0 585689 610004

58-56-89-61
(139.4)

выход 15.09
вернулся 15.11
сдал в 16.11

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 06

Место проведения Москва
город

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьевы Горы"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Шаницына Александра Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата «03» 04 2026 года

Подпись участника

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Черновик

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\frac{dl\times r}{r^2} = \mu_0 I\cdot 2\pi r$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi}\,q\,\frac{(V\times R)}{r^2} \qquad qV = \frac{q\,dl}{dt} = I\,dl$$



ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

58-56-89-61
(139.4)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | |
|---|---|---|---|---|---|
| б | 4 | 5 | 5 | ~~85~~ | 19 |
| 3 | 20 | 19 | 9 | 8 | 56 |

75

(Солнцева) Жуков Ремизов

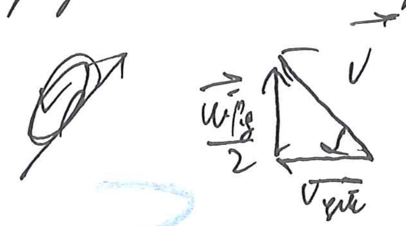
№1. Чистовик

Т.к. диск движется без проскальзывания скорость точки касания диска с поверхностью имеет скорость $\vec{V} = 0$. По теореме Эйлера движение любого твёрдого тела можно представить как поступательное движение центра масс векторно сложенное с его вращением.

$\vec{V} = \vec{V}_{цм} + [\vec{w} \times \vec{R}]$, где R расстояние от ~~центра~~ оси проходящей через центр масс.

Т.к. в точке касания $V = 0 \Rightarrow wR = V_{цм}$

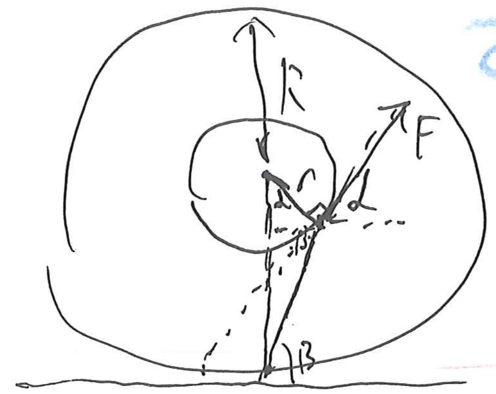
$\vec{V} = \vec{V}_{цм} + [\vec{w} \times \vec{R}]$, нарисуем векторный треугольник скоростей для искомой точки



$$\Rightarrow V\cdot\sin\alpha = \frac{V_{цм}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{цм} = 2V\cdot\sin\alpha = 1{,}92V$$

эта скорость направлена влево



$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{0{,}04\ldots}$$

$= 0{,}28$ не полн.

~~$\cos\beta = \sin\beta =$~~

Запишем осевое уравнение динамики вращательного движения относительно оси проходящей через точки касания катушки и поверхности

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик

Момент инерции относительно этой оси по теореме Гюйгенса-Штейнера $= \frac{MR^2}{2} + MR^2 =$

$= \frac{3}{2}MR^2 = I$

Возьмём за положительное направление вращение против часовой стрелки

$$I\frac{d\omega}{dt} = F\cdot\sin^2\alpha\cdot r - F\cdot\cos\alpha\,(R - r\cdot\cos\alpha) =$$

$$\cancel{= F\cdot R\,(0{,}96^2\cdot 0{,}48 - 0{,}28\,(1 - 0{,}28\cdot 0{,}48)) =}$$

$$= Fr - FR\cdot\cos\alpha = FR\,(0{,}48 - 0{,}28) \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ диск вращается против часовой стрелки

$\Rightarrow$ скорость направлена влево т.к. нет проскальзывания $\Rightarrow$ ускорение направлено туда же

$$v = \omega R \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt}R \Rightarrow a = \frac{d\omega}{dt}\cdot R$$

$$\frac{3}{2}MaR = Fr - FR\cdot\cos\alpha = \frac{5}{8}Mg\,(r - R\cdot\cos\alpha)$$

$$a = \frac{5}{12}\frac{(r - R\cdot\cos\alpha)\cdot g}{R} = \frac{5}{12}(0{,}48 - \cos\alpha)\cdot g =$$

$$= \frac{g}{12}$$

Также по теореме о движении центра масс

$$Ma = F_{тр} - F\cdot\cos\alpha \qquad N = Mg - F\cdot\sin\alpha$$

58-56-[illegible]-61 (139.4)

Чистовик

$F_{тр} \leq \mu N$ +

$Ma + F\cdot\cos\alpha \leq \mu(Mg - F\cdot\sin\alpha)$

$$\mu \geq \frac{Ma + F\cdot\cos\alpha}{Mg - F\sin\alpha} = \frac{a + \frac{5}{8}\cdot g\cdot\cos\alpha}{g - \frac{5}{8}\cdot g\cdot\sin\alpha} =$$

$$= \frac{\frac{1}{12} + \frac{5}{8}\cdot\cos\alpha}{1 - \frac{5}{8}\cdot\sin\alpha} = \frac{2 + 15\cdot\cos\alpha}{24 - 15\cdot\sin\alpha} = \frac{2+15\cdot 0{,}28}{24 - 15\cdot 0{,}96}$$

$$= \frac{2+4{,}2}{24-14{,}4} = \frac{6{,}2}{9{,}6} = \frac{31}{48}$$ +

При $\mu \geq \frac{31}{48}$ такое движение возможно

Ответ: $1{,}92V$; $\frac{g}{12}$; $\mu \geq \frac{31}{48}$

№2

Разность давлений возникает из-за наличия поверхностного натяжения и называется Лапласовской поправкой $\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ +

т.к. в случае мыльного пузыря $R_1$ и $R_2$ совпадают и переход между средами происходит 2 раза $\Delta p = \frac{4\sigma}{R}$ +

черновик

Минимальная работа будет совершаться при квазистатическом вдувании, тогда можно сказать, что работа пошла на приобретение энергии поверхностного натяжения и изотермического ~~расширения~~ сжатия воздуха.

