0 320205 490001

32-02-05-49
(167.1)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 6

Место проведения Ростов-на-Дону
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы!"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Крокалевой Марии Евгеньевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«03» 04 2026 года

Подпись участника

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Черновик

$\cancel{B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{[\cdot \times \cdot]}{r^3}}$

$$\oint B\,dl = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \qquad \oint B\,dS = 0$$

Пусть масса пылинки ~~m~~ m.

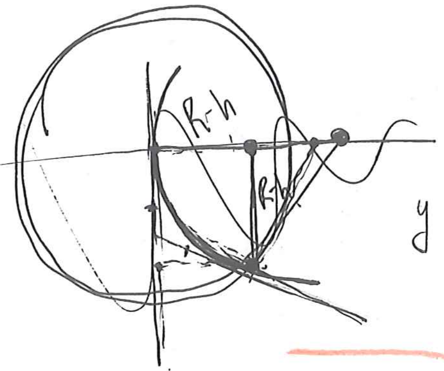
в центре кольца: $v = \sqrt{2gR}$

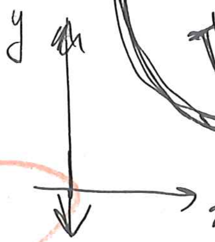
Далее $F_{кул} = q[\vec{v}\times\vec{B}] = q\cdot v\cdot B \perp v$

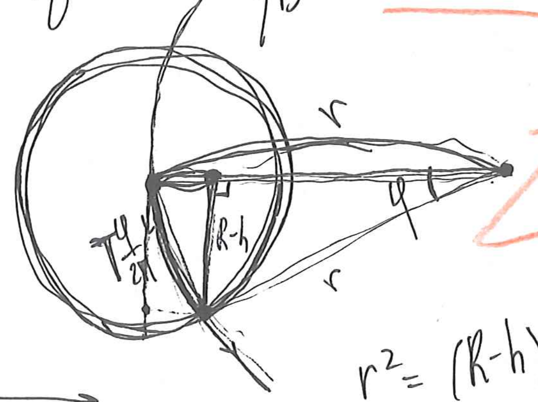
$\Rightarrow v = const = \sqrt{2gR}$.

$$ma = F_{кул} \Rightarrow m\frac{v}{r} = qB \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\cdot\frac{m}{qB} \Rightarrow \omega = \frac{qB}{m}$$







$$r^2 = (R-h)^2 + (r - \ldots)^2$$

$$\ldots = \sqrt{R^2 - (R-h)^2}$$

$0{,}96 \times 5 = 4{,}80$

$$0 = R^2 - 2Rh + h^2 - 2r\sqrt{2Rh - h^2} + 2Rh - h^2$$

$$4r^2\cdot(2Rh - h^2) = R^2 \Rightarrow r = \frac{R}{2\sqrt{2Rh - h^2}}$$

$0{,}96 \times 0{,}96 = 0{,}9216$

$1000 - 0{,}9216 = 0{,}0784$

$28 \times 28 = 784$

32-02-05-49 (1671)

Оценка изменена по результатам апелляции (повысить)

~~47~~ 52

№	1	2	3	4
В	~~4~~ 5	5	3	5
З	20	7	5	~~1~~ 2

Чистовик

№2.

Мыльная плёнка обладает коэффициентом поверхностного натяжения. Он создаёт разность давлений в с двух сторон от плёнки. Молекулы, находящиеся вблизи к поверхности обладают не всеми степенями свободы. По формуле $\Delta p = \sigma\left(\pm\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right)$, где R_1, R_2 – радиусы кривизны поверхности в двух перпендикулярных направлениях. Для пузыря $\Delta p = \frac{2\sigma}{R}$, но пузырь полый и поверхносты 2, т.к. оболочка тонкая, то $\Delta p_0 = \frac{4\sigma}{R}$.

