70-61-17-29
(139.1)

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**
**имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант № 06

Место проведения Москва
город

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы!"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Гущенко Никиты Артемовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Сдал в 16 15

Дата
«3» апреля 2026 года

Подпись участника

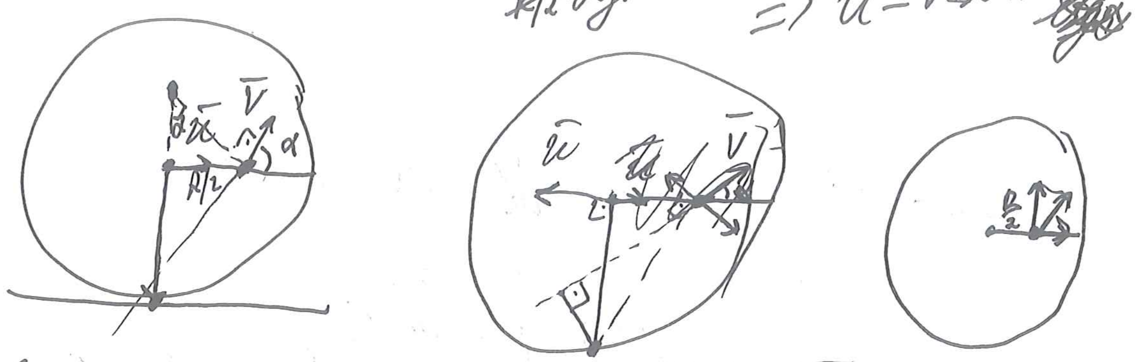
Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Черновик

№ 1

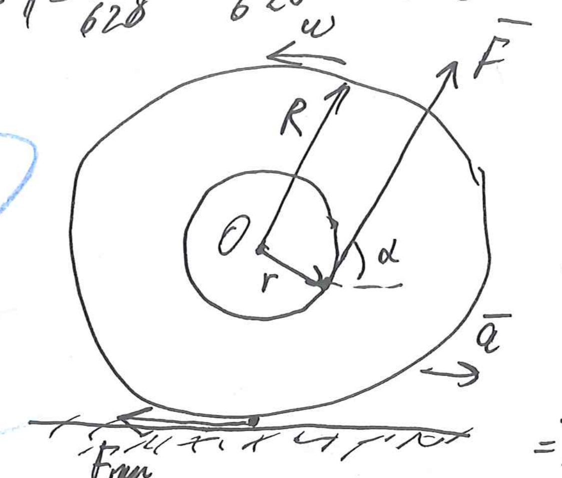
$\frac{u}{R/2 \cdot ctg\alpha} = \frac{v}{R/2}\sin\alpha \Rightarrow u = V \cancel{\sin\alpha} \frac{\cos\alpha}{\cancel{\sin\alpha}}$



$u = V\cos\alpha = V\sqrt{1-0,96^2} = V\sqrt{(1-0,96)(1+0,96)} = V \cdot 0,2 \cdot 1,4 = 0,28V$

$1,4 \times 0,2 = 0,28$

$\cancel{1 - \frac{2}{62,8} = 1 - \frac{20}{628} \approx \frac{628-20}{628} = \frac{608}{628} \approx 1}$



$\cancel{I\varepsilon = F_{тр}R + Fr}$

$\cancel{\frac{MR^2}{2}\varepsilon = F_{тр}R + F\cdot r}$

$\cancel{F\cos\alpha + F_{тр} = Ma}$

$\cancel{F_{тр} = MR\varepsilon + F\frac{r}{R}}$

$\cancel{\Rightarrow F\cos\alpha + MR\varepsilon - F\frac{r}{R} = Ma}$

$\cancel{a = R\varepsilon \Rightarrow 2Ma = F(\cos\alpha - \frac{r}{R})} < 0$

$I\varepsilon = Fr - F_{тр}R = MR^2\varepsilon \Rightarrow F_{тр} = F\frac{r}{R} - MR\varepsilon$

$\Rightarrow 2Ma = F_{тр} - F\cos\alpha = F\frac{r}{R} - Ma - F\cos\alpha$

$\Rightarrow 3Ma = F(\frac{r}{R} - \cos\alpha)$

$\frac{MR^2}{2}\cdot\varepsilon = F_{тр}R - F\cdot r \Rightarrow F_{тр} = \frac{Ma}{2} + F\frac{r}{R}$

