79-99-07-18
(138.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 10 - 07

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покорим Воробьёвы Горы"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Нестерова Ивана Вячеславовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«03» 04 2026 года

Подпись участника

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

$$\begin{cases} L\sin\alpha \cdot r = l(l-r); \\ r^2 = l^2 + L^2 - \sqrt{2}rL \end{cases}$$

$\cancel{r = \frac{l(l-r)}{L\sin\alpha}}$ (чистовик)

$r^2 + \sqrt{2}rL - l^2 - L^2 = 0$

$D = 2L^2 + 4l^2 + 4L^2 =$

$= 6L^2 + 4l^2$

$\sqrt{D} = \sqrt{6L^2 + 4l^2}$

$\cancel{\frac{l^2(l-r)^2}{\frac{L^2}{2}} = l^2 + L^2 - \sqrt{2}\frac{l(l-r)}{L\frac{\sqrt{2}}{2}}L}$

$L\sin\alpha\, r = l^2 - lr;\quad r(L\sin\alpha + l) = l^2$

$$\boxed{r = \frac{l^2}{L\sin\alpha + l}}$$

$r = \frac{-\sqrt{2}L \pm \sqrt{6L^2 + 4l^2}}{2}$

$r = \frac{\sqrt{6L^2 + 4l^2} - \sqrt{2}L}{2}$

$F_{эл_1} = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} =$

$= k\frac{|q_1 q_2|}{l^2}\cdot\frac{l^2}{r^2} =$

$= mg\frac{l^2}{r^2}$

$$\frac{\sqrt{6L^2 + 4l^2} - \sqrt{2}L}{2} = \frac{l^2}{L\frac{\sqrt{2}}{2} + l}$$

Решив это ур-е можно получить L. Затем, подставив l и L в ✓ и получить r.

Получим ускорение a.

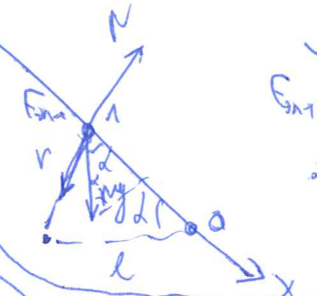
~~a_x: ... $mg\sin\alpha +$ ... $= ma$~~

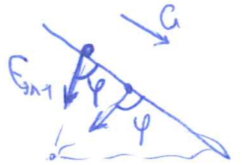
$\varphi = \angle(\vec{F}_{эл}, a_x)$

$ma_x = mg\sin\alpha - F_{эл_1}\cos\varphi$

$a = g\sin\alpha - \frac{F_{эл_1}}{m}\cos\varphi$

$$\boxed{a = g\left(\sin\alpha - \frac{l^2}{r^2}\cos\varphi\right)}$$ Ответ.





Угол φ можно найти из теор. синусов: $\frac{l}{\sin\varphi} = \frac{r}{\sin 45^\circ}$, а затем $\cos\varphi = \sqrt{1-\sin^2\varphi}$, если φ — острый, или $\cos\varphi = -\sqrt{1-\sin^2\varphi}$, если φ — тупой.

79-99-07-18 (138.1)

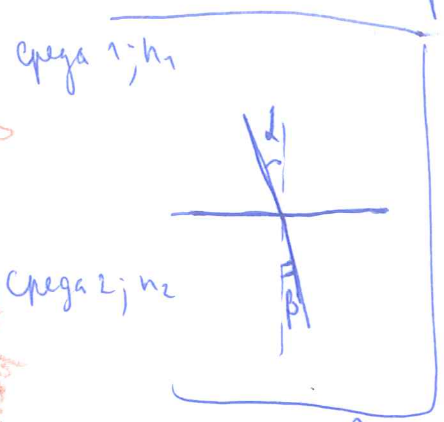
63 (шестьдесят три)

N	1	2	3	4
В	5	5	3	4
З	0	14	12	20

Задание 4 (чистовик)

Ответ на вопрос: З-н преломления света в геом. оптике можно сформулировать так: при переходе из одной прозрачной среды в другую (показатели преломления света различны) свет преломляется. Углы падения (α), преломления (β) и показатели преломления сред связаны следующим соотношением: $n_1\sin\alpha = n_2\sin\beta$ ✓ n — ?

