



81-32-14-88
(139.2)



Выход 15²²
Вернулся 15²⁵
Андр
+ с деп лист

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

сдал 16 - 14
Ф -

Вариант 06

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

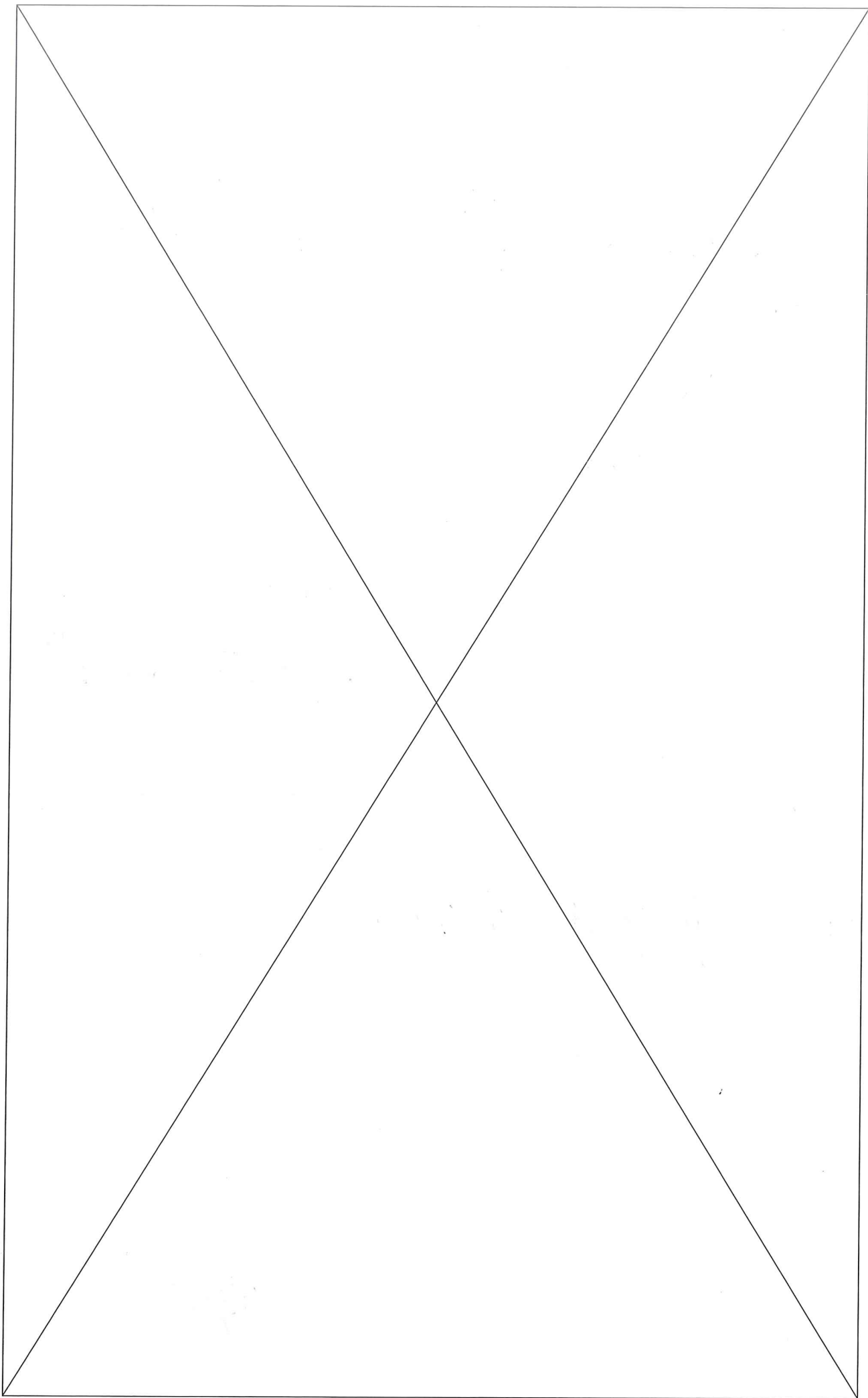
Олимпиада школьников "Токори Воробьевы Горы!"
наименование олимпиады

