = \dfrac{g+\omega^2 A}{g-\omega^2 A}$

② **вопрос** — ЧИСТОВИК

$p = \alpha V$ $(\alpha = \mathrm{const})$; Как связаны в этом пр-се A_1 и Q_1? $i=3$ ид. газ



* Процесс 1–2, в кот. $p(V)=\alpha V$

1) $\delta A = p\,dV$, $p(V) = \alpha V$ $\Rightarrow \delta A = \alpha V dV$ $\Downarrow$

$$\underline{A_{12}} = \alpha \int_{V_1}^{V_2} V dV = \alpha \left.\frac{V^2}{2}\right|_{V_1}^{V_2} = \underline{\alpha \cdot \frac{V_2^2 - V_1^2}{2}}$$

2) $$\delta Q = \delta A + dU = p dV + \underbrace{\frac{3}{2}\nu R dT}_{dU \text{ для } i=3 \text{ ид. газа}} = p dV + \frac{3}{2} d(pV) =$$

$$= p dV + \frac{3}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp = \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp$$

$p(V) = \alpha V$ $\downarrow$ $dp = \alpha \cdot dV$ $\Rightarrow \delta Q = \frac{5}{2}\cdot \alpha V dV + \frac{3}{2}\alpha \cdot V dV$

$$\Leftrightarrow \delta Q = 4\alpha V dV \longrightarrow \underline{Q_{12}(+)} = 4\alpha \int_{V_1}^{V_2} V dV = 4\alpha \cdot \underline{\frac{V_2^2 - V_1^2}{2}} \Rightarrow$$

Имеем $\underline{Q_{12}(+) = 4 A_{12}}$ — связь между соверш. газом работой и перед. ему теплотой

② ЗАДАНИЕ

ЧИСТОВИК

Дано:

$i=3$; ид. газ

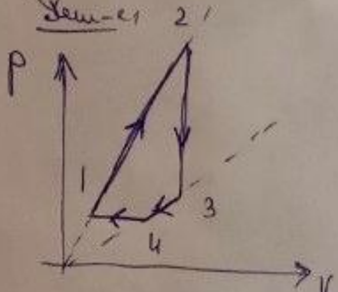
$\nu = const$

$T_4 = k \cdot T_{min}$; $k=1{,}5$

$T_3 = n \cdot T_{min}$; $n=6$

$\frac{T_{max}}{T_{min}} = ?$ $\eta = ?$

Реш-е



• По графику $T_1 = T_{min}$;
(поскольку $T(p,V) = \frac{pV}{\nu R}$, $\nu = const$)
$T_2 = T_{max}$

• Из выясненного нами ранее:

В пр-х 1-2, 3-4, где $p(V) \sim V$:

$$Q = 4A \longrightarrow \text{из I н-ла терм: } Q = \frac{Q}{4} + \Delta U \longrightarrow$$

$$\rightarrow \Delta U = \frac{3}{4} Q = C_V \Delta T$$
$$Q = C \Delta T$$
$$\Rightarrow \frac{3}{4} C = C_V = \frac{3}{2} \nu R \text{ (для } i=3)$$
$$\downarrow$$
$$C = 2\nu R \text{ для пр-в 1-2, 3-4}$$

• Из 4-1:

$p = const \rightarrow$ по з-ну Г-Л: $\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_4}{V_4} \rightarrow \underline{V_4 = \frac{T_4}{T_1} \cdot V_1 = k \cdot V_1}$

• 3-4: $\alpha = const$

$p(V) = \alpha V \longrightarrow \alpha V^2 = \nu R T \rightarrow \underline{\frac{V^2}{T} = const}$ (для $\forall$ пр-в $p(V) \sim V$)

(+ ур-е М-К $pV = \nu R T$)

тогда

$$\frac{V_3^2}{T_3} = \frac{V_4^2}{T_4} \rightarrow V_3 = V_4 \sqrt{\frac{T_3}{T_4}} = k V_1 \cdot \sqrt{\frac{n}{k}} = \underline{V_1 \sqrt{nk}}$$