$\Rightarrow Ma = F\cos\alpha - \frac{Ma}{2} - F\frac{r}{R}$

$\frac{42-10}{240}\cdot\frac{5}{2} = \frac{62}{2}\cdot\frac{5}{240} = \frac{31}{48}$

$24 \times 3$; $240 : 5 = 48$



70-61-17-29 (139.1)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| N | 1 | 2 | 3 | 4 | Σ |
| T | 5 | 5 | 5 | 1 | 16 |
| 3 | 20 | 9 | 6 | 2 | 37 |

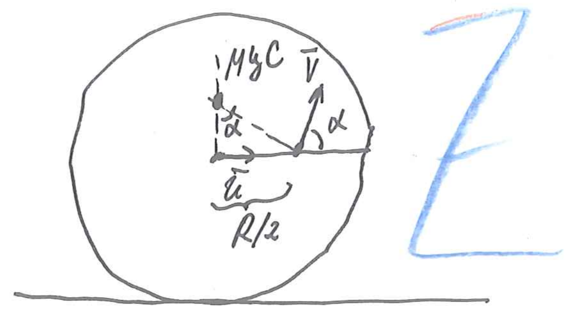
53



Чистовик

№ 1

~~В~~ Ответ на вопрос: Найдём МЦС, найдя пересечение перпендикуляров ~~...~~, проведенных от точек центра диска и ~~края~~ точки на середине радиуса (+ векторы ск-тей)

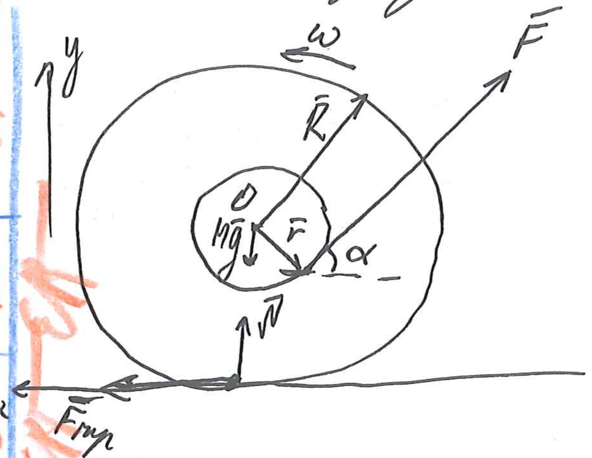


Тогда в этот момент верно соотношение: $\frac{u}{\frac{R}{2}ctg\alpha} = \frac{V}{\frac{R}{2}}\cdot\sin\alpha \Rightarrow u = V\cos\alpha$

$\boxed{u = V\sqrt{1-0,96^2} = V\sqrt{(1-0,96)(1+0,96)} = 0,28V}$

Ответ: $u = 0,28V$

Решение задачи:



запишем ур-ние динамики вращ. движ.:

$I_\Sigma\varepsilon = \Sigma M_F$

$I_\Sigma\varepsilon = Fr - F_{тр}R$

(здесь предполагаем, что вращение против часовой)

Момент инерции однор. цилиндра отн. оси через ц.м.: $I_0 = \frac{mR^2}{2}$. В нашей задаче таких цилиндра два $\Rightarrow I_\Sigma = 2\cdot\frac{mR^2}{2} = mR^2$. Но $m = \frac{M}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow I_\Sigma = \frac{MR^2}{2} \Rightarrow \frac{MR^2}{2}\varepsilon = Fr - F_{тр}\cdot R \Rightarrow F_{тр} = F\frac{r}{R} - \frac{MR\varepsilon}{2}$

II з.Н. (Ox): $Ma_x = F_{тр} - F\cos\alpha = F\frac{r}{R} - \frac{MR\varepsilon}{2} - F\cos\alpha$

Т.к. движ. без проскальзывания $\Rightarrow a_x = \varepsilon R$

$\Rightarrow \frac{3}{2}Ma_x = F(\frac{r}{R} - \cos\alpha)$

Чистовик

№1 (продолжение)

Тогда $a_x = \frac{2F}{3M}\left(\frac{r}{R} - \cos\alpha\right)$

Подставим соотношения из условия:

$\boxed{a_x = \frac{2}{3M}\cdot\frac{5}{8}Mg(0{,}48 - 0{,}28) = \frac{5}{12}\cdot\frac{2}{10}g = \frac{g}{12}} > 0$

~~Ответ~~ т.е. движение влево с уск. $\frac{g}{12}$.