по Физике
профиль олимпиады

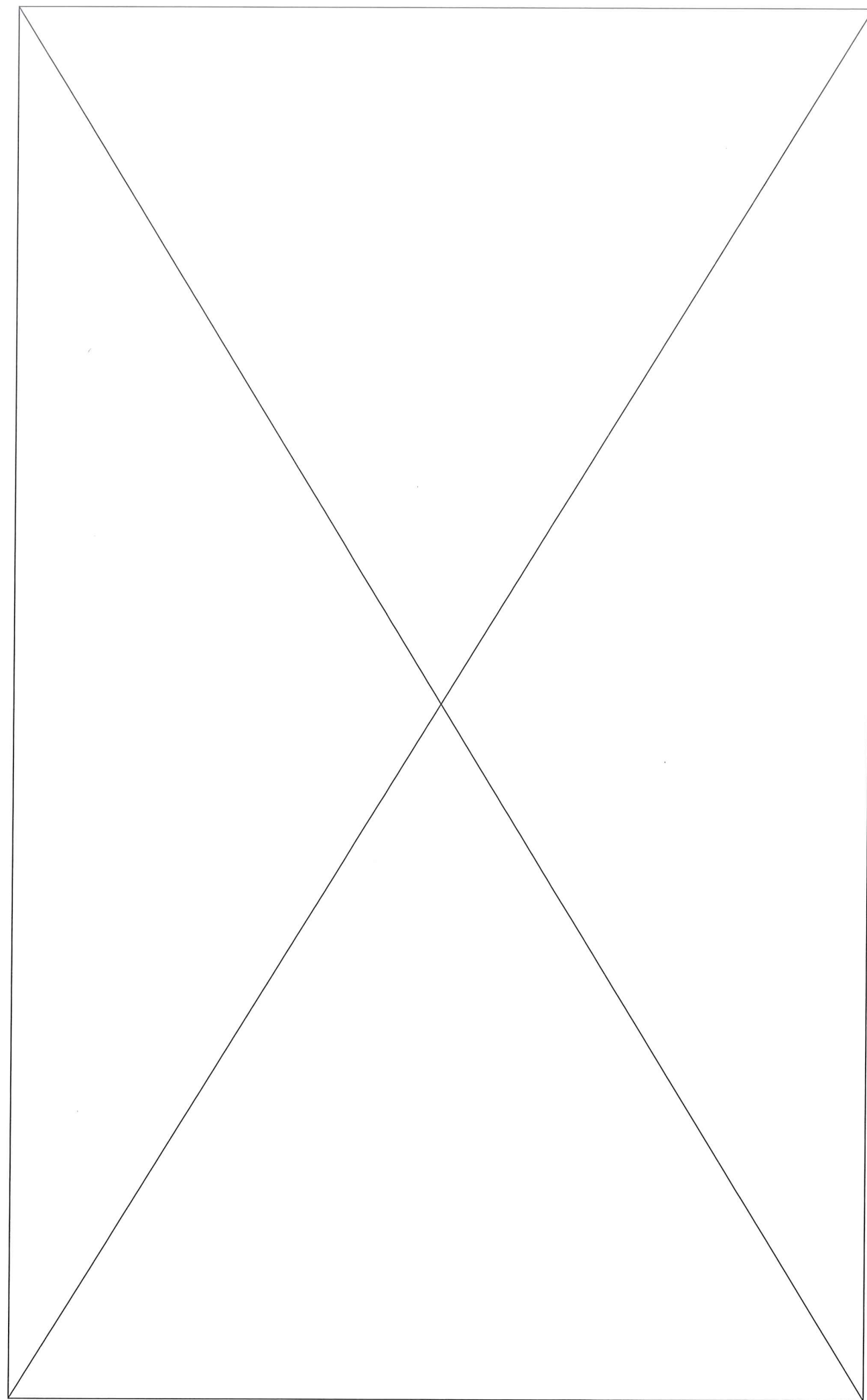
Уривского Арсения Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«03» апреля 2026 года

Подпись участника
Андр



Выполнять задания на титульном листе запрещается!



Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Числовик Задача.

$\nu = 8 \text{ кГц}; c = 340 \text{ м/с}; R = 30 \text{ м};$
 $h \approx l \approx 1,5 \text{ м}; \alpha = 30^\circ;$ микрофон
 принимает звук с макс амплитудой. $\rho = ?$

Решение.
 λ - длина волны; $c = \lambda \nu \Rightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} \approx 4,25 \text{ см}$

$\lambda \ll h; \lambda \ll l.$ Рассм. ^{вспомогательную} задачу:
 S^* - точечный иср. света

часть сферического зеркала (R)
 формула сферич. зеркала;

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$a \gg R; \Rightarrow \frac{2}{R} \approx \frac{1}{b}$$

$$\Rightarrow b \approx \frac{R}{2} \approx 15 \text{ м}$$

(Для цилиндрич. зеркала изображение будет там же, ведь их радиусы в одном из сечений совпадают). Вернёмся к задаче:

Каждём "изображение" источника волн в таком "зеркале" (так можно сделать, т.к. по усл. помощником можно пренебречь \Rightarrow отражённые волны присутствуют).

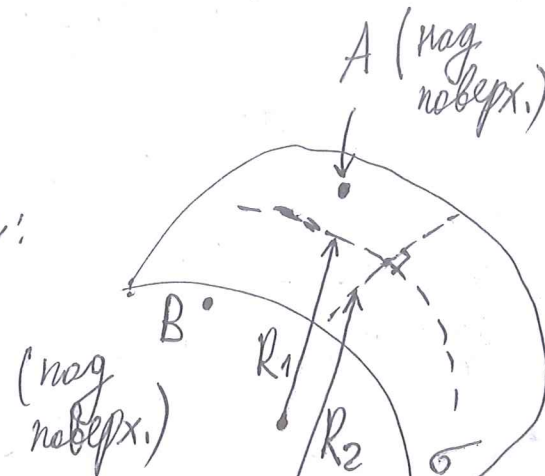
Продолжение с.м. на след. листе.

81-32-14-88
(139.2)

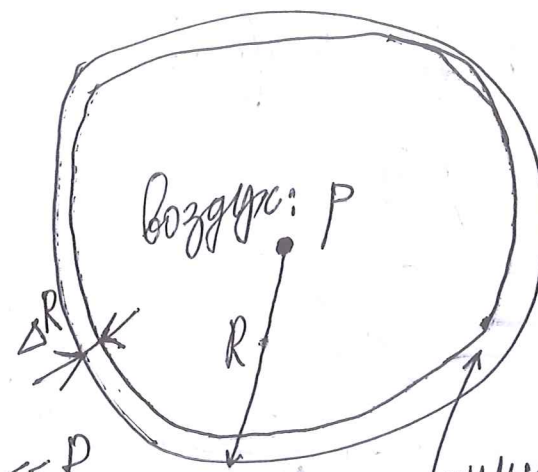
Числовик Задача 2.