(З-н Снеллиуса)



Данное правило справедливо при пренебрежении эффектами, связанными с волновой природой света.

Задача.

$\alpha = 4^\circ$

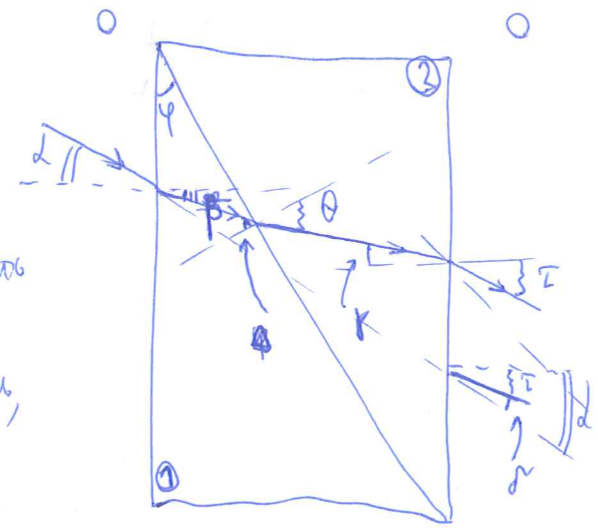
$\varphi = 3^\circ$

$\Delta n = n_2 - n_1 = 0{,}5$

δ — ?

$\operatorname{tg}\alpha = \sin\alpha \approx \alpha$ для малых углов

Все углы будут меньше или равны $\alpha + \varphi = 7^\circ$, т.е. их можно считать малыми. Также будем считать, что изначально свет идет из среды с показателем преломления $n_0 = 1$ (для удобства, т.к. не влияет на угол к первоначальному направлению)



$\delta = \alpha - \tau$

Задача 4 (чистовик)

переход

0-1) ; $n_0 \sin\alpha = n_1 \sin\beta$; $\sin\alpha = n_1 \sin\beta$

1-2) $n_1 \sin\Delta = n_2 \sin\theta$;

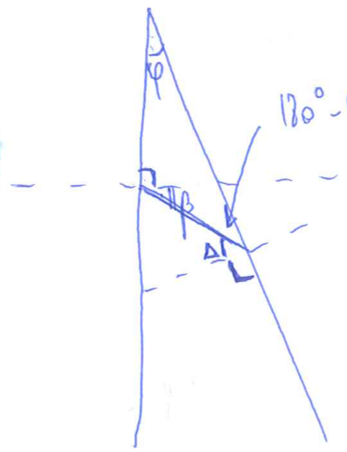
2-0) $n_2 \sin\gamma = n_0 \sin\tau$; $n_2 \sin\gamma = \sin\tau$

Используя малость углов:

$\alpha = n_1\beta$

$n_1\Delta = n_2\theta$

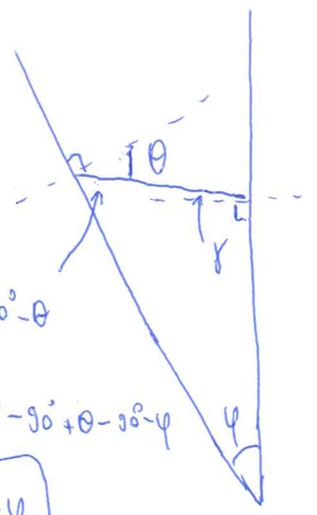
$n_2\gamma = \tau$



$180^\circ - \varphi - 90^\circ - \beta = 90^\circ - \beta - \varphi$

$\Delta = 90^\circ - 90^\circ + \beta + \varphi = \beta + \varphi$

$\boxed{\Delta = \beta + \varphi}$



$90^\circ - \theta$

$\gamma = 180^\circ - 90^\circ + \theta - 90^\circ - \varphi$

$\boxed{\gamma = \theta - \varphi}$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