Выдуваем медленно $\Rightarrow$ в любой момент термодинамическое равновесие. $p = p_0 + \Delta p = p_0 + \frac{4\sigma}{R}$

$dA = p\,dV$.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow dV = 4\pi R^2 dR \Rightarrow dA = 4\pi R^2\left(p_0 + \frac{4\sigma}{R}\right)dR$$

$$\Rightarrow A = 4\pi p_0\int_0^R R^2 dR + 16\sigma\pi\int_0^R \frac{R^2}{R}dR = \frac{4}{3}\pi p_0 R^3 + \frac{16\sigma\pi}{2}R^2$$

$$\Rightarrow A = \frac{4}{3}\pi p_0 R^3 + 8\sigma\pi R^2.$$ Подставим числа: $A = \frac{4}{3}\cdot 3{,}14\cdot 10^5\cdot 0{,}04^3 + 8\cdot 0{,}04\cdot 3{,}14\cdot 0{,}04^2$

$$\Rightarrow A = 3{,}14\cdot 0{,}04^3\left(\frac{4\cdot 10^5}{3} + 8\right)$$

Внешнее давление p_0 также совершает работу,

$$A_{вн} = -p_0 dV = -4\pi p_0\int_0^R R^2 dR = -\frac{4}{3}\pi p_0 R^3 \Rightarrow A_0 = 8\sigma\pi R^2.$$

Подставим числа: $A_0 = 8\cdot 0{,}04^3\cdot 3{,}14 \approx 0{,}00160788$ Дж

№3. Чистовик

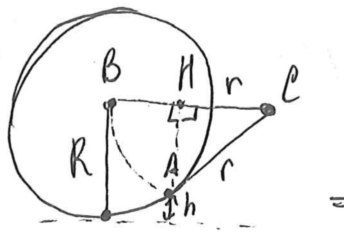
Существует теорема о циркуляции, согласно которой $\oint B\,dl = \mu_0 I$, где B-индукция магнитного поля, I-ток, протекающий в контуре (замкнутом). В центре кругового контура радиуса a: $B\cdot 2\pi a = \mu_0 I$, тогда $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$. Согласно одному из ур-ний Максвелла $\oint B\,dS = 0$. Взяв тот же контур поймём, что индукция магнитного поля направлена перпендикулярно плоскости ~~пол~~. контура.

Пусть масса пылинки m.

ЗСЭ: $\Delta K + \Delta \Pi = 0$ => в центре кольца пылинка будет двигаться со скоростью $v = \sqrt{2gR}$, т.к. $\Delta K = \frac{mv^2}{2}$, $\Delta \Pi = -mgR$, по направлению вниз.

Сила, действующая на пылинку $\bar{F}_{кул} = q\cdot[\bar{v}\times\bar{B}]$, где v- скорость пылинки, B- индукция маг. поля

Рассчитаем B: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ по т. о циркуляции. $I = \frac{dq}{dt}$, т.к. время малое, то $I = \frac{Q}{t}$. Заметим, что $F_{кул}$ перпендикулярна движению пылинки. Тогда она будет двигаться по окр. радиуса r. Найдём его: $ma = F_{кул}$ => $m\frac{v^2}{r} = qvB$ => $r = \frac{mv}{qB} = \frac{mv\cdot 2\pi R t}{q\cdot\mu_0 Q}$



$AH = R-h$, $AB = R$ => $BH = \sqrt{R^2-(R-h)^2} = \sqrt{2Rh-h^2}$

$BC = r - BH$, $AC = r$

$$\Rightarrow r^2 = (r-BH)^2 + AH^2 = \left(r-\sqrt{2Rh-h^2}\right)^2 + (R-h)^2$$

$$dA = p\,dV \Rightarrow A = \int_0^R \frac{4\sigma}{R}\cdot 4R^2 dR\cdot\pi = 16\sigma\pi\cdot\int_0^R R\,dR = 8\sigma\pi\cdot R^2$$