Вопрос:

для любой поверхности:
 Перепад давл. по формуле Лапласа:
 $P_B - P_A = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$



Теперь рассм. пузырь:



воздух: P_A

$\Delta R \ll R.$
 (пузырь тонкостенный)

мыльный раствор: P_m

$$P - P_m = \frac{2\sigma}{R - \Delta R}$$

$$P_m - P_A = \frac{2\sigma}{R}$$

$$\Rightarrow P - P_A = \frac{2\sigma}{R - \Delta R} + \frac{2\sigma}{R}$$

$$\Delta R \ll R \Rightarrow \frac{2\sigma}{R - \Delta R} \approx \frac{2\sigma}{R}$$

$$\Rightarrow P - P_A = \frac{4\sigma}{R}$$

Задача: $R = 4 \text{ см}; \sigma = 0,04 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; P_A = 100 \text{ кПа}.$
 $A_{\text{min}} = ?$

Решение:

Промежуточный момент: радиус пузыря r;

7	2	3	4	5	6
+	5	5	5	5	5
+	3	20	10	10	10

72

(Самое глупое)

числовик
pA

дана, внутри: $p(r) = p_A + \frac{4\sigma}{r}$ (+)



Площадь внутр. пов-ти \approx Площадь внешней пов-ти = S;

$S = 4\pi r^2$; Пусть радиус элементарной пов-ти = dr;
 $\Rightarrow \delta A_{атм} = -p_A S dr$; $\delta A = p(r) \cdot S \cdot dr$

$\delta A = (p_A + \frac{4\sigma}{r}) \cdot 4\pi r^2 \cdot dr$

$A_{min} = \int \delta A = \int_0^R (p_A + \frac{4\sigma}{r}) \cdot 4\pi r^2 \cdot dr = 4\pi \cdot (p_A \cdot \frac{R^3}{3} + 4\sigma \cdot \frac{R^2}{2})$

$A_{min} = p_A \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 + 8\pi\sigma R^2$

$A_{min} \approx 100000 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{4^3}{100^3} \text{ Дж} + 8\pi \cdot \frac{4}{100} \cdot \frac{4^2}{100^2} \text{ Дж} =$
 $= \frac{4^4\pi}{30} \text{ Дж} + \frac{8 \cdot 4^3\pi}{10^6} \text{ Дж} = (\frac{256\pi}{30} + \frac{512\pi}{10^6}) \text{ Дж} \approx$

$\approx 26 \text{ Дж} + 1,6 \text{ мДж} \approx 26 \text{ Дж}$

ответ: $A_{min} = p_A \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 + 8\pi\sigma R^2 \approx 26 \text{ Дж}$

Задача 1.

Вопрос:

точка на серед. радиуса: V; $\alpha = \arcsin(0,96) \approx 73,74^\circ$

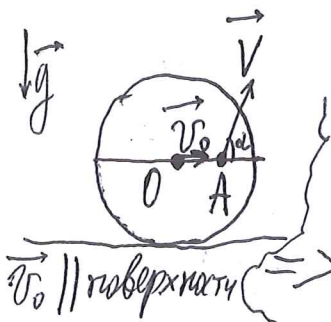
$v_0 = ?$

Решение.

гуск неискрив; $\Rightarrow |OA| = \text{const}$;

$\Rightarrow \frac{d}{dt}(|OA|) = 0$; $\Rightarrow V \cos \alpha - v_0 = 0$;

$v_0 = V \cos \alpha = V \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$



$\text{ctg} \Delta \varphi \approx 3,2 \Rightarrow \text{tg} \varphi \approx \frac{1}{3,2} \approx 0,31$

$\Delta \varphi = \arctg 0,31 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

Также подх. $-\Delta \varphi$; \Rightarrow

$\gamma \frac{\mu_0 R}{2R} = \pm \arctg 0,31 + \pi k$

$\gamma = \frac{2R}{\mu_0 R} \cdot (\pm \arctg 0,31 + \pi k)$

$\Delta \varphi \approx \pm \arctg 0,31 + \pi k \Rightarrow \gamma \approx \frac{(\pm \arctg 0,31 + \pi k) \cdot 2R}{\mu_0 R}$
 Ответ: $\gamma = \frac{2R}{\mu_0 R} (\pm \arctg 0,31 + \pi k), \quad k \in \mathbb{Z}$

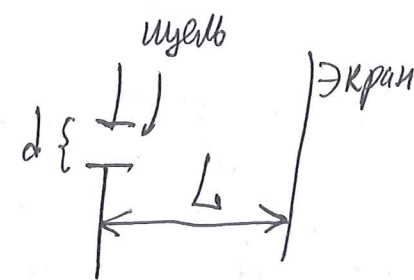
$\gamma \approx (\frac{\pm \sqrt{2+1}}{8} + \pi k) \cdot \frac{10^6}{\sqrt{2+1}} \frac{\text{Кл}}{\text{Кл}} \approx \pm 1,125 \cdot 10^5 + \frac{\pi}{\sqrt{2+1}} \cdot 10^6 k \frac{\text{Кл}}{\text{Кл}}$

$\gamma \approx \pm 1,125 \cdot 10^5 \frac{\text{Кл}}{\text{Кл}} + \frac{10^6 \pi}{\sqrt{2+1}} k \frac{\text{Кл}}{\text{Кл}}, \quad k \in \mathbb{Z}$

Задача 4.

Вопрос:

При возможной дифракции (длина волны λ)



Дифракционный параметр: $p = \frac{d^2}{\lambda L}$

При $p \gg 1$ применимо приближ. геометр. оптики.