II з.Н (Oy): $N + F\sin\alpha = Mg \Rightarrow N = Mg - F\sin\alpha$

Тогда: $F_{тр} \le \mu N = \mu(Mg - F\sin\alpha)$

$\Rightarrow F\frac{r}{R} - \frac{Ma_x}{2} \le \mu(Mg - F\sin\alpha)$

$\Rightarrow \mu \geq \frac{F\frac{r}{R} - \frac{Mg}{24}}{Mg - F\sin\alpha}$

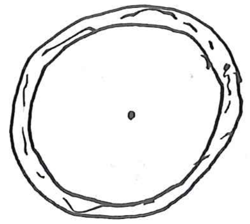
Подставим соотношения:

$\mu \geq \frac{\frac{5}{8}Mg\cdot 0{,}48 - \frac{Mg}{24}}{Mg - \frac{5}{8}Mg\cdot 0{,}96} = \frac{\frac{5}{8}\cdot\frac{48}{100} - \frac{1}{24}}{1 - \frac{5}{8}\cdot\frac{96}{100}} = \frac{\frac{6}{20} - \frac{1}{24}}{1 - \frac{12}{20}} =$

$= \frac{\frac{3}{10} - \frac{1}{24}}{1 - \frac{3}{5}} = \boxed{\frac{31}{48}}$

Ответ: влево; $a = \frac{g}{12}$; $\mu \geq \frac{31}{48}$

№2



Ответ на вопрос: давление внутри отличается от внешнего на $2\cdot\frac{2\sigma}{R}$ (из формулы Лапласа для внеш. и внутр. плёнки) т.е. $\boxed{\frac{4\sigma}{R}}$

Ответ: $\frac{4\sigma}{R}$

+



ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

№2

$\frac{4\sigma}{R}$

ΔU плёнки (внутр.)

$A_{газ} = -\nu RT\cdot\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$; $\Delta U = \sigma\Delta(2\sigma\cdot 4\pi R^2) = 8\sigma\pi R^2$

$\delta A_{вн} = -p_A dV$ $\quad dV = 4\pi r^2 dr$

работа атм. давления

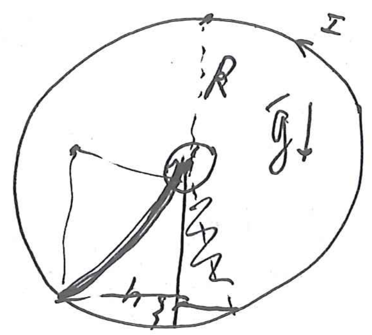
$\Rightarrow A_{вн} = -p_A\cdot 4\pi\int_{r_1}^{R} r^2 dr = -4p_A\pi\frac{R^3 - r_1^3}{3}$

$A = +\nu RT\ln\frac{V_2}{V_1} + 8\sigma\pi R^2 - \frac{4}{3}p_A\pi(R^3 - r_1^3)$

№3

$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{a^2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{2\pi a}{a^2} = \frac{\mu_0 I}{2a}$

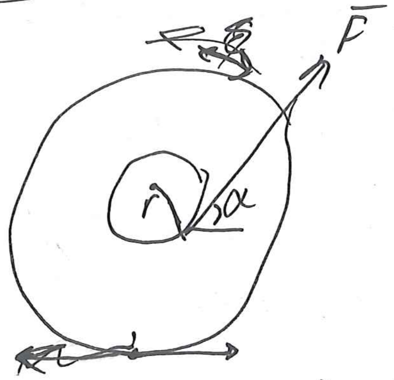

$I = \frac{Q}{\tau}$ $\quad \frac{6{,}28}{3{,}14}$




$\gamma = \frac{q}{m}$

$\frac{\sqrt{20}\;0{,}04\cdot 0{,}628}{4\pi\cdot 2414\cdot 10^{-10}} \approx \frac{0{,}02\sqrt{20}\cdot 3{,}14}{4\cdot 3{,}14\cdot 2414\cdot 10^{-10}}$

