0 872097 520002

87-20-97-52
(138.1)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 10 - 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы Горы
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Егорова Кирилла Алексеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«3» апреля 2026 года

Подпись участника

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Черновик

588 | 2
−4 | 294
18
−18
−8

$\frac{300}{5}$

$\frac{150}{294} = \frac{75}{98}$

294 | 3
−27 | 98
24
−24
0

$\frac{25}{12} - \frac{16}{9}$

87-20-97-52
(138.1)

№ 2

Чистовик

Вопрос: запишем 1ое начало термодинамики:

$dQ = dU + \delta A = \frac{i}{2}\nu R\,dT + p\,dV$, где i – кол-во степеней свободы молекулы газа

По определению: $C = \frac{dQ}{dT} \Rightarrow C = \frac{i}{2}\nu R + p\frac{dV}{dT}$

В изохорном процессе $dV = 0 \Rightarrow C = \frac{i}{2}\nu R$

В изобарном процессе $p\,dV = \nu R\,dT \Rightarrow C = \frac{i}{2}\nu R + \frac{\nu R\,dT}{dT} = \nu R(\frac{i}{2}+1)$

Задачи:

1) Найдём КПД без включенного регенератора η:

$\eta = \frac{A}{Q_н}$

~~$A = \frac{3}{2}\nu R(T_н - T) + \frac{3}{2}\nu R(T - T_x)$~~

Работу совершают только ~~вертикальные~~ горизонтальные участки цикла, когда $p = const$

$\Rightarrow$ ~~$\ldots = \frac{5}{2}\nu R(T_н - T_x)$~~

$Q_н$ газ получает на вертикальном участке $T_x - T$ ($V = const$) и горизонтальном участке $T - T_н$ ($p = const$)

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$\ldots$~~ $A = \nu R(T_н - T) + \nu R(T_x - T) = \nu R(T_н + T_x - 2T)$

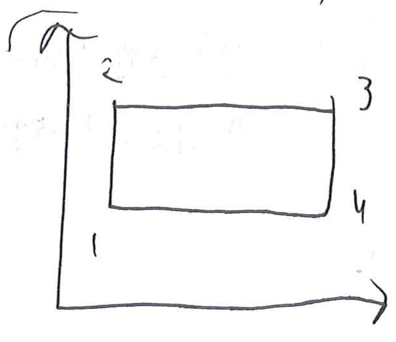
$Q_н = \frac{3}{2}\nu R(T - T_x) + \frac{5}{2}\nu R(T_н - T) = \frac{1}{2}\nu R(5T_н - 3T_x + 3T - 5T) =$

$= \frac{1}{2}\nu R(5T_н - 3T_x - 2T)$

~~$\ldots \frac{5}{2}\nu R(T - T_x)$~~

$p_1V_1 = \nu R T_x$
$p_2V_1 = \nu R T$
$p_2V_3 = \nu R T_н$
$p_1V_3 = \nu R T$

Т не найдено



$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_3}{V_1}$

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_3}{V_1}$, $\frac{T_x}{T_н} \Rightarrow \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 = \frac{T_x}{T_н} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_x}{T_н}} \Rightarrow$

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_1}{V_3}$ $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_1}{V_3} = \sqrt{\frac{T_x}{T_н}} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$\ldots$~~

N	В	З
1	5	13
2	5	7
3	5	5
4	4	20

64 (шестьдесят четыре)

черновик

$$A = \cancel{p_2 V_3 - p_{12}}\ p_2(V_3 - V_1) + p_1(V_1 - V_3) =$$

$$= (V_3 - V_1)(p_2 - p_1)$$

$$Q = \frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1 + \frac{5}{2}p_2(V_3 - V_1)$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{2(V_3 - V_1)\cdot(p_2 - p_1)}{3(p_2 - p_1)V_1 + 5p_2(V_3 - V_1)} \ \Big| p_2V_3 \ = \frac{2\cdot\left(1 - \sqrt{\frac{T_x}{T_H}}\right)\cdot\left(1 - \sqrt{\frac{T_x}{T_H}}\right)}{3\left(1 - \sqrt{\frac{T_x}{T_H}}\right)\cdot\sqrt{\frac{T_x}{T_H}} + 5\left(1 - \sqrt{\frac{T_x}{T_H}}\right)} =$$

$$= \frac{2\left(1 - \sqrt{\frac{T_x}{T_H}}\right)}{3\sqrt{\frac{T_x}{T_H}} + 5} = \frac{2\cdot\left(1 - \sqrt{\frac{75}{58}}\right)}{3\sqrt{\frac{75}{58}} + 5}$$