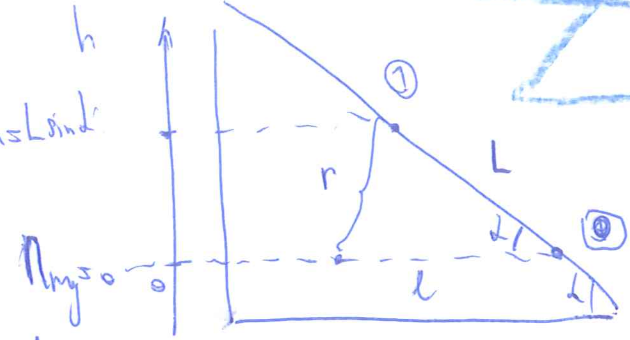
ЗС(Э) 0-1 (т.к. mg и $F_{эл}$ - консервативные)

$V_0 = V_1 = 0$. $E_{кин_1} = E_{кин_0} = 0$.

(чистовик)

ЗС(Э):

$$k\frac{q_1q_2}{l} = k\frac{q_1q_2}{r} + mgh$$



$h = L\sin\alpha$

$П_{mg} = 0$

$$k\frac{q_1q_2}{l} = k\frac{q_1q_2}{r} + k\frac{|q_1q_2|}{l^2}h$$

$q_1q_2 < 0$, $|q_1q_2| > 0$; $W_0 > W_1$; $W_0 - W_1 > 0$

$$\frac{q_1q_2}{l} - \frac{q_1q_2}{r} = \frac{|q_1q_2|}{l^2}h$$

$$q_1q_2\left(\frac{1}{l} - \frac{1}{r}\right) = \frac{|q_1q_2|}{l^2}h \quad ; \quad \frac{1}{l} - \frac{1}{r} < 0, \text{ значит}$$

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{l} = \frac{h}{l^2}$$

$$\frac{l-r}{rl} = \frac{h}{l^2} = \boxed{\frac{L\sin\alpha}{l^2} = \frac{l-r}{rl}} \Rightarrow \frac{L\sin\alpha}{l} = \frac{l-r}{r}$$

Из т. косинусов:

$$\boxed{r^2 = l^2 + L^2 - 2\cos\alpha\, rL = l^2 + L^2 - \sqrt{2}\, rL}$$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Задача 3

(чистовик)

$v \approx 0$

$q_1 > 0$

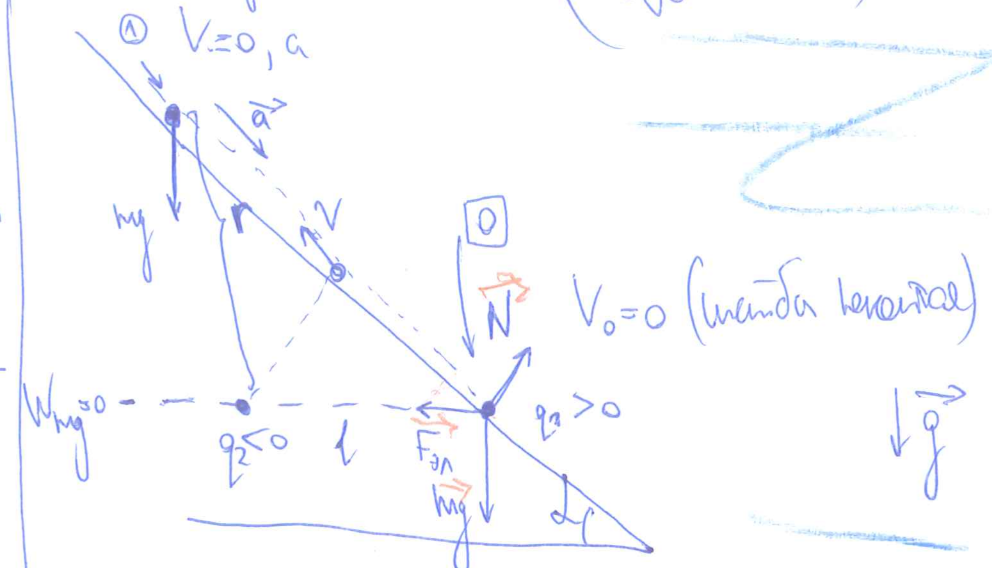
$\alpha = 45°$

$\ell = 5{,}4$ см $= 5{,}4$ м

$q_2 < 0$, $V = 0$

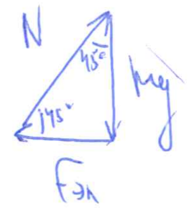
L – ?

a – ?