(d - характерный размер препятствия)

Геом. оптики получ. из волновой теории переходом $\lambda \rightarrow 0$.

$$\operatorname{ctg} \Delta\varphi = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{R} \left(\frac{x^2}{4R} - (R-\Delta h) \right)}}{x} \cdot 2R \quad \text{числовик}$$

$$\operatorname{ctg} \Delta\varphi = \frac{1}{x} \left(-2R \pm \sqrt{4R^2 - 4R^2 \left(\frac{x^2}{4R^2} - \frac{R-\Delta h}{R} \right)} \right)$$

$$\operatorname{ctg} \Delta\varphi = \frac{1}{x} \left(-2R \pm \sqrt{4R^2 - x^2 + 4R(R-\Delta h)} \right)$$

$$\operatorname{ctg} \Delta\varphi = \frac{-2R \pm \sqrt{8R^2 - 4R\Delta h - (2R-\Delta h)\Delta h}}{\sqrt{(2R-\Delta h)\Delta h}}$$

Выборили x так, что $\operatorname{ctg} \Delta\varphi > 0$
 Также $\Delta\varphi$ могут реализовываться
 $-\Delta\varphi$ (откл. влево, а не вправо), т.е. γ ; решаем
 также авт-ав и $-\gamma$.

$$\operatorname{ctg} \Delta\varphi = \frac{\sqrt{8R^2 - 6R\Delta h + (\Delta h)^2} - 2R}{\sqrt{2R\Delta h - (\Delta h)^2}}$$

$$\Delta\varphi = \gamma \cdot \frac{\mu R}{2R}$$

$$\operatorname{ctg} \Delta\varphi = \frac{\sqrt{8 \cdot 62,8^2 - 6 \cdot 62,8 \cdot 2 + 2^2} - 2 \cdot 62,8}{\sqrt{2 \cdot 62,8 \cdot 2 - 2^2}} =$$

$$\frac{2\sqrt{2} \cdot 62,8 \cdot \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 62,8}{8 \cdot 62,8} + \frac{2^2}{8 \cdot 62,8^2}} - 2 \cdot 62,8}{2 \cdot \sqrt{62,8} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4 \cdot 62,8}}} =$$

$$\approx \frac{2\sqrt{2} \cdot 62,8 \left(1 - \frac{6}{8 \cdot 62,8}\right) - 2 \cdot 62,8}{2\sqrt{62,8} \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 62,8}\right)} \approx \frac{2 \cdot 62,8 \cdot (\sqrt{2} - 1)}{2\sqrt{62,8}} =$$

$$= \sqrt{62,8} (\sqrt{2} - 1) \approx 8,04 \approx 3,2; \quad \operatorname{tg} \Delta\varphi \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}-1} \approx \frac{\sqrt{2}+1}{8}$$

$$v_0 = V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,28V \quad \text{числовик}$$

$$\sqrt{1 - 0,96^2} = \sqrt{1 - 0,96} \cdot \sqrt{1 + 0,96} = \sqrt{\frac{4}{100}} \cdot \sqrt{\frac{196}{100}} = \frac{2 \cdot 14}{10 \cdot 10} = 0,28$$

Задача.

M ; R ; $r = 0,48R$; "крышки" рад, R огорожены;
 трубка рад. r левкава;

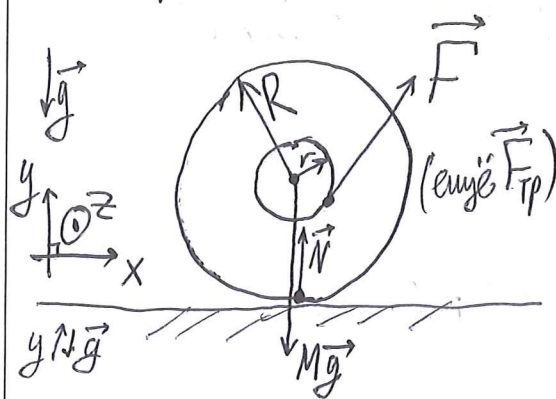
$F = \frac{5}{8} Mg$; $\alpha = \arcsin(0,96) \approx 73,74^\circ$;
 катушка не скользит, нить смотывается без
 проскальз.

в какую стр. и с какими ускор. а дин. ось $-$?
 При каком μ (коэфф. трения) это возможно?
 Решение.

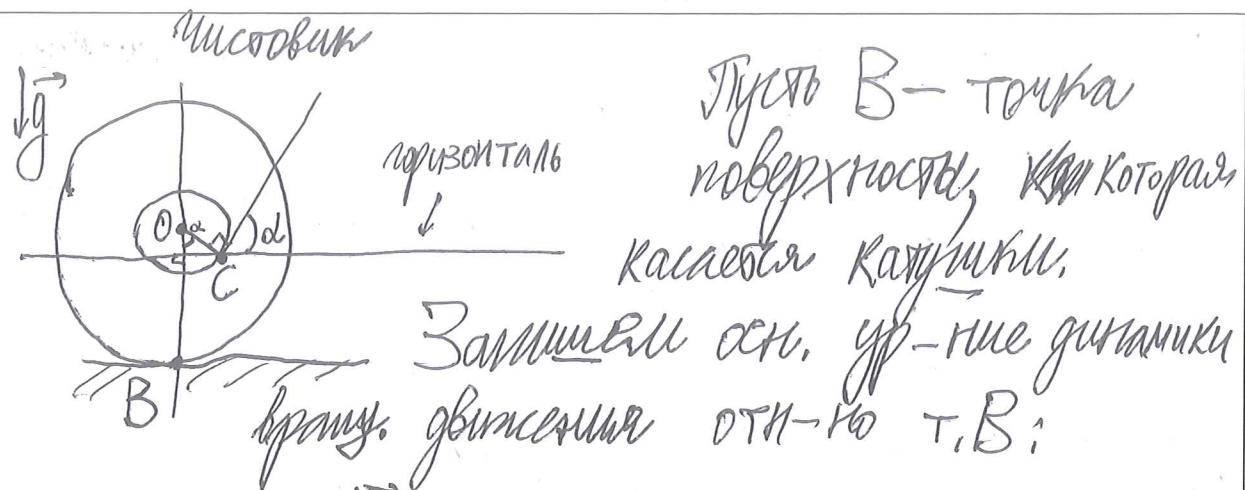
Из условия следует, что масса распред.
 равномерно по площади катушки, \Rightarrow

$J_0 = \frac{MR^2}{2}$ (момент инерции катушки отн.
 оси, \perp катушке и прох. через её центр).

т. Штейнера - Штейнера: $J = J_0 + Md^2$, где
 d - расб. между осями. Расил, силы:



(Записал все силы,
 кроме силы трения
 пока, т.к. пока
 не очевидно, куда она
 направ.)