неверно

(регенератором к Q_H добавится Q'_H, а от Q_x убавится Q_x' $\Rightarrow$

$\Rightarrow \eta' = 1 - \frac{Q_x - Q_x'}{Q_H + Q_H'}$; при этом у ВТ' работает аналогичное соотношение:

$$\frac{p_1'}{p_2'} = \frac{V_1'}{V_3'} = \sqrt{\frac{T_x'}{T_H'}} = \frac{p_1}{p_2}\cdot\sqrt{\frac{T_H}{T_x}}\cdot\sqrt{\frac{T_x'}{T_H'}}$$

$$Q_x = \frac{3}{2}V_3(p_2 - p_1) + \frac{5}{2}p_1(V_3 - V_1)$$

$$Q_x' = \frac{3}{2}V_3'(p_2' - p_1') + \frac{5}{2}p_1'(V_3' - V_1')$$

$$Q_H' = \frac{3}{2}(p_2' - p_1')V_1' + \frac{5}{2}p_2'(V_3' - V_1').$$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow \eta' = 1 - \frac{3V_3(p_2 - p_1) + 5p_1(V_3 - V_1) + 3V_3'(p_1' - p_2') + 5p_1'(V_1' - V_3')}{3V_1(p_2 - p_1) + 5p_2(V_3 - V_1) + 3V_1'(p_2' - p_1') + 5p_2'(V_3' - V_1')} =$$

нет ответа

$= 1 -$

при $R=\sqrt{2}R$: $\frac{V_{11}}{U}=\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow$ чистовик

$\Rightarrow f(x)=$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

87-20-97-52 (138.1)

№3 чистовик

Вопрос: энергию такого эл. поля можно записать как сумму энергий поля каждого шарика плюс работа по удалению одного из шариков на бесконечность. Энергию шариков запишем как: $dW_{ш}=2\cdot\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\cdot dV=$

$$=\varepsilon_0\cdot\frac{q^2}{16\pi^2\varepsilon_0^2R^4}\cdot 4\pi R^2\cdot dR=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dR}{R^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{ш}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\int_a^{+\infty}$$

$W=2\cdot\frac{1}{2}q\cdot$

№3

Вопрос: энергию системы проводников можно записать, как произведение заряда проводника на его потенциал, потенциал шарика будем считать в его центре, тогда:

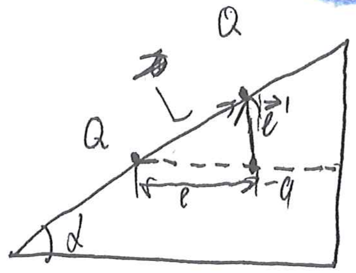
$$W=\frac{1}{2}\cdot q\cdot\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\right)\cdot 2=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{a+r}{ar}$$

Ответ: $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{a+r}{ar}$

Задача:

Запишем З(Э):

$$-\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 l}=\frac{mV^2}{2}+mgL\sin\alpha-\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 l'}$$



В момент остановки $V=0\Rightarrow$

$$2)\ \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}\right)=mgL\sin\alpha.$$ По теореме косинусов:

$$l'^2=l^2+L^2-2Ll\cos\alpha\Rightarrow l'=\sqrt{l^2+L^2-2Ll\cos\alpha}\Rightarrow$$