$(p_A+\Delta p)\frac{4}{3}\pi R^3 = \nu RT$ – уравнение Менделеева

– Клапейрона в конце

в начале: $p_A \cdot V_1 = \nu RT$ =>

$\Rightarrow V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 \frac{(p_a+\Delta p)}{p_a}$

Работа по сжатию $dA = p\,dV = \frac{\nu RT}{V}dV \Rightarrow$

$A_{газа} = (p_a+\Delta p)\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \ln\left(\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{V_1}\right) = (p_a+\Delta p)\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot$

$\cdot \ln\left(\frac{p_a}{p_a+\Delta p}\right) \quad A_{вн} = -A_{газа}$

$A_{минимал} = A_{вн} + 2\sigma S = (p_A+\Delta p)\frac{4}{3}\pi R^3 \ln$

$\ln\left(\frac{p_a+\Delta p}{p_a}\right) + 8\pi R^2\sigma = \left(p_A+\frac{4\sigma}{R}\right)\cdot\frac{4}{3}\pi R^3\cdot\ln\left(\frac{p_a+\frac{4\sigma}{R}}{p_A}\right)$

$+ 8\pi R^2\sigma = (100000+4)\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot 64\cdot 10^{-6}\cdot\ln\left(1+\frac{4}{100000}\right)$

$+ 8\pi\cdot 16\cdot 10^{-4}\cdot 4\cdot 10^{-2} \approx$ ~~$512\pi$ мДж~~ 1,6 мДж

512
314
2048
1536
= 160,78
1128
512



ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

58-56-89-61
(139.4)

черновик

№3 ~~По теореме о циркуляции вектора индукции магнитного поля~~ $\cancel{B \cdot 2\pi a = \mu_0 I}$

$\cancel{\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}}$

По закону Био-Савара-Лапласа

$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{[\vec{dl} \times \vec{r}]}{r^3}$ - т.к. все векторы сонаправлены

$$B = \int_0^{2\pi a} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{a^3} = \frac{\mu_0 I}{2a} +$$

Из ЗСЭ: $V = \sqrt{2gR}$ +

Когда включают ток появляется магнитное поле

т.к. время протекания тока мало, можно сказать, что в момент, когда появилось магнитное поле на частицу действует только сила Лоренца +

~~т.к.~~ $\frac{mV^2}{R} = qVB \Rightarrow w = \gamma B = \overset{?}{\gamma} \frac{\mu_0 I}{2R}$

Угол поворота скорости $\Delta\alpha = w \Delta t = \frac{\gamma \mu_0 Q}{2R}$

$\sin\Delta\varphi \approx \Delta\varphi$ $\cos\Delta\varphi \approx 1$ Черновик

$V\cdot\sin\Delta\varphi\cdot t = \sqrt{R^2-(R-h)^2} \approx V\Delta\varphi\cdot t$

$V\cdot\cos\Delta\varphi\cdot t + \frac{gt^2}{2} = R-h \approx Vt + \frac{gt^2}{2}$

$\frac{\sqrt{R^2-(R-h)^2}}{\Delta\varphi} + \frac{g(R^2-(R-h)^2)}{2V^2\Delta\varphi^2} = R-h =$

$= \frac{\sqrt{R^2-(R-h)^2}}{\Delta\varphi} + \frac{(R^2-(R-h)^2)}{4R\Delta\varphi^2} = R-h$

~~(R-h)Δφ² + R(h~~

$R \approx \frac{\sqrt{2Rh}}{\Delta\varphi} + \frac{2Rh}{4R\Delta\varphi^2}$

$\Delta\varphi^2 \approx \Delta\varphi\sqrt{\frac{2h}{R}} + \frac{h}{2R}$

$\Delta\varphi = \sqrt{\frac{h}{2R}} + \sqrt{\frac{2h}{R}+\frac{2h}{R}} = \sqrt{\frac{h}{2R}}(1+\sqrt{2}) - \Delta\varphi_{max}$

=> приблизительная верная

$\frac{\gamma\mu_0 Q}{2R} = \sqrt{\frac{h}{2R}}(1+\sqrt{2})$

$\gamma = \frac{\sqrt{2Rh}(1+\sqrt{2})}{\mu_0 Q} = \frac{\sqrt{628\cdot0{,}04}\cdot(1+\sqrt{2})}{4\pi\cdot10^{-7}\cdot2414\cdot10^{-3}} \approx$

$\approx \frac{\sqrt{20\pi\cdot0{,}04}}{4\pi}\cdot10^{7} = \frac{10^{7}}{\sqrt{20\pi}}\frac{Кл}{кг}$



ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

№4.

Распространение света можно описывать с помощью геометрической оптики, когда характерные размеры задачи много больше длины световой волны (+)

$c = \lambda\nu \Rightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{340}{6000} = \frac{17}{400}$ м $\ll 1{,}5$ м


Можно считать сферу сферическим зеркалом, когда максимальная амплитуда звука будет в точке изображения (т.к. мы показали, что длина волны много меньше минимального характерного размера задачи.)

$a \to \infty$ +

$\frac{2}{R} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \Rightarrow b = \frac{R}{2}$

$L = \frac{R}{2\cos\alpha} = \frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$ м $\approx 17{,}3$ м

(–) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ответ: 17,3 м

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!