$\frac{4}{3}\pi R^3$ $\sqrt{12{,}56}$

0,000512 · 3,14 = 2048 + 512 + 1536 = 0,00160788

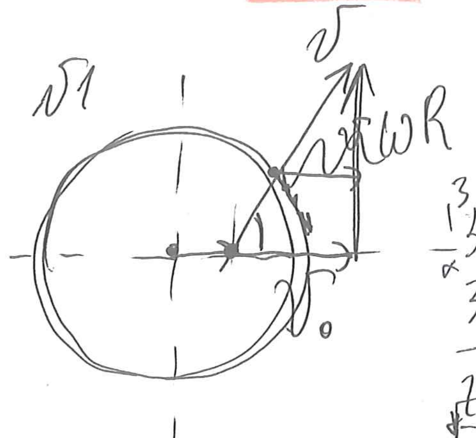
0,016 · 0,4 · 0,4 = 0,0016

0,000064 · 8 = 0,000512

3,6 · 3,6 = 216 + 108 = 12,96

1,256 · 0,02 = 0,02512 общее

№1



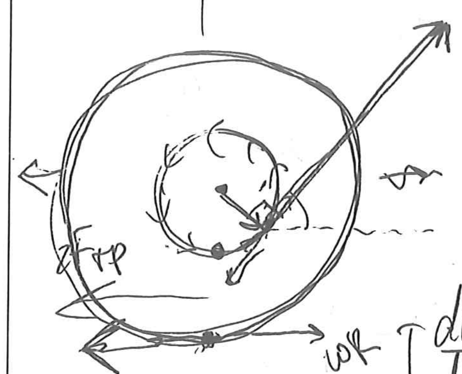
$\Rightarrow v_0 = v\cdot\cos\angle$

Проскальзывания нет => $\omega R = v$,

$\varepsilon R = a$

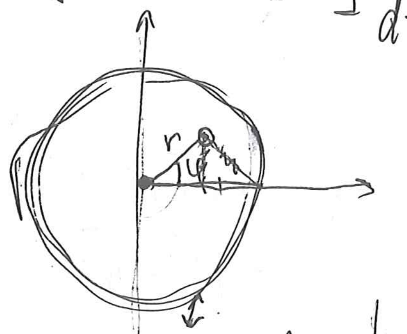
$I\frac{d\omega}{dt} = rF - RF_{тр}$

0,02512 + 0,00040 = 0,02572



$I = \int r^2 dm$

$dm = h\cdot r\cdot dr\cdot d\varphi\cdot\rho = m\cdot\frac{r\,dr\,d\varphi}{\pi R^2}$



$m = h\cdot\pi R^2\rho$

$$I = \frac{m}{\pi R^2}\int_0^R\int_0^{2\pi} r^3\,dr\,d\varphi = \frac{m}{\pi R^2}\cdot 2\pi\cdot\frac{R^4}{4} = \frac{mR^2}{2}$$