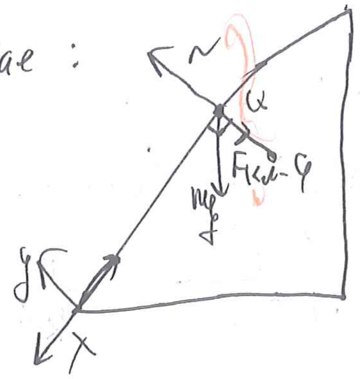
$$\Rightarrow -\frac{kQq}{l}=mgL\sin\alpha-\frac{kQq}{\sqrt{l^2+L^2-2Ll\cos\alpha}}$$

$$\Rightarrow mg\sin\alpha L\sqrt{L^2+l^2-2Ll\cos\alpha}+\frac{kQq}{l}\sqrt{l^2+L^2-2Ll\cos\alpha}-kQq=0$$

листовик

Шайба остановится в максимуме потенциальной энергии, т. е. когда $\vec{e'} \perp \vec{L}$ $\Rightarrow L = l \cdot \cos 45^\circ = \frac{l}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2}$ см

В этом случае :



$N = F_{кл} + mg\cos\alpha \Rightarrow ma_y = 0 \Rightarrow ma = ma_x = mg\sin\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow a = g\sin\alpha = g\frac{\sqrt{2}}{2}$

Ответ: $L = 20\sqrt{2}$ см

$a = g\frac{\sqrt{2}}{2}$

листовик

3) на $x \in [1; \frac{4}{3}]$ ~~точки максимума нет~~ все значения γ будут меньше 90° (из анализа ~~так~~ случая 1 и случая 2)

~~при $b=0$: $V_{11} = V_0 \Rightarrow f(\frac{V_{11}}{u}) = 1 \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow V_0^2 \sin\alpha\cos\alpha(\operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}^2\gamma) = \frac{u^2}{3}$~~

~~$\sin\alpha = 0$~~

При $b=0$ очевидно, что угол разлета будет равен 0° (т. к. удар лобовой)

При $b=R$: $V_{11} = V_0\sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow f(\frac{V_{11}}{u}) = f(\frac{5}{\sqrt{12}}) = 1$

$\cos\alpha = \sin\alpha = \frac{1}{2}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow V_0^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}(\operatorname{ctg}\gamma - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \operatorname{ctg}^2\gamma) = \frac{u^2}{3}$

$25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}(\operatorname{ctg}\gamma - \frac{\sqrt{3}}{3}\operatorname{ctg}^2\gamma) = 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3}\operatorname{ctg}^2\gamma - \frac{25\sqrt{3}}{4}\operatorname{ctg}\gamma + 3 = 0$

$D = \frac{625 \cdot 3}{16} - 4\sqrt{3} = \frac{625 \cdot 3 - 16 \cdot 4\sqrt{3}}{16}$

$\operatorname{ctg}\gamma = \frac{\frac{25\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{625 \cdot 3 - 16 \cdot 4\sqrt{3}}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}$; при $b=R$

~~$p_0\cos\alpha \cdot \frac{p_0\sin\alpha}{\sin\gamma}\cos\gamma = \Delta E$~~

~~$p_0^2 \cdot \sin\alpha\cos\alpha \cdot \operatorname{ctg}\gamma = \Delta E$~~

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

чистовик

1) Рассм. случай $f(x) \in [0;1] \Rightarrow$

$4R^2 - b^2 = 4R^2 \cdot \frac{u}{v_0} \Rightarrow$

$\Rightarrow b^2 = 4R^2\left(\frac{v_0 - u}{v_0}\right) = 4R^2 \cdot 0{,}4 = 1{,}6R^2 \Rightarrow b = 4R \cdot \sqrt{\frac{1}{10}}$

$\Rightarrow \frac{4R^2 - b^2}{4R^2} \in [0; \frac{u}{v_0}) \Rightarrow$

$b \in [\frac{4R}{\sqrt{10}}; 2R]$

В этом случае $f(x) = 0 \Rightarrow$ ✓

$ctg\gamma - tg\alpha \cdot \frac{ctg^2\gamma}{\sin\gamma} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\gamma = \frac{b}{\sqrt{4R^2 - b^2}}$. $(\sin\gamma)' = \frac{\sqrt{4R^2-b^2} + \frac{1}{2}2b \cdot (4R^2-b^2)^{-\frac{1}{2}}}{4R^2-b^2} = 0 \Rightarrow$