Шайба некатся $V_0 = 0$, $a_0 = 0$

$\boxed{0}$ $m\vec{g} + \vec{F}_{эл} + \vec{N} = 0$ ✓



$mg = F_{эл}$ ✓

$F_{эл} = \dfrac{k|q_1 q_2|}{\ell^2}$; $\dfrac{k|q_1 q_2|}{\ell^2} = mg$

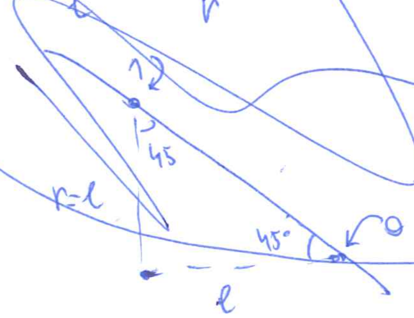
~~$W_0 = \dfrac{k|q_1 q_2|}{\ell}$~~ $W_0 = \dfrac{k\, q_1 q_2}{\ell}$

~~В т. А достигается экстремум $W_{эл}$.~~

① $W_{1\,эл} = \dfrac{k\, q_1 q_2}{r}$

~~ЗСЭ: $W_0 = W_1$ ($v = V_0 = 0$)~~

~~$\dfrac{k\, q_1 q_2}{\ell} = \dfrac{k\, q_1 q_2}{r}$ => $\ell = r$. Значит, см рис(1)~~



Задача 4 продолжение

(чистовик)

$n_1(\beta + \varphi) = n_2\theta$; ① $n_2\theta = n_1\beta + n_1\varphi$

$n_2(\theta - \varphi) = \gamma$; ② $\gamma = n_2\theta - n_2\varphi$

$\alpha = n_1\beta$; ③ $n_1 = \dfrac{\alpha}{\beta}$

③ → ① :

~~$n_2\theta = \alpha + \dfrac{\alpha}{\beta}\varphi$~~

$$\left.\begin{aligned} \gamma &= n_2\theta - n_2\varphi \\ n_1\beta &= n_2\theta - n_1\varphi \end{aligned}\right\} \quad \gamma - n_1\beta = -n_2\varphi + n_1\varphi$$

$n_1\beta = \alpha$

$\gamma - \alpha = -n_2\varphi + n_1\varphi$

$\alpha - \gamma = (n_2 - n_1)\varphi$

$\delta = \Delta n\varphi = 0{,}5 \cdot 3° = 1{,}5°$

Ответ: $\delta = 1{,}5°$. ✓

Задание 2

вопрос: теплоемкости ид. газа в изобарном и изохорном.

обычные (не молярная) теплоемкость C

$Q = C\Delta T$

$Q = \Delta U + A$; $\Delta U = \dfrac{i}{2}\nu R\Delta T$

$V = const$) $A = 0$; $Q = \Delta U$; $C\Delta T = \dfrac{i}{2}\nu R\Delta T$

$\boxed{C_V = \dfrac{i}{2}\nu R}$ – в изохорном.

(ν – кол-во в-ва, i – число степеней свободы газа)

$p = const$) $\underline{\Delta U = \dfrac{i}{2}\nu R\Delta T}$ ~~$= \dfrac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \dfrac{i}{2}(\nu RT_2 - \nu RT_1)$~~

в изобарном $p = const$, значит; $A_p = p\Delta V = p(V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1 = \nu RT_2 - \nu RT_1 = \underline{\nu R\Delta T}$.