$\frac{0{,}2\sqrt{20}}{4\pi\cdot 2414}\cdot 10^{10}$




~~$I\varepsilon = Fr + F_{тр}R = \frac{MR^2}{2}\varepsilon$~~

~~$\Rightarrow F_{тр} = \frac{MR\varepsilon}{2} - F\frac{r}{R}$~~

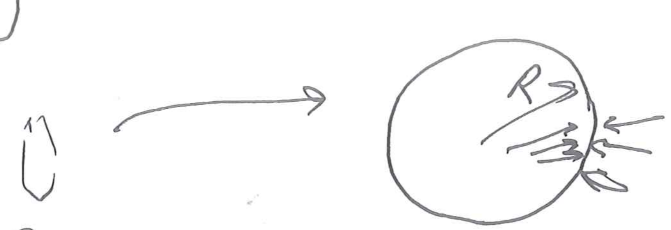
$F_{тр}R - Fr = \frac{MR^2}{2}\varepsilon$

$\Rightarrow F_{тр} = F\frac{r}{R} + \frac{Ma_x}{2}$

$\Rightarrow Ma_x = F\cos\alpha - F\frac{r}{R} - \frac{Ma_x}{2}$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик



$U_1 \approx 0$ $\qquad U_2 \approx -2\sigma\cdot 4\pi R^2$

~~Работа по ра~~ энерг. баланс для плёнки пузыря:

$A_{вн} = \Delta E$

$\nu RT\ln\frac{V_2}{V_1} - \int p_a dV = -8\sigma\pi R^2$

$\frac{4\sigma}{r}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3 = \nu R_i T$

$\Rightarrow r^2(\nu) = \frac{3R_iT}{16\pi\sigma}\cdot\nu$

$A_{возд}$: $\delta A_{возд} = p\cdot dV = \frac{4\sigma}{r}\cdot 4\pi r^2 dr =$

$= 16\pi\sigma r dr$

$\Rightarrow A_{возд.} = 8\pi\sigma(R^2-r^2)$

$\Delta W = \Delta(\nu R_2 T) C_V = C_V \Delta(C_V\nu T) = C_V T\Delta\nu$

$\begin{cases} \frac{16\sigma\pi}{3} r^2 = \nu_0 R_2 T \\ \frac{16\sigma\pi}{3}R^2 = \nu R_2 T \end{cases} \Rightarrow T\Delta\nu R_2 = \frac{16\sigma\pi}{3}(R^2-r^2)$

$\Rightarrow \Delta W = \frac{C_V}{R_2}\cdot\frac{16\sigma\pi}{3}(R^2-r^2)$

$A_{min} = \Delta U + A_{атм} = -8\sigma\pi R^2 + \frac43 p_a\pi R^3 =$

$\frac{100\cdot10^3}{3}\cdot4\cdot10^{-2} - 2\cdot 0{,}1\cdot4\cdot10^{-2} = 4\pi R^2\left(\frac{p_aR}{3} - 2\sigma\right)$

$= 2\cdot4\cdot10^{-2}\left(\frac{50\cdot10^3\cdot4\cdot10^{-2}}{3} - 0\right) \approx$

$\frac{200\cdot10}{3} - 2\cdot0{,}04 = 0{,}08$ $\approx \frac{400}{3}\cdot10 \approx \frac{4000}{3}\approx 1333$ Дж



ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

70-61-17-29 (139.1)

Чистовик

№2 (продолжение)

Решение задачи:

~~Работа, чтобы увеличить плёнку пузыря в отсутствии внешних~~

Изменение поверхностной энергии:

$\Delta U = -\sigma\Delta S = -2\sigma\cdot4\pi(R^2-r^2) = -8\pi(R^2-r^2)\sigma$

Здесь обозначим изнач. радиус пузыря за $r$ $(r<<R)$

Работа сил атмосферного давления:

$A_{атм} = -p_a\int dV = -p_a\cdot4\pi\int_r^R r^2dr = -\frac43\pi p_a(R^3-r^3)$

~~Работа газа внутри пузыря:~~

$\cancel{A_2 = -\nu R_2 T\ln\frac{V_2}{V_1} = -\nu R_2T\ln\left(\frac{R^3}{r^3}\right)}$

Тогда при $r=0$ энерг. баланс:

$A_{min} = -8\sigma\pi R^2 + \frac43 p_a\cdot\pi R^3 = 4\pi R^2\left(\frac{p_aR}{3} - 2\sigma\right)$