$\varepsilon R = \frac{2rF}{mR} = a$

$Mg = N + F \Rightarrow \frac{F_{тр}}{2} = \mu(Mg - F)$

Движение без проскальзывания

$$m\frac{dv}{dt} = F\cos\angle - 2F_{тр} = \frac{2(rF - RF_{тр})}{mR}$$

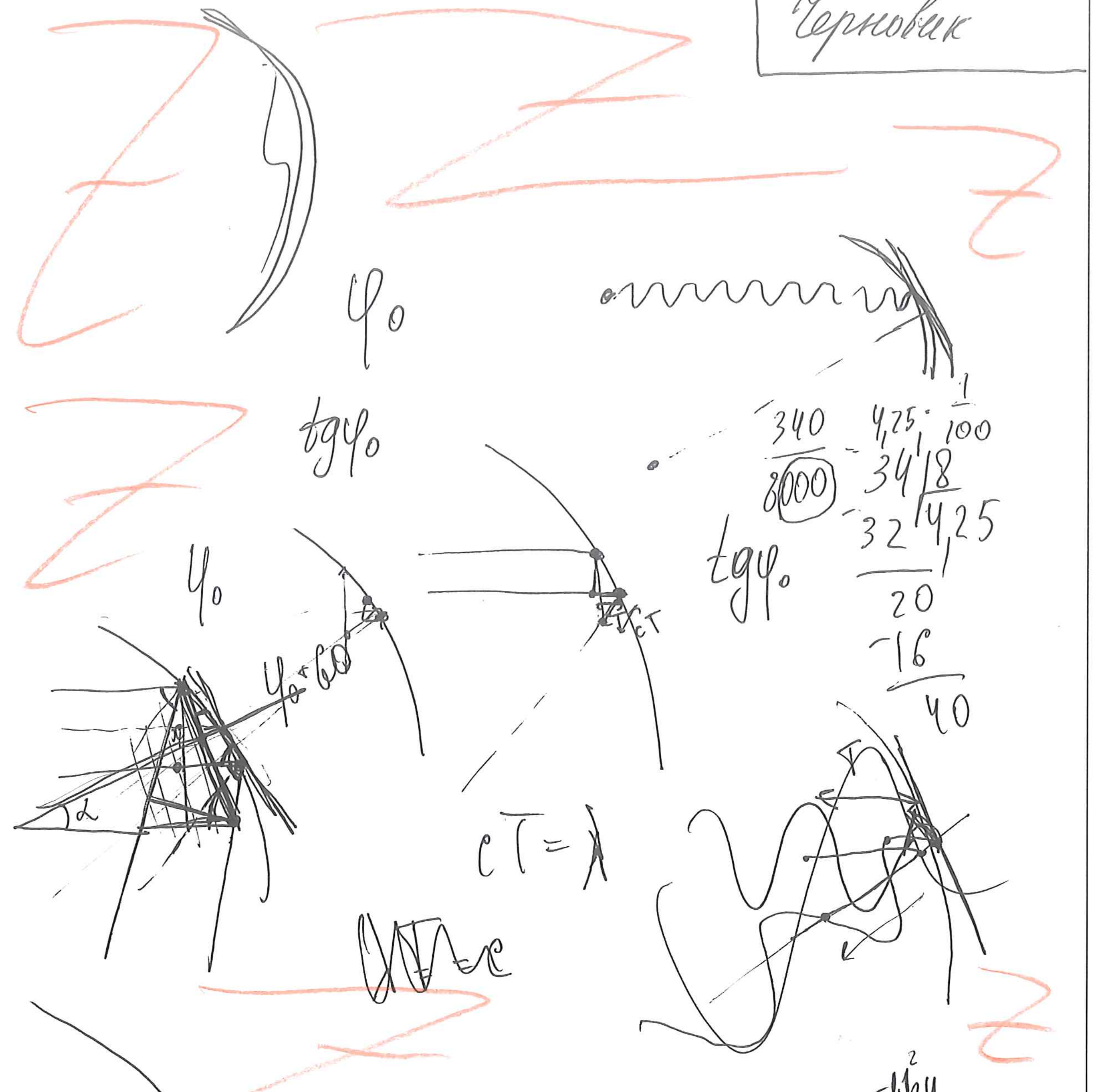
0,161 · 0,161 = 0,025921

3,5 · 3,5 = 175 + 105

Черновик

Черновик

Черновик



φ_0

$tg\varphi_0$

$\varphi_0 + 60$

$cT = \lambda$

340 | 8000

$4{,}25$, 100

$34{,}8$ | $4{,}25$

-32

20

-16

40

$0{,}96 + 0{,}28 = 1{,}24$

$1{,}24 \,|\, 0{,}4$; $-1{,}2$; $3{,}1$; $0{,}4$

$3{,}1 \cdot 5 = 15{,}5$

$15{,}5 \,|\, 1{,}24$; $149 \,|\, 0{,}645$; -110; 96; 140; -120; 200

$50 \,|\, 6$; -48; $0{,}833$; 20; -18; 20

$1704 \,|\, 1508$; -1508; $1{,}262$; 3960; -3016; 9440; 9048

$2414 \cdot 0{,}628$: 11312; 4828; 14484; $1507{,}992$

$0{,}568 \cdot 3 = 1{,}704$

$3{,}55 \cdot 0{,}16$: 2130; 355; $0{,}5680$

32-02-05-49 (167.1)

Чистовик

$\Rightarrow r^2 = r^2 - 2r\sqrt{2Rh-h^2} + 2Rh - h^2 + R^2 - 2Rh + h^2$

$\Rightarrow 2r\sqrt{2Rh-h^2} = R^2 \Rightarrow$ $r = \frac{R^2}{2\sqrt{2Rh-h^2}}$

Подставим выражение для r: $\frac{m v \cdot 2\pi R \cdot t}{q \cdot \mu_0 Q} = \frac{R^2}{2\sqrt{2Rh-h^2}}$