используя У-М-К: $pV = \nu RT$. (газ идеальный)

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

79-99-07-18 (138.1)

вопрос 2 продолжение: (чистовик)

$Q = \Delta U + A$

$C\Delta T = \frac{i}{2}\nu R\Delta T + p\Delta V$

$C\Delta T = \frac{i}{2}\nu R\Delta T + \nu R\Delta T$

$C_p = \frac{i}{2}\nu R + \nu R = \nu R\left(\frac{i}{2}+1\right) = \nu R\frac{i+2}{2}$

Ответ: $C_V = \frac{i}{2}\nu R$; $C_p = \frac{i+2}{2}\nu R$

Задача 2.

$\nu = const$

$i = 3$

РТ) $T_x = 300K$

$T_н = 528K$

$T = const$

РТ') $T_x' = 350K$

$T_н' = 504K$

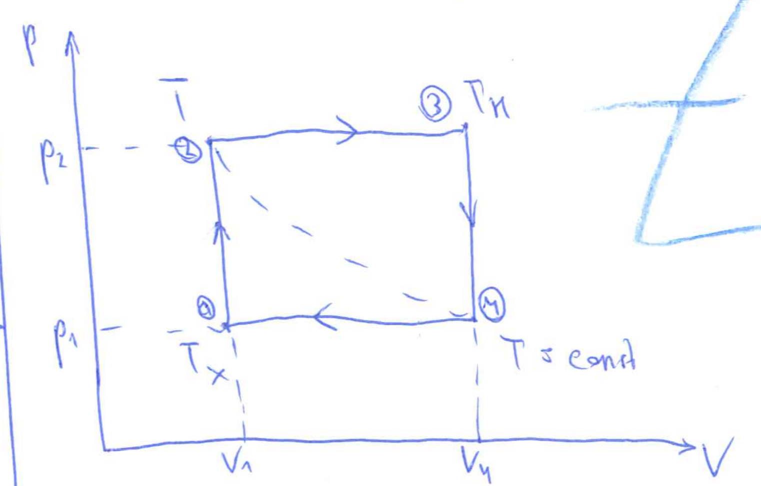
$\eta_1 - ?$ (без регенератора)

$\eta_2 - ?$ (с рег.)

I) Без регенератора. Работает точно РТ.

$A' = 0$.

РТ



Т.к. у РТ $A > 0$, то направление обхода по часовой стрелке. (↻)

По УМК: $pV = \nu RT$

1) $p_1V_1 = \nu RT_x$

2) $p_2V_1 = \nu RT$

3) $p_2V_4 = \nu RT_н$

4) $p_1V_4 = \nu RT$

$p_2V_1 = p_1V_4$

4/3): $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T}{T_н}$ (*)

1/2): $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_x}{T}$ (**)

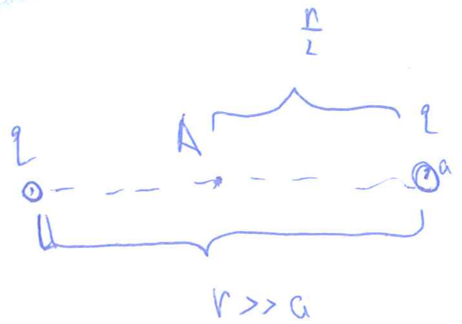
Задание 3. (Чистовик)

Вопрос.

$a >> r$

a, r, q

$W - ?$



не учтена энергия самодействия

Т.к. $r >> a$, то заряды считаем точечными.

в т. А $\vec{E} = 0$, $\varphi = \frac{kq}{\frac{r}{2}} + \frac{kq}{\frac{r}{2}} = \frac{4kq}{r} \neq 0$.

В т. А - энергия наибольшая.

Чтобы убрать всю энергию поля, нужно убрать 2а заряда на бесконечно большое расстояние. Чтобы это сделать нужно совершить работу, равную изменению энергии системы зарядов с противоположным знаком. $W_{поля} = |A| = |W_2 - W_1|$

$W_2 = 0$ $W_{поля} = W_1$. W_1 - энергия системы зарядов (симметрия)

$W_1 = \frac{1}{2}\sum \varphi_i q_i = \frac{1}{2}\sum q\varphi = \frac{1}{2}\cdot 2q\varphi = q\varphi$

$W_1 = q\cdot\frac{kq}{r} = \frac{kq^2}{r}$. $W_{поля} = \frac{kq^2}{r}$ Ответ: $\cancel{\frac{kq^2}{r}}$

Задача 3.