Заметим, что $\frac{p_aR}{3} >> 2\sigma \Rightarrow \boxed{A_{min}\approx\frac43 p_a\pi R^3} =$

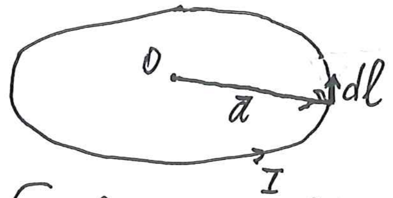
$= \frac43\cdot100\cdot10^3\cdot3{,}14\cdot(4\cdot10^{-2})^3 \approx 4\cdot100\cdot10^3\cdot4^3\cdot10^{-6} =$

$= 4^4\cdot10^5\cdot10^{-6} = 4^4\cdot10^{-1}\approx 256\cdot10^{-1}\approx \boxed{25{,}6\ Дж}$

Ответ: $A_{min}\approx 25{,}6$ Дж

№ 3

Ответ на вопрос: пустим ток против часовой стрелки. Закон Био-Савара-Лапласа для элемента тока:



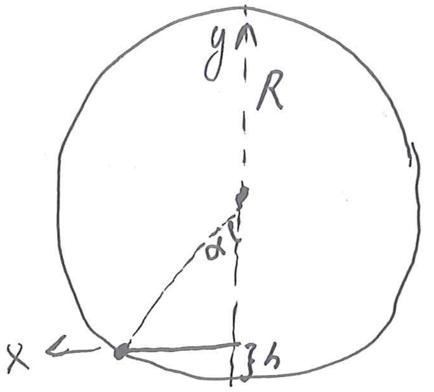

$d\vec B = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I[d\vec l\times\vec r]}{r^3}$ +

$\Rightarrow \boxed{B_0 = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2}\int dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2}\cdot 2\pi a = \frac{\mu_0 I}{2a}}$ Ответ: $B_0 = \frac{\mu_0 I}{2a}$

чистовик

№ 3 (продолжение)

Решение задачи:




ЗСЭ до центра:

$\frac{mv_0^2}{2} = mgR \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gR}$

$\vec{}$ ск-ть в центре.

В момент протекания тока $I = \frac{Q}{\tau}$ магнитное поле в центре равно $B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 Q}{2R\tau}$. Тогда сила Лоренца

в этот момент $F_Л = qB \cdot v_0 = \frac{\mu_0 q Q}{2R\tau} v_0$. +

За время $\tau$ частица отклонится на угол $\alpha$, а ~~тогда~~ модуль ск-ти изменится незначительно. ЗИ: $mv_0(\cos\alpha - 1) = \cancel{mg\tau} - F_Л \tau \sin\alpha$ ?

$\Rightarrow mv_0(\cos\alpha - 1) = \cancel{mg\tau} - \frac{\mu_0 q Q v_0}{2R}\sin\alpha$

~~Угол $\alpha$ мал $\Rightarrow$ $m v_0 \frac{\alpha^2}{2} \approx \frac{\mu_0 q Q v_0}{2R}\cdot\alpha$~~
~~$(h \ll R)$~~

~~$\Rightarrow \alpha \approx \frac{\mu_0 q Q}{mR}$~~

~~Далее - свободное падение с уск. g:~~

~~$\begin{cases} y(t) = v_0\cos\alpha t - \frac{gt^2}{2} \\ x(t) = v_0 \sin\alpha t \rightarrow \text{смещение по } x \text{ мало} \end{cases}$~~

~~Из~~ ~~этого~~ Смещение по x мало:

$\cos\alpha \approx \frac{R-h}{R} \Rightarrow \sin\alpha \approx \frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R}$

$\Rightarrow m\cancel{v_0}\frac{h}{R} \approx \frac{\mu_0 q Q \cancel{v_0}}{2R^2}\sqrt{h(2R-h)}$

$\Rightarrow mh \approx \frac{\mu_0 q Q}{2R}\sqrt{h}\sqrt{2R-h}$





черновик


$\frac{mv_0^2}{2} = mgR \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gR}$

$I = \frac{Q}{\tau}$

$F_Л = qBv_0 = qv_0\frac{\mu_0 I}{2R} = q v_0 \frac{\mu_0}{2R}\frac{Q}{\tau}$

$mv_0(\cos\alpha - 1) = F_Л \tau \sin\alpha$

$\cos\alpha = \frac{R-h}{R}$ $\sin\alpha = \sqrt{\frac{R^2-(R-h)^2}{R^2}} = \frac{\sqrt{R^2 - R^2 + 2Rh - h^2}}{R} = \frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R}$