Пусть B — точка поверхности, к которой касается катушка.

Заменим ось, ур-ние динамики вращ. движения отн-но т. B:

$\sum \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$, \vec{L} — моменты импульса.

$\vec{L} = \vec{J}_B \vec{\epsilon} = (J_0 + MR^2) \vec{\epsilon} = \frac{3MR^2}{2} \vec{\epsilon}$.

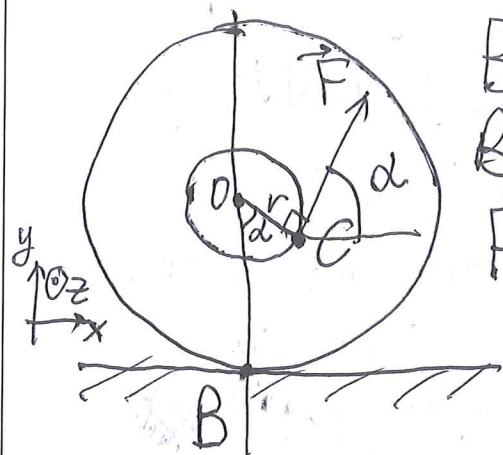
$\vec{\epsilon}$ — угл. ускор. катушки; $|\vec{\epsilon}| = \frac{a}{R}$.

$\vec{M}_{mg} = \vec{M}_N = \vec{M}_{F_{тр}} = \vec{0}; \Rightarrow \sum \vec{M} = \vec{M}_F$

$\vec{M}_F = [\vec{BC} \times \vec{F}] = [(BC_x \vec{e}_x + BC_y \vec{e}_y) \times (F_x \vec{e}_x + F_y \vec{e}_y)]$

$\vec{M}_F = BC_x \cdot F_y \cdot \vec{e}_z - BC_y \cdot F_x \cdot \vec{e}_z$

$\vec{M}_F = \vec{e}_z \cdot (BC_x \cdot F_y - BC_y \cdot F_x)$.

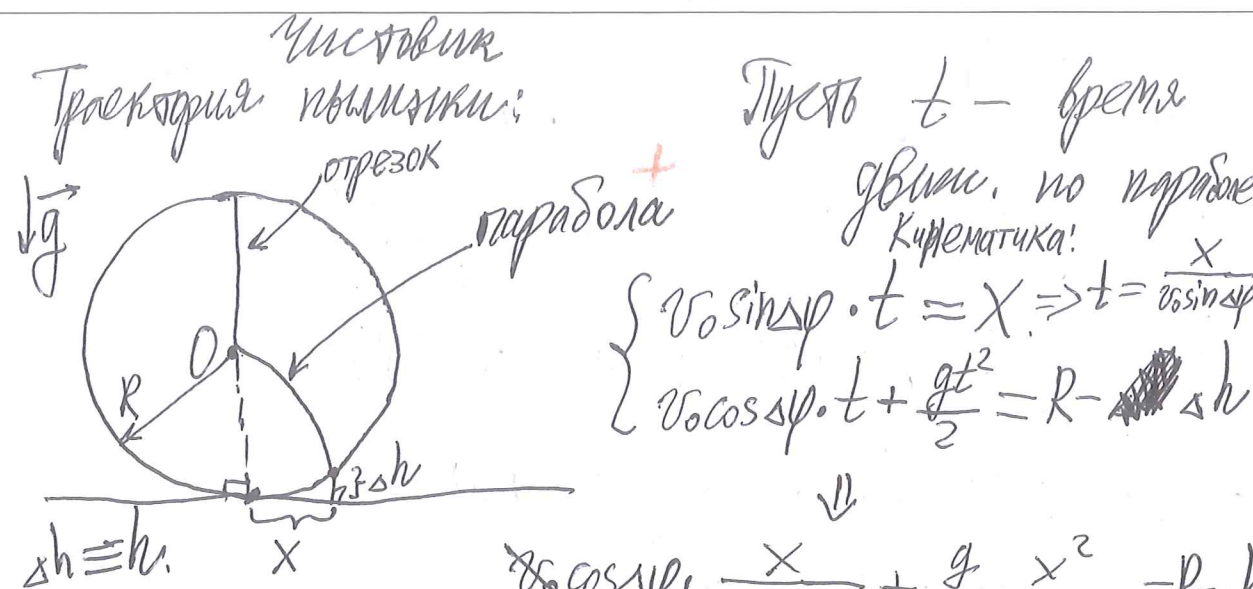


$BC_x = OC \cdot \sin \alpha = r \sin \alpha$

$BC_y = BO - OC \cdot \cos \alpha = R - r \cos \alpha$

$F_x = F \cos \alpha; F_y = F \sin \alpha$.

$\vec{M}_F = \vec{e}_z \cdot (r \sin \alpha \cdot F \sin \alpha - (R - r \cos \alpha) F \cos \alpha)$



Пусть t — время дви. по параболе кинематика:

$\begin{cases} v_0 \sin \varphi \cdot t = x \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \sin \varphi} \\ v_0 \cos \varphi \cdot t + \frac{gt^2}{2} = R - \Delta h \end{cases}$

$\frac{x}{v_0 \cos \varphi} + \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2 \sin^2 \varphi} = R - \Delta h$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow 1 + \text{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

$x \cdot \text{ctg} \varphi + \frac{gx^2}{2v_0^2} (1 + \text{ctg}^2 \varphi) = R - \Delta h$

$\frac{gx^2}{2v_0^2} \cdot \text{ctg}^2 \varphi + x \cdot \text{ctg} \varphi + \frac{gx^2}{2v_0^2} - (R - \Delta h) = 0$