2) $tg\alpha = tg\gamma \Rightarrow \max\limits_{b \in [\frac{4R}{\sqrt{10}}; 2R]} tg\gamma = \infty \Rightarrow \boxed{\gamma = 90^\circ, \text{при } b = 2R}$ ✓

2) Если $f(x) \in [\frac{4}{3}; \infty) \Rightarrow \frac{v_0}{u} \cdot \sqrt{\frac{4R^2 - b^2}{4R^2}} \geq \frac{4}{3} \Rightarrow$

?

$\Rightarrow \frac{4R^2 - b^2}{4R^2} \geq \frac{4}{5} \Rightarrow 4R^2 - b^2 \geq \frac{32}{10} R^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow b^2 \leq \frac{8}{10} R^2 \Rightarrow b \leq \frac{2R}{\sqrt{5}} \Rightarrow$

$\Rightarrow v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha \left(ctg\gamma - tg\alpha\, ctg^2\gamma\right) = \frac{u^2}{3} \Rightarrow$

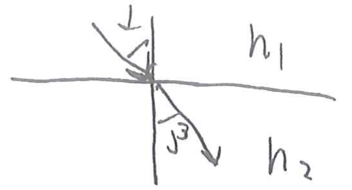
максимум при $1 - 2\,tg\alpha = 0 \Rightarrow tg\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \sqrt{2}R > \frac{2R}{\sqrt{5}} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ на этом участке все углы $< 90^\circ$

87-20-97-52
(138.1)

№4

Вопрос:

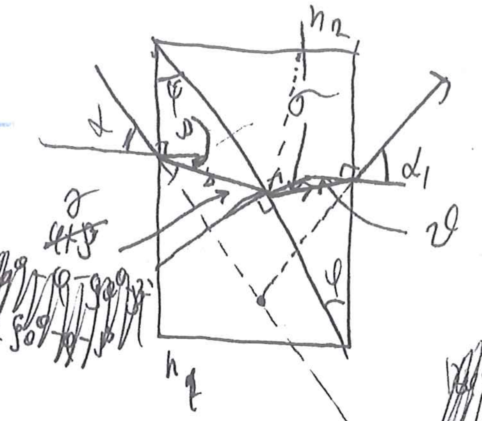


чистовик

$\sin\alpha \cdot n_1 = \sin\beta \cdot n_2$, где α, β - углы між лучём и нормалью к поверхности, а n_1 и n_2 - показатели преломления соответствующих поверхностей.

n - ? Определение!

Задача:



$\sin\alpha = \sin\beta\, n_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha = \beta \cdot n_1 \Rightarrow \beta = \frac{\alpha}{n_1}$

$\gamma = \varphi + 90^\circ + \beta - 90^\circ = \varphi + \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin(\varphi + \beta) \cdot n_1 = \sin(\sigma) \cdot n_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow (\varphi + \beta)\, n_1 = \sigma\, n_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sigma = (\varphi + \frac{\alpha}{n_1}) \frac{n_1}{n_2} = \varphi \frac{n_1}{n_2} + \frac{\alpha}{n_2}$

$\vartheta = 180^\circ - (180^\circ - \varphi + \sigma) = \varphi - \sigma = \varphi - \varphi\frac{n_1}{n_2} - \frac{\alpha}{n_2}$

$\sin\vartheta \cdot n_2 = \sin\alpha_1 \Rightarrow n_2 \cdot (\varphi - \varphi\frac{n_1}{n_2} - \frac{\alpha}{n_2}) = \alpha_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha_1 = \varphi(n_2 - n_1) - \alpha = 0{,}5\varphi - \alpha =$

~~Угол между первоначальным направлением и итоговым равен:~~

~~$: \alpha + \alpha_1 = \alpha + 0{,}5\varphi - \alpha = \frac{1}{2}\varphi = 1{,}5^\circ$~~ $\Rightarrow$ искомый угол равен: $\alpha + 0{,}5\varphi - \alpha = 0{,}5\varphi = 1{,}5^\circ$