$m\cancel{v_0}\left(1 - \frac{h}{R} - 1\right) = -q\cancel{v_0}\frac{\mu_0 Q}{2R}\frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R}$

$\Rightarrow \frac{mh}{R} = \frac{q\mu_0 Q\sqrt{h(2R-h)}}{2R^2}$

$\Rightarrow \gamma = \frac{q}{m} = \frac{2Rh}{\mu_0 Q\sqrt{h(2R-h)}} \approx \frac{2R\sqrt{h}}{\mu_0 Q \sqrt{2R}}$

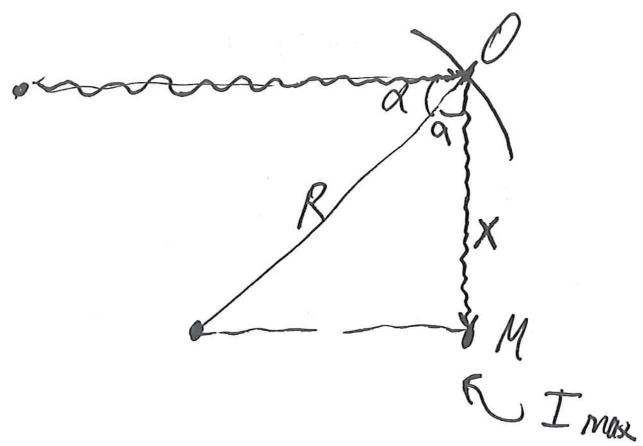
$\frac{2\cdot 62{,}8\cdot 10^{-2}\cdot\sqrt{2\cdot 10^{-2}}}{4\pi\cdot 10^{-8}\cdot 2414\cdot 10^{-3}}$

$\frac{62{,}8}{2} \quad 12{,}56$

$k$ ~~...~~ $= 2\pi h$

$\Rightarrow \frac{2\pi}{1} = 2\pi h$

$\Rightarrow x = \ell h$




$I_{max} = I$

$\sqrt{2}$

$4 \cdot 2414 = 9656$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

70-61-17-29 (139.1)

Чистовик

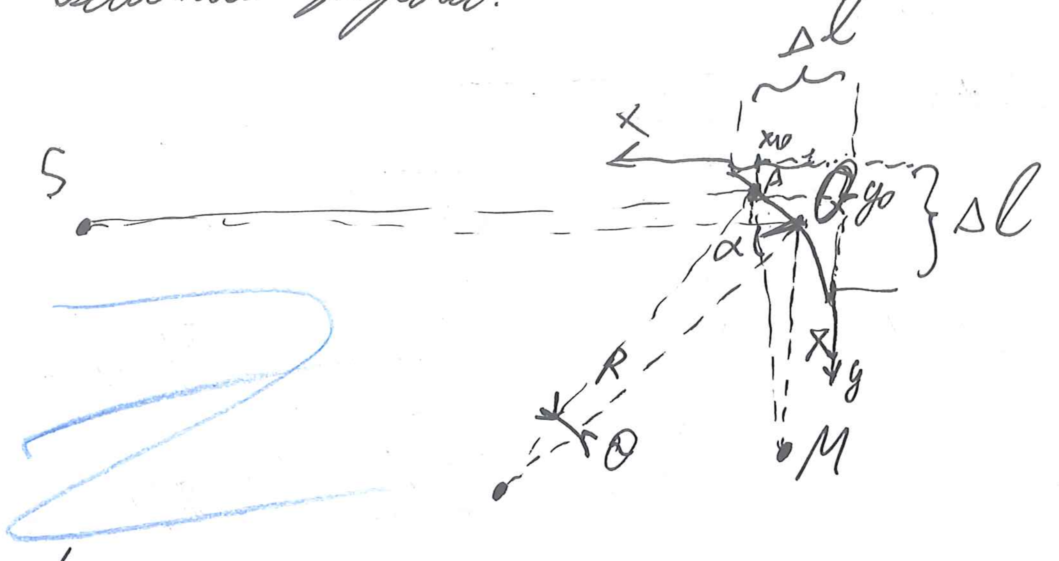
№3 (продолжение)

$$\Rightarrow \left[ j \approx q/m \approx \frac{2hR}{Q\mu_0\sqrt{h}\sqrt{2R-\cancel{h}}} = \frac{2}{Q\mu_0}\sqrt{h}\cdot\frac{\sqrt{R}}{\sqrt{2}} \approx \right.$$

$$\approx \boxed{\frac{\sqrt{2hR}}{\mu_0 Q}} = \frac{\sqrt{2\cdot 0{,}02\cdot 62{,}8\cdot 10^{-2}}}{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2414\cdot 10^{-3}} \Leftarrow \text{Ответ}$$