$\text{ctg} \varphi = \frac{-x \pm \sqrt{x^2 - 4 \cdot \frac{gx^2}{2v_0^2} (\frac{gx^2}{2v_0^2} - (R - \Delta h))}}{2 \cdot \frac{gx^2}{2v_0^2}}$

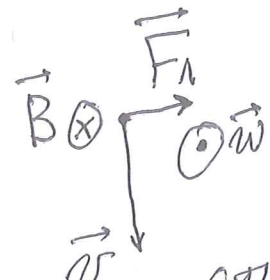
$v_0^2 = 2gR; x^2 = (2R - \Delta h) \Delta h$

$\text{ctg} \varphi = \frac{-x \pm x \cdot \sqrt{1 - \frac{2g}{v_0^2} (\frac{gx^2}{2v_0^2} - (R - \Delta h))}}{\frac{gx}{v_0^2} \cdot x}$

$\text{ctg} \varphi = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - \frac{2g}{2gR} (\frac{gx^2}{2 \cdot 2gR} - (R - \Delta h))}}{\frac{gx}{2gR}}$

Во время ^{мгновенного} протекания тока возникает магнитное поле, и на проволоку действует сила Лоренца:
 $\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}]$. $A_{F_L} = 0; \Rightarrow$ она не изменяет модуль скорости.

$\tau = 3 \text{ мс}$ — очень маленькое время;



за время τ сила \vec{F}_L ^{или} ~~незначительно~~ ^{незначительно} подействует на проволоку (в отличие от силы Лоренца)

\Rightarrow Будем считать, что за время τ (в течение всего импульса) модуль скорости проволоки остался постоянным. (Если не пренебрегать, то надо анализировать кривые зависимости \vec{v} от t .)

\Rightarrow 2ЗН: $\vec{F}_L = m\vec{a}$; $q[\vec{v} \times \vec{B}] = m[\vec{\omega} \times \vec{v}]$ при $\vec{v} \perp \vec{\omega}$ в скрещ. полях

нормальное ускор.

$q v B = m v \omega; \omega = \frac{qB}{m}$

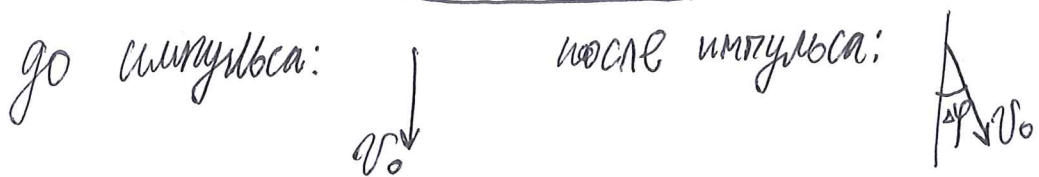
$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$; где φ — угол между скоростью и фиксир. напр.

$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ (см. ответ на вопрос)

$I = \frac{dQ}{dt}; \Rightarrow \frac{d\varphi}{dt} = \frac{q}{m} \cdot \frac{\mu_0}{2R} \frac{dQ}{dt}$ +

$\Rightarrow d\varphi = \frac{q}{m} \cdot \frac{\mu_0}{2R} dQ$; интегрируя по величине промежутку;

$\Delta\varphi = \frac{q}{m} \cdot \frac{\mu_0}{2R} \cdot Q = \frac{q}{2R} \cdot \frac{\mu_0 Q}{m}$ +



$\vec{M}_F = \vec{e}_z \cdot RF \left(\frac{r}{R} \sin^2 \alpha - \left(1 - \frac{r}{R}\right) \cdot \cos \alpha \right)$ Условно

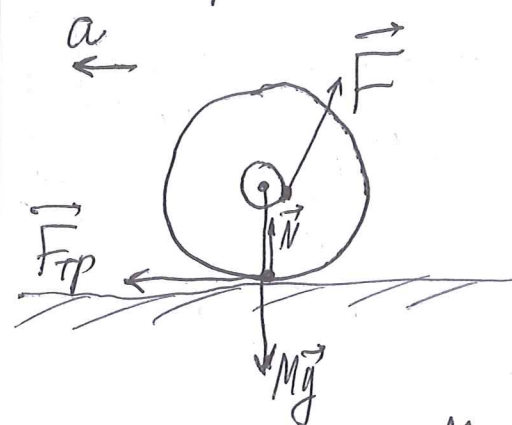
$\vec{M}_F = \vec{e}_z \cdot RF \left(\frac{r}{R} \sin^2 \alpha - \cos \alpha + \frac{r}{R} \cos^2 \alpha \right)$

$\vec{M}_F = \vec{e}_z \cdot RF \cdot \left(\frac{r}{R} - \cos \alpha \right)$

$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{0,04} = 0,2; \frac{r}{R} = 0,48$

$\Rightarrow \vec{M}_F \uparrow \vec{e}_z$, т.е. катушка раскруч. против часовой стрелки (\curvearrowright), т.е. её ось движется ПРОТИВ оси x , т.е. влево (\leftarrow).

$\Rightarrow \vec{F}_{\text{тр}}$ направ. влево;



$\Rightarrow \vec{M}_F = \frac{3}{2} MR^2 \vec{\epsilon}$

$\vec{e}_z \cdot RF \left(\frac{r}{R} - \cos \alpha \right) = \frac{3}{2} MR^2 \vec{\epsilon}$

$\vec{\epsilon} \parallel \vec{e}_z$.

$RF \left(\frac{r}{R} - \cos \alpha \right) = \frac{3}{2} MR \frac{a}{R}$

$F \left(\frac{r}{R} - \cos \alpha \right) = \frac{3M}{2} a$; $a = \left(\frac{2F \left(\frac{r}{R} - \cos \alpha \right)}{3M} \right)$

$\vec{a} = -\vec{e}_x \cdot a$.