Задача 2 (продолжение) (Чистовик)

РТ'

$Q' = A' + \Delta U'$. За весь цикл $\Delta U' = 0$.

$Q' = A'$. $A' < 0$ (над РТ' совершают работу)

$Q' < 0$. $Q' = Q_н' - Q_х' < 0$; $Q_х' > Q_н'$.

$|A'| = |Q_х'| - |Q_н'|$. Считаем, что $|Q_х'| = |Q_х| =$

$= \frac{5}{2}\nu R(T - T_x) + \frac{3}{2}\nu R(T_н - T) = \frac{1}{2}\nu R(5T - 5T_x + 3T_н - 3T) =$

$= \frac{1}{2}\nu R(2T + 3T_н - 5T_x)$

$|Q_н'| = |A'| - |Q_х'| = \nu R(T_н' - 2T' + T_x') - \frac{1}{2}\nu R(2T + 3T_н - 5T_x)$

Затем на эту энергию $|Q_н'|$ РТ. совершает работу $A_{доп}$

$|Q_н'| = |Q_{х\,доп}| = A_{доп}$.

Итого $A = A - A' + A_{доп}$.

Так продолжается до того пор, пока $|Q_x'|$ не станет 0.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

79-99-07-18 (138.1)

Задача 2 (продолжение) (Чистовик)

1-2) $V_1 = const$; $T\uparrow$, $A = 0$, $\Delta U > 0$, $Q > 0$ — получ.

2-3) $p_2 = const$; $T\uparrow$; $A > 0$; $\Delta U > 0$, $Q > 0$ — получ.

3-4) $V_4 = const$; $T\downarrow$; $A = 0$; $\Delta U < 0$; $Q < 0$ — отдаёт.

4-1) $p_1 = const$; $T\downarrow$; $A < 0$; $\Delta U < 0$; $Q < 0$ отдаёт.

$5\cdot588 = 2940$

$196 = 14^2$

$300\cdot588 = 3^2\cdot100\cdot14^2$

$\eta_1 = \frac{A}{Q_{получ}} = \frac{A_{23} - |A_{41}|}{Q_{23} + Q_{12}}$

$|A_{41}| = p_1V_4 - p_1V_1 = \nu RT - \nu RT_x$

$A_{23} = p_2(V_4 - V_1) = p_2V_4 - p_2V_1 = \nu RT_н - \nu RT$

$Q_{23} = C_p\Delta T_{23} = \frac{3+2}{2}\nu R(T_н - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_н - T)$

$Q_{12} = C_v\Delta T_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T - T_x)$

Из (*) и (**): $\frac{T}{T_н} = \frac{T_x}{T}$ => $T = \sqrt{T_нT_x} = \sqrt{300\cdot588} = \sqrt{3^2\cdot10^2\cdot14^2} = 3\cdot10\cdot14 = 420K$. $\boxed{T = 420K}$

$\eta_1 = \frac{\nu R(T_н - T) - \nu RT + \nu RT_x}{\frac{5}{2}\nu R(T_н - T) + \frac{3}{2}\nu R(T - T_x)} = \frac{T_н - 2T + T_x}{\frac{5}{2}T_н - \frac{5}{2}T + \frac{3}{2}T - \frac{3}{2}T_x} =$

$= \frac{2(T_н - 2T + T_x)}{5T_н - 2T - 3T_x} = \frac{2(588 - 840 + 300)}{5\cdot588 - 2\cdot420 - 3\cdot300} = \frac{2\cdot 48}{2940 - 840 - 900} = \frac{96}{2000-800} = \frac{96}{1200} = \frac{24}{300} = \frac{2}{25}$; $\eta_1 = \frac{2}{25}$