• 2-3:

$V = const \rightarrow V_2 = V_3 = \underline{V_1 \sqrt{nk}}$

• Из 1-2:

$$\frac{V^2}{T} = const: \quad \frac{V_1^2}{T_1} = \frac{V_2^2}{T_2} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2} = \underline{nk = \frac{T_{max}}{T_{min}}} = 9$$

② ЗАДАНИЕ

ЧИСТОВИК

Продолжение:

$$\eta = \frac{A}{Q_+}; \quad Q_+ = Q_{12} \text{ (по ур-ку : } T\nearrow)$$

$$A = A_{12} + A_{34} + A_{41} \quad (A_{23} = 0, \text{ т.к. } \underset{2-3}{V = const})$$

• для A_{12}:

$$A_{12} = \frac{1}{4} Q_{12} = \frac{1}{4} \cdot 2\nu R(T_2 - T_1) = \frac{\nu R}{2} \cdot 8T_1 = 4\nu R T_1; \quad (c_{12} = 2\nu R)$$

• для A_{34}:

$$A_{34} = \frac{1}{4} Q_{34} = \frac{2}{4} \nu R (T_4 - T_3) = \frac{1}{2} \nu R T_1 (k - n) \quad (c_{34} = 2\nu R)$$

• для A_{41} ($V = const$):

$$A_{41} = p_1(-V_4 + V_1) = p_1 V_1 (1 - k) = \overbrace{\nu R T_1}^{\text{из ур-я М-К}} (1 - k)$$

Тогда

$$\eta = \frac{4\nu R T_1 - \frac{1}{2}\nu R T_1 (n-k) - \nu R T_1 (k - 1)}{2\nu R (T_2 - T_1)} =$$

$$= \frac{4 - \frac{1}{2}(n-k) - (k-1)}{2 \cdot 8} = \frac{4 - \frac{1}{2} \cdot 4{,}5 - 0{,}5}{16} = \frac{3{,}5 - 2{,}25}{16} =$$

$$= \frac{1{,}25}{16} = \frac{5}{64};$$

Ответ: $\frac{T_{max}}{T_{min}} = 9$; $\eta = \frac{5}{64}$;

3) ВОПРОС

ЧИСТОВИК

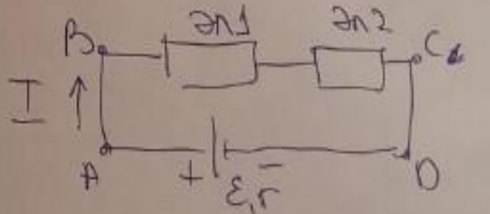
Пусть ~~[illegible]~~:

$I_1 = f_1(U)$; $I_2 = f_2(U)$ — зависимости тока от напр-я на соотв. эл-х

$\mathcal{E}$; r — хар-ки ист. тока

Как вычислить $I_y = ?$

Реш-е:



Для контура ABCDA по пр-лу Кирхгофа:

$$\mathcal{E} = Ir + U_1 + U_2$$

Из зависимостей тока от напр-я:

$I_1 = f_1(U_1) \longrightarrow$ выражаем $U_1(I_1)$

$I_2 = f_2(U_2) \longrightarrow$ выражаем $U_2(I_2)$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\mathcal{E} = Ir + U_1(I) + U_2(I)$ - оконч. выр-е, откуда можно выразить силу тока в цепи: $I = I_y$

2 ЗАДАНИЕ

ЧИСТОВИК

Дано:

Набор ламп $I(U)=I_0\sqrt{\frac{U}{U_0}}$, где I_0, U_0 — соответ. номин. р-му

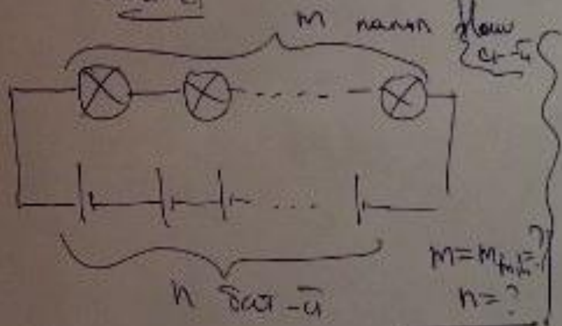
Кроме того, можем использовать набор одинак-х бат-й: $\mathcal{E}=U_0$

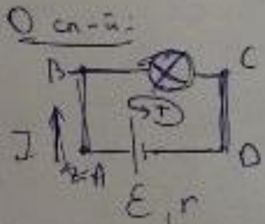
Случай:

1 лампа + 1 бат-я $\to$ $P=\frac{27}{64}P_0$ (P_0 — номин. мощность)

Из какого кол-во послед. соед. ламп надо сост-ть цеп-ку, что-бы при подк-ии их к некот. кол-ву посл. соед. бат-й все лампы раб. в номин. р-ме? Сколько бат-й испол-ть?

Реш-е:





1) О сл-е: если бы бат-я была без внутр. сопр-я, то

$U_л=\mathcal{E}=U_0 \to I_л=I_0 \to P_л=U_0I_0=P_0 \neq \frac{27}{64}P_0$

⇒ значит бат-я имеет некот. внутр. сопр-е — r

тогда по пр-лу Кирхгофа (для к-ра ABCDA):

$\mathcal{E}=Ir+U_л$, $U_л$ — напр-е на лампе

по усл-ю $I_л(U_л)=I_0\sqrt{\frac{U_л}{U_0}} \to U_л(I_л)=U_0\cdot\left(\frac{I_л}{I_0}\right)^2$ ⇒ $\mathcal{E}=U_0\cdot\left(\frac{I}{I_0}\right)^2+Ir$ ⇒

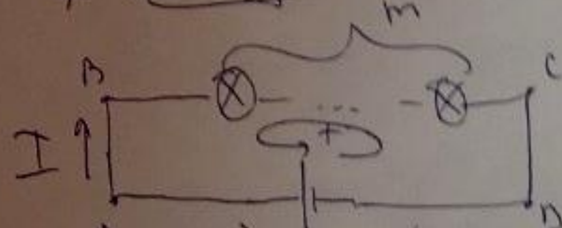
$$P=\frac{27}{64}P_0=U_лI_л=U_0\cdot\frac{I_л^3}{I_0^2}=\frac{27}{64}U_0I_0 \to I_л=\frac{3}{4}I_0=I \quad (I>0)$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}=U_0=U_0\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2+\frac{3}{4}I_0r \Leftrightarrow r=\frac{7U_0}{16}\cdot\frac{4}{3I_0}=\frac{7U_0}{12I_0}$$

③ ЗАДАЧЕ ЧИСТОВИК

Продолжение:

К нам случай:



(в пост. с-ии пред. все ист. как один с $\mathcal{E}, r$) $n\cdot\mathcal{E}$, $n r$ ~~посл. с-ы ист-ки можно~~ с $n\mathcal{E}, nr$

Лампы работают в номин. режиме

Имеем

$$\mathcal{E} = U_0;\ r = \frac{7}{12}\frac{U_0}{I_0};\ U_n(I) = U_0\left(\frac{I_n}{I_0}\right)^2$$