$a = \frac{2 \cdot F \left(\frac{r}{R} - \cos \alpha \right)}{3M} = \frac{2 \cdot \frac{5}{8} Mg (0,48 - 0,28)}{3M} = \frac{10}{3 \cdot 8} g \cdot 0,2 = \frac{10}{3 \cdot 8} g \cdot 0,2 =$

$= \frac{2g}{3 \cdot 4} = \frac{g}{12}$; $\boxed{a = \frac{g}{12}}$ (влево)

Второй 3-й закон Ньютона: $M\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{\text{тр}} = M\vec{a}$

мисталык
 ось y: $-Mg + N + F \sin \alpha = 0 \Rightarrow N = Mg - F \sin \alpha$
 ось x: $-F \cos \alpha + F_{тр} = Ma \Rightarrow F_{тр} = F \cos \alpha + Ma$

$F_{тр}$ - сила тр. покоя $\Rightarrow F_{тр} \leq \mu N$

$$(F \cos \alpha + Ma) \leq \mu (Mg - F \sin \alpha)$$

$$\mu \geq \frac{F \cos \alpha + Ma}{Mg - F \sin \alpha} = \frac{\frac{5}{8} Mg \cdot 0,28 + M \cdot \frac{1}{12} g}{Mg - \frac{5}{8} Mg \cdot 0,96} =$$

$$= \frac{\frac{0,28 \cdot 5}{8} + \frac{1}{12}}{1 - \frac{5 \cdot 0,96}{8}} = \frac{\frac{1,4}{8} + \frac{1}{12}}{1 - \frac{4,8}{8}} = \frac{\frac{7}{40} + \frac{1}{12}}{1 - 0,6} =$$

$$= \frac{\frac{7}{40} + \frac{1}{12}}{0,4} = \frac{120(\frac{7}{40} + \frac{1}{12})}{120 \cdot 0,4} = \frac{7 \cdot 3 + 10}{48} = \frac{21 + 10}{48} = \frac{31}{48}$$

Ответ: $a = \frac{1}{12} g \approx 0,083g$; влево; $\mu \geq \frac{31}{48}$ ✓

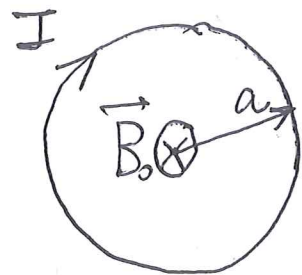
Задача 3.

Вопрос: a ; I ; $B_0 = ?$ (в центре)

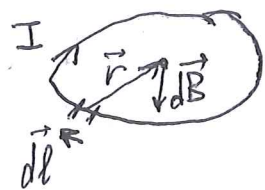
Решение.

3-й Бю-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} I [d\vec{l} \times \vec{r}]$$



$$|\vec{r}| = a$$



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl \cdot r}{r^3} =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl}{a^2}; d\vec{B} \uparrow \vec{B}_0$$

мисталык
 $B_0 = \int d\vec{B} = \frac{\vec{B}_0}{B_0} \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{1}{a^2} \cdot 2\pi a = \frac{\vec{B}_0}{B_0} \cdot \frac{\mu_0 I}{2a}$

единич. вектор, задающий направление

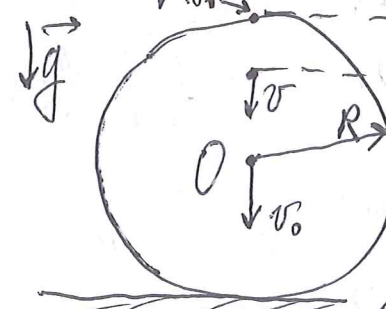
$$\Rightarrow B_0 = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

Задача.

$R = 62,8 \text{ см}$; $Q = 24 \text{ нКл}$; $\tau = 3 \text{ мс}$;
 $h = 2 \text{ см}$; $\gamma = ?$ ($\frac{\text{л}}{\text{м}}$)

Решение. $\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}}{\text{А}}$

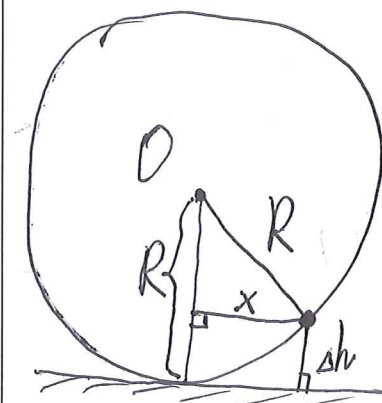
По закону сохранения энергии: ЗЭП: $mg\Delta H = \frac{mv^2}{2}$