~~$= \frac{2\cdot168}{2000-800} = \frac{2\cdot168}{1200} = \frac{168}{600} = \frac{42}{150} = \frac{21}{75}$; $\eta_1 = \frac{21}{75}$~~

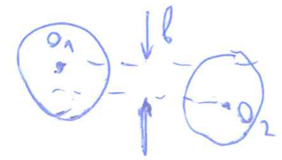
Ответ 1: $\boxed{\eta_1 = \frac{2}{25}}$

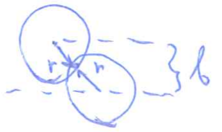
Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

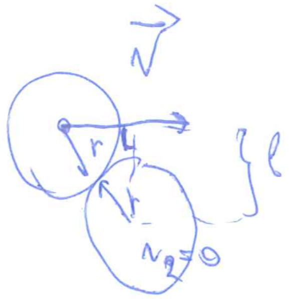
Задание 1. (Чистовик)

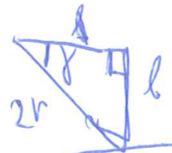
(вопрос 2.)

$m_1 = m_2 = m$

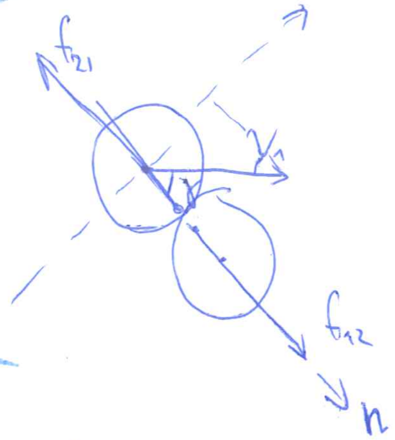








$\gamma = \arcsin\frac{b}{2r}$



$v_{\tau_1} = const = v_1 \sin\gamma$

$v_{\tau_2} = const = 0$ (нет сил вдоль τ)

ЗСИ: $m\vec{v} + 0 = const$

(внешних сил нет.)

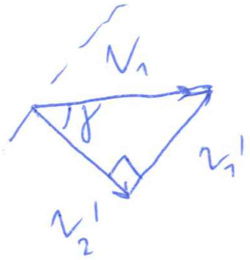
$|f_{21}| = |f_{12}|$

из ЗСИ и ЗСЭ:

ЗСЭ: (удар упругий);

$$\frac{mv_1^2}{2} + 0 = \frac{mv_1'^2}{2} + \frac{mv_2'^2}{2}$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$$



$v_1' = v_1 \sin\gamma$

$v_2' = v_1 \cos\gamma$

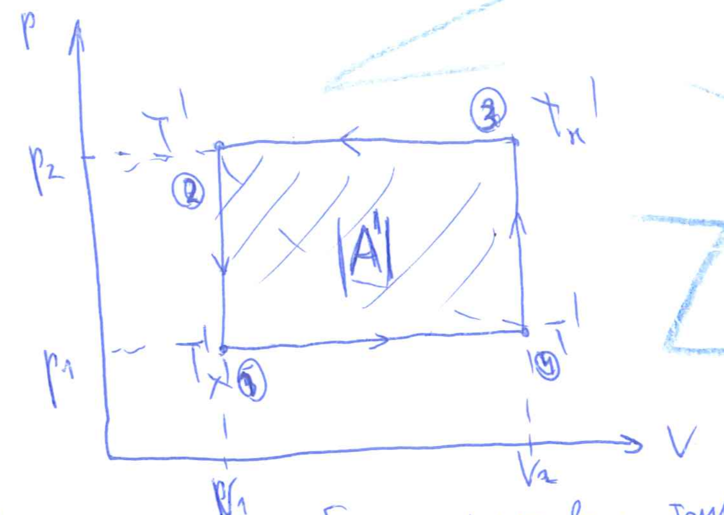
Ответ: $\angle(\vec{v_1'}; \vec{v_2'}) = 90°$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задача 2 (продолжение) (Чистовик)

II подключили регенератор

Часть работы РТ (A') уходит к РТ'. Т.е. над РТ' совершается работа A', которая численно равна площади, ограниченной циклом РТ'.