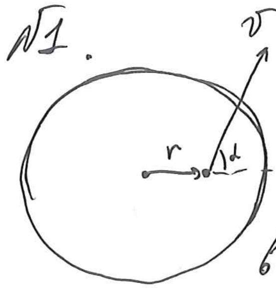
Тогда $\frac{m}{q} = \frac{\mu_0 Q R}{2\sqrt{2Rh-h^2}\cdot\sqrt{2gR}\cdot t \cdot 2\pi}$

$\frac{q}{m} = \frac{4\pi\sqrt{2Rh-h^2}\cdot\sqrt{2gR}\cdot t}{\mu_0 Q R}$ Подставим числа:

$\frac{q}{m} = \frac{4\cdot 3{,}14\cdot\sqrt{2\cdot 0{,}628\cdot 0{,}02 - 0{,}02^2}\cdot\sqrt{2\cdot 10\cdot 0{,}628}\cdot 3\cdot 10^{-3}}{4\pi\cdot 10^{-9}\cdot 2414\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}628} = \frac{\sqrt{0{,}02572}\cdot\sqrt{12{,}56}\cdot 3}{10^{-9}\cdot 2414\cdot 0{,}628}$

$\Rightarrow \frac{q}{m} \approx \frac{0{,}16\cdot 3{,}55\cdot 3}{1\cdot 2414\cdot 0{,}628}\, 10^9 \approx \frac{1{,}704}{1508}\, 10^9 = \frac{1704}{1508}\cdot 10^6 \approx 1{,}26\cdot 10^6 \frac{Кл}{кг}$

№1.



Каждое движение можно разбить на поступательное и вращательное. Тогда в каждой точке суммируется v_0 - поступ. скорость центра и $\omega R \perp r$ - вращ. компонента. +1 ~~В сл~~ У самой нижней точки скорость нуль-ся. ~~Тогда~~ Точка находится движения без проскальзывания. на середине горизонтального радиуса, это значит, что $\frac{\omega R}{2}$ - вращ. компонента направлена вверх. Тогда, гор. компонента - v_0. $v_0 = v\cdot\cos\alpha = v\cdot\sqrt{1-0{,}96^2} \approx 0{,}28v$

Тк движение без проскальзывания, то $\omega R = v$.

Тогда $\frac{d\omega}{dt}R = \frac{dv}{dt}$.

Ответ?

Чистовик

Пусть на систему действует сила трения $F_{тр}$. Запишем: $M\frac{dv}{dt} = F_{тр} - F\cos\alpha$.

Запишем ур-ние моментов: $I\frac{d\omega}{dt} = r\cdot F - F_{тр}\cdot R$.

Заметим, что $I_{цилиндра} = \frac{MR^2}{2}$. Приравняем:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F_{тр} - F\cos\alpha}{M} = \frac{R(rF - F_{тр}R)\cdot 2}{MR^2} \Rightarrow RF_{тр} - FR\cos\alpha = 2rF - 2RF_{тр}$$

$\Rightarrow 3RF_{тр} = F(2r + R\cos\alpha)$, где $\cos\alpha \approx 0{,}28$.

$$\Rightarrow F_{тр} = \frac{F(2r + 0{,}28R)}{3R}$$

Всё записано в предположении, что a, v направлены влево. $a = \frac{F_{тр} - F\cdot 0{,}28}{M} = \frac{F}{M}\left(\frac{2r}{3R} - \frac{0{,}56}{3}\right)$.

Подставим числа: $a = \frac{F}{M}\cdot\left(\frac{0{,}96R}{3R} - \frac{0{,}56}{3}\right) =$

$g\cdot\frac{2}{24}$

$$= \frac{5Mg}{8M}\cdot\frac{0{,}4}{3} = \frac{5\cdot 10\cdot 0{,}4}{8\cdot 3} = \frac{5}{6} \approx 0{,}83\ \frac{м}{с^2}\ ?$$

Тк $a > 0$, то предположение верно и ускорение влево.

Такое движение возможно при $F_{тр} \le \mu N$.