По пр-лу Кирхгофа (для к-ра ABCDA):

$$n\cdot\mathcal{E} = nIr + m\cdot U$$

$$U = U_0;\ I = I_0$$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow\ n\cdot U_0 = n\cdot I_0\cdot\frac{7}{12}\frac{U_0}{I_0} + m\cdot U_0$$

$$n = \frac{7}{12}n + m$$

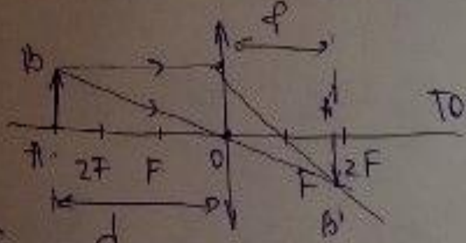
$$\frac{5}{12}n = m$$

$$\begin{cases} n = \frac{12}{5}m \\ m \in N \\ n \in N \end{cases} \underset{m = m_{min}}{\Rightarrow} \quad \begin{array}{l} m = 5 \text{ (кол-во ламп)} \\ n = 12 \text{ (кол-во ист-в)} \end{array}$$

Ответ: $m = 5$; $n = 12$

1) Вопрос $\Gamma(d) = ?$

Чистовик



$\underline{\mathrm{I}}$ ∄ AB – ~~дейс~~ ист. света

ТОЛ (соб. л-зы) пусть h – высота предм. AB

H – высота его изобр-е

Из подобия ~~д и б~~ $\triangle AOB$ и $\triangle A'OB'$ (по постр-ю)

~~(∄ собир. линзу, поскольку только она дает действ. изобр-е)~~

Тогда

$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AO}{OA'}$ ~~$\frac{h}{H} = \frac{d}{f}$~~ $\longrightarrow$ соотв. поперечное ув-е:

$$\frac{H}{h} = \frac{f}{d}$$

Из ф-лы тонкой линзы:

- $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ (в сл-е $d \geq F$) $\longrightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{d-F}{Fd} \rightarrow f = \frac{Fd}{d-F}$

$\Rightarrow \Gamma = \frac{H}{h} = \frac{F}{d-F}$, $F = const$ – предмет за перед. фокусом или на нём

при $d \searrow$, $\frac{H}{h} \nearrow$; $d \to F+0$: $\frac{H}{h} \to +\infty$

- $\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ (в сл-е $d < F$; мнимое изобр-е)

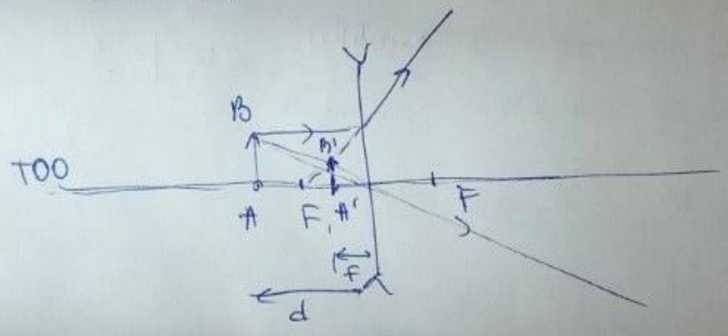
$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} - \frac{1}{F} = \frac{F-d}{dF} \longrightarrow f = \frac{dF}{F-d}$

Тогда $\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{F}{F-d}$

при $d \searrow$, $\frac{H}{h} \searrow$; $d \to F-0$: $\Gamma \to -\infty$

черновик

4) вопрос $\Gamma(d) = ?$ II $C_{л}$-й – расс. л-й



$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}$ H - высота изобр-я, h - высота пр-та

по ф-ле т. линзы!

$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \to$

(из-е мнимое)

$\to \frac{1}{f} = \frac{1}{d} - \frac{1}{F} = \frac{F-d}{dF} \to f = \frac{dF}{F-d}$

тогда $\Gamma(d) = \frac{F}{F-d}$ при $\forall d$:

Соответственно, тогда при $d \downarrow, \Gamma \downarrow$

$d \uparrow, \Gamma \uparrow$

при $d \to F \pm 0, \Gamma \to \pm\infty$

(с пол., с отр. стороны)

4 ЗАДАНИЕ — Источник

Дано:
$|\Gamma_1| = 2$
$S = 3$ см
$|\Gamma_2| = 5$
$S' = ?$

Решение: I $\to \Gamma_1 = 2;\ \Gamma_2 = 5$ (соб. линза)