~~ситуация невозможна~~ $\Rightarrow$ луч пересек горизонтальную стенку, а не вертикальную

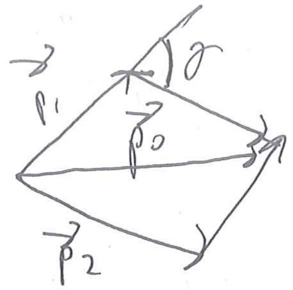
Ответ: $1{,}5^\circ$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№1 черновик

Вопрос:



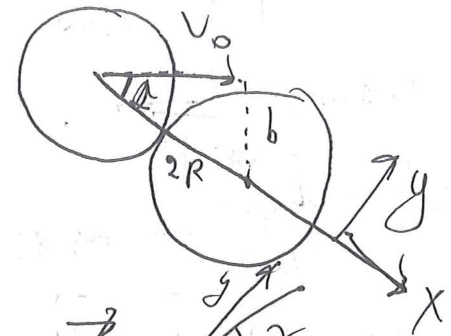
ЗСИ: $p_0^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos\gamma$

ЗСЭ: $\frac{p_0^2}{2m} = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} \Rightarrow p_0^2 = p_1^2 + p_2^2$ $\Big| \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$2p_1p_2 = p_0^2 - p_0^2 = 0$~~ $2p_1p_2\cos\gamma = p_0^2 - p_0^2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \gamma = 90°$

Задача:

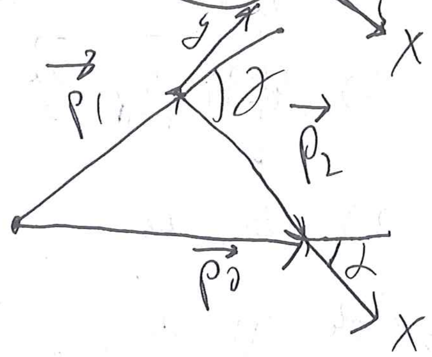


$V_\parallel = V_0\cos\alpha = V_0\cdot\sqrt{1-\frac{b^2}{4R^2}} =$

$= \frac{V_0}{2R}\cdot\sqrt{4R^2-b^2}$

ЗСИ: $p_0^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos\gamma$

ЗСЭ: $\frac{p_0^2}{2m} = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + \Delta E \Rightarrow$ $\Big| \Rightarrow$



$\Rightarrow p_0^2 = p_0^2 - 2m\Delta E + 2p_1p_2\cos\gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow 2p_1p_2\cos\gamma = 2m\Delta E$; при этом:

~~$p_0 = p_0\cos\alpha = mV_x = mV_0 \ldots mV_x$~~

~~$p_1 = p_0\sin\alpha = mV_0\sin\alpha$~~

$p_2 = p_0\cos\alpha - p_1\cos\gamma$

$p_1\sin\gamma = p_0\sin\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow p_1 = \frac{p_0\sin\alpha}{\sin\gamma}$ $\Big| \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$p_0\cos\alpha - p_1\cos\alpha$~~

$\left(p_0\cos\alpha - p_0\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}\cos\gamma\right)\cdot\frac{p_0\sin\alpha}{\sin\gamma}\cdot\cos\gamma = m\Delta E \Rightarrow$

$\Rightarrow V_0^2\cdot\left(\frac{\sin\alpha\cos\alpha\cos\gamma}{\sin\gamma} - \frac{\sin^2\alpha\cos^2\gamma}{\sin^2\gamma}\right) = \frac{u^2}{3}f\left(\frac{V_0}{u}\cdot\frac{\sqrt{4R^2-b^2}}{2R}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow V_0^2\cdot\sin\alpha\cos\alpha\left(\operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}^2\gamma\right) = \frac{u^2}{3}f\left(\frac{V_0}{u}\frac{\sqrt{4R^2-b^2}}{2R}\right)^2$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!