На вертикальную ось: $F\cdot\sin\alpha + N = Mg \Rightarrow N = Mg - F\sin\alpha$

Тогда $\frac{F(2r + 0{,}28R)}{3R} \le \mu\cdot(Mg - F\sin\alpha) \Rightarrow$

$$\frac{5}{8}\cdot\frac{0{,}96 + 0{,}28}{3} \le \mu\cdot\left(1 - \frac{5}{8}\cdot 0{,}96\right) = 0{,}4\mu \Rightarrow \mu \ge \frac{5\cdot 3{,}1}{8\cdot 3} \approx 0{,}65\ ?$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

32-02-05-49 (167.1)

№4 Чистовик

~~Отры~~ Свет - электромагнитные волны, у которых ~~свет~~ есть λ - длина волны. Приближение геом. оптики работает, если рассматриваемые геом. параметры много больше λ. Иначе нельзя представить ~~свет~~ луч как линию, нужно как волну. Например, дифракция света - доказательство того, что если изучать рассматриваемые параметры малых размеров, сравнимых с λ, то приближение геом. оптики не работает.

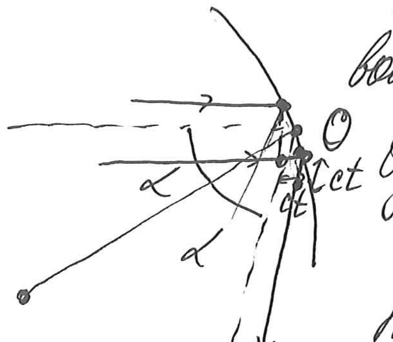
Стена - приёмник, источник - источник вблизи стены $\nu = \nu_0$. Звук отражается с той же амплитудой

$\nu_0 = 8$ кГц $\quad \lambda = cT = c \cdot \frac{1}{\nu_0} = 0{,}0425$ м

Амплитуда максимальна на оси колебаний, т.е. см. рис

Значит, найдём, куда станет распространяться свет.

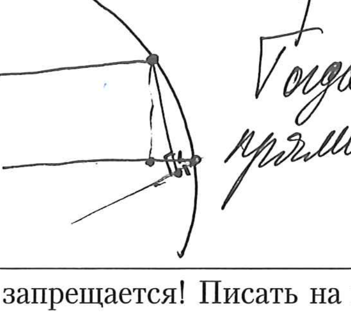
Рассмотрим две волны, изначально волновой фронт ~~горизонтален~~ вертикален.



Одна волна отразится раньше другой и пройдёт $\Delta\delta = ct$.

Найдём напр. нового волнового фронта

$\Delta\varphi = 60° = 2\alpha$



Тогда, микрофон на прямой OA.

Задача решается в приближении геометр. оптики.

Решение АК от 24.04.26: повысить оценку на 5 баллов. Итоговая оценка 52 балла

Председателю апелляционной комиссии олимпиады школьников „Покори Воробьёвы горы!"
Ректору МГУ имени М.В. Ломоносова академику В.А. Садовничему
Ученицы 11 класса МАОУ „Классического лицея №1" г. Ростов-на-Дону
Крохалевой Марии Евгеньевны

Апелляция.

Прошу пересмотреть выставленные технические баллы (43) за мою работу заключительного этапа по физике, поскольку считаю, что:

В вопросе в задании 1 мною верно записаны компоненты скорости точки на радиусе колеса, и указаны их направления, а также связь гор. компоненты со скоростью центра колеса. При решении я предполагала, что условие задачи корректно. Для нахождения требуемой скорости центра, не требуется обязательна численная проверка того, что $tg\alpha = \frac{\omega R}{2v_0} = \frac{1}{2}$ (в случае непроскальз.), поэтому мною была верна рассчитана скорость центра колеса, а проверка значения тангенса не проводилась т.к. она не является необходимой при решении задачи. Прошу добавить 4 балла к оценке этой части задачи, так как все необходимые для решения соображения записаны (3 балла по критериям) и при предложенном условии верно найдены численные значения (равн. 5 баллов по критериям)

В задаче 4 ~~не~~ мною не обосновано допущение использования ~~геом.~~ ~~оптики~~ акустики, однако при решении ищутся (анализ.) направления (лучи) вдоль которых пойдут плоские бегущие волны после отражения от экрана и на рисунке указано, что направления их распространения (до отражения от экрана) остаются параллельными. Прошу добавить 2 балла согласно критериям. Заранее спасибо!

Дата: 24.04.26

Подпись: [signature]