1)

(т.к. $d > F$, иначе изобр. мнимое)

Пусть h – высота предмета

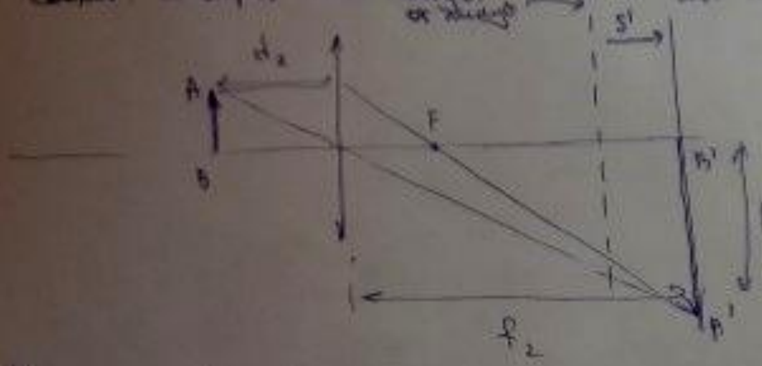
$$\Gamma_1 = \frac{H_1}{h} = \frac{f_1}{d_1} \to f_1 = \Gamma_1 \cdot d_1$$

Из ф-лы $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ (ф-ла т.л.)

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{F} - \frac{1}{f} \to d(f) = \frac{fF}{f-F}$$

2) Для увел-я попер. ув-я линзы

Свеча и экран надо отодв. от линзы $\to$ в соб. линзе $d \downarrow$ (из связи ранее) в вопросе



$$\Gamma_2 = \frac{H_2}{h_2} = \frac{f_2}{d_2}$$

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}$$
← ф-ла тонк. линзы

Имеем $d_2 = d_1 - S$; то $f_2 = \Gamma_2 \cdot d_2 = \Gamma_2 \cdot (d_1 - S)$

Тогда $S' = f_2 - f_1 = \Gamma_2(d_1 - S) - \Gamma_1 \cdot d_1$

Из ф-лы т.л.

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{d_1 - S} + \frac{1}{\Gamma_2(d_1 - S)} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{\Gamma_1 \cdot d_1} \quad | \times \Gamma_1\Gamma_2(d_1 - S)d_1$$

$$\Gamma_1\Gamma_2 \cdot d_1 + \Gamma_1 \cdot d_1 = \Gamma_1\Gamma_2 \cdot (d_1 - S) + \Gamma_2(d_1 - S)$$

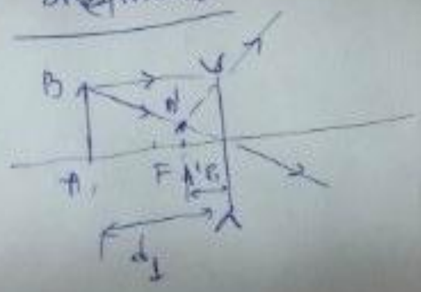
$$(\Gamma_1\Gamma_2 + \Gamma_1)d_1 = (\Gamma_1\Gamma_2 + \Gamma_2)d_1 - (\Gamma_1\Gamma_2 + \Gamma_2)S$$

$$d_1 = \frac{(\Gamma_1\Gamma_2 + \Gamma_2)S}{\Gamma_2 - \Gamma_1}; \longrightarrow S' = (\Gamma_2 - \Gamma_1)d_1 - \Gamma_2 S =$$

$$= (\Gamma_1\Gamma_2 + \Gamma_2)S - \Gamma_2 S = \Gamma_1\Gamma_2 \cdot S;\ S' = 10S$$

Ответ: $S' = 30$ см $= 0{,}3$ м

④ ЗАДАНИЕ



II случай (рассеив. л-за)

ЧИСТОВИК

Невозможен, поскольку изобр-е будет мнимым, нельзя получить его на экране