№4

Решение задачи:




Максимальная амплитуда ⇒ максимальная интенсивность ⇒ $\Delta d = n\cdot\lambda$ - оптическая разность хода двух лучей, где $n = 1, 2, 3, 4, \ldots$

Пусть расстояние $SO = L$, $OM = x$.

~~$\Rightarrow d_1 = \sqrt{L^2+x^2} \approx L\left(1+\frac{x^2}{2L^2}\right)$~~

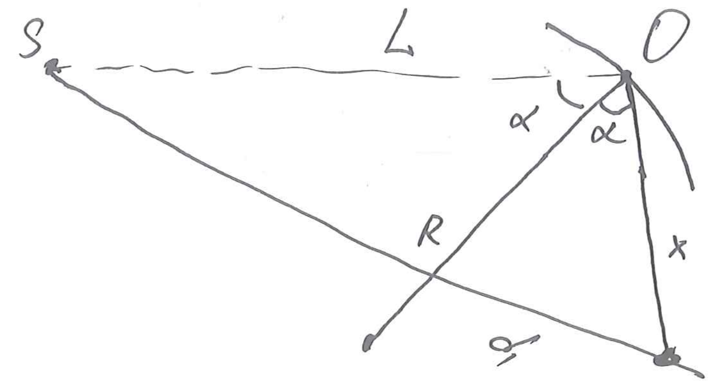
~~Пусть волна попадает на стенку в точке с координатами $(x_0, y_0)$ - A~~

~~$SA = \sqrt{\left(L-\left(x_0-\frac{\Delta l}{2}\right)\right)^2+\left(\frac{\Delta l}{2}-y_0\right)^2}$~~

~~$MA =$~~

Чистовик

№4 (продолжение)




$$d_1^2 = L^2 + x^2 - 2Lx\cos 2\alpha$$

$$\Delta d = L + x - \sqrt{L^2 + x^2 - 2Lx\cos 2\alpha} = n\lambda$$

$$L + x - L\sqrt{1 + \left(\frac{x}{L}\right)^2 - \frac{2x\cos 2\alpha}{L}} = n\lambda$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow L + x - L\sqrt{1 + \left(\frac{x}{L}\right)\left(\frac{x}{L} - 1\right)} = n\lambda$$

$$L + x - L\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{x}{L}\right)\left(\frac{x}{L} - 1\right)\right) \approx n\lambda$$

$$\Rightarrow x - \frac{L}{2} \cdot \frac{x}{L}\left(\frac{x}{L} - 1\right) \approx n\lambda$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{x^2}{2L} + \frac{x}{2} = n\lambda \\ n = 1 \end{cases}$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{x^2}{2L} = \lambda$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2L} - \frac{3}{2}x + \lambda = 0$$

$$D = \frac{9}{4} - \frac{4 \cdot \lambda}{2L} = \frac{9}{4} - \frac{2\lambda}{L}$$

$$x = \frac{\frac{3}{2} \pm \frac{3}{2}\left(1 - \frac{8\lambda}{2 \cdot 9L}\right)}{\frac{1}{L}}$$

$$L + x - L\left(1 - \frac{x}{2L}\right) \approx \lambda n \Rightarrow L + x - L + \frac{x}{2} \approx \lambda n$$

$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \boxed{x \approx \frac{2}{3}\lambda n = \frac{2}{3}\frac{cn}{\nu}}$$

$n = 1, 3, 3, \ldots$

$$\boxed{x = \frac{2}{3} \cdot \frac{340}{48 \cdot 10^3} = \frac{3417}{6 \cdot 100} = \frac{17n}{600}\text{ м}}$$ ← Ответ

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!



Чистовик

№4

Ответ на вопрос:
Свет ~~должен~~ распространяться прямолинейно, равномерно во всех направлениях.

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!