$$\Rightarrow v = \sqrt{2g\Delta H}$$

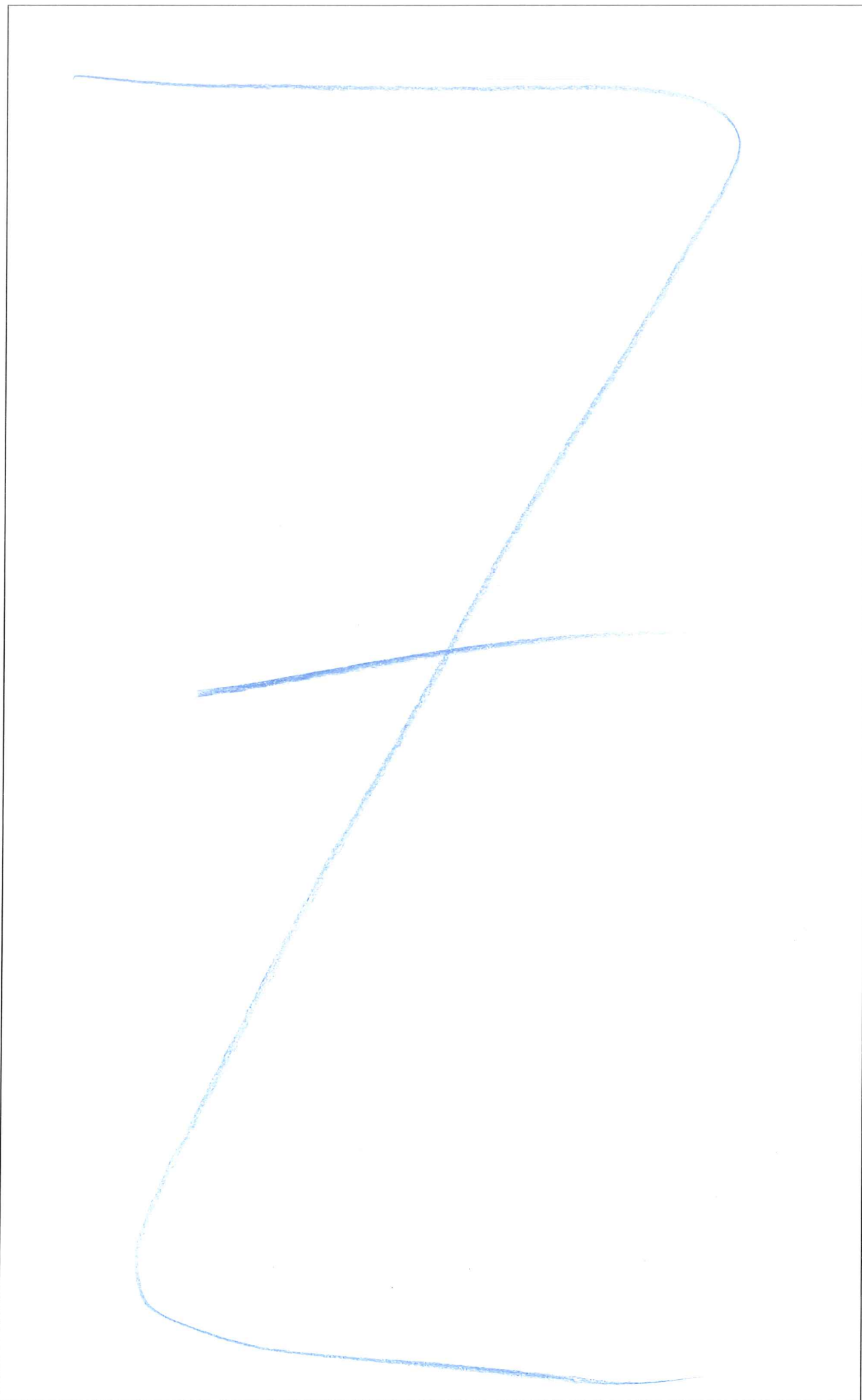
При приземлении около центра $v_0 \approx \sqrt{2gR}$

Найдём коорд. точки, в которую приземлилась пылинка:



т. Пифагора: $R^2 = x^2 + (R - \Delta h)^2$

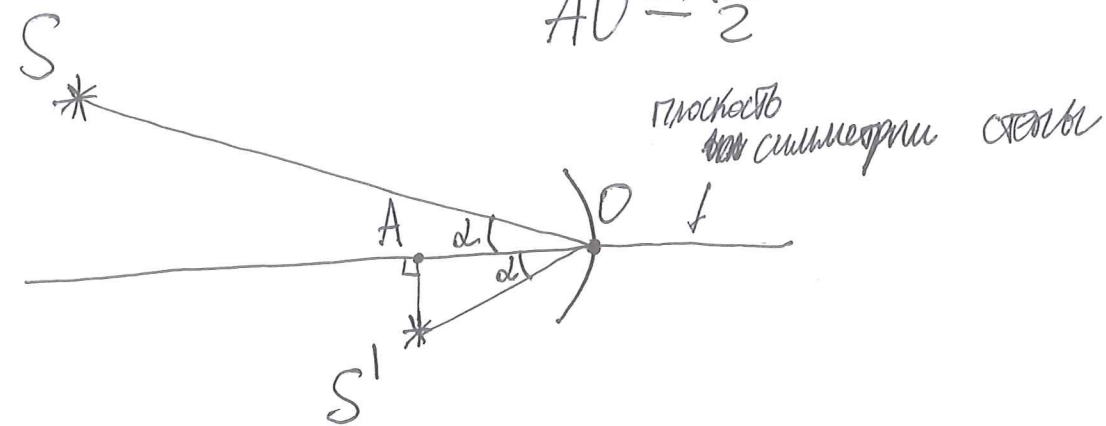
($x > 0$)
 $\Rightarrow x^2 = (2R - \Delta h)\Delta h$
 $x = \sqrt{2R\Delta h - (\Delta h)^2}$



Задача 4 (продолжение.)

Числовик

$$AO = \frac{R}{2}$$



S ; O ; и S' \in 1 плоскости, которая \perp
 \perp плоскости симметрии стены

$$\frac{AS^*}{AO} = \frac{AS^*}{OS'} \quad \Delta AOS'; \quad \cos \angle AOS = \frac{AO}{OS'}$$

$$\frac{R/2}{AO} = \frac{R/2}{OS'} \Rightarrow OS' = \frac{R}{2 \cos \alpha}$$

Таким образом, волны, отразившиеся
 от стены, пройдут через т. S' (на самом
 деле рядом с ней будет небольшая область,
 т.к. формула $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R}$ выведена в парке,
 приближении, но $\alpha = 30^\circ$ не всегда
 можно считать малым; $\frac{\pi}{6} \approx 0,52$; $\sin \frac{\pi}{6} = 0,5$)

\Rightarrow в т. S' следует расн. микрофон.

$$\Rightarrow OS' = \rho; \Rightarrow \rho = \frac{R}{2 \cos \alpha} = \frac{30 \text{ м}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 10\sqrt{3} \text{ м} \approx 17,3 \text{ м}$$

$$\text{Ответ: } \rho = \frac{R}{2 \cos \alpha} \approx 17,3 \text{ м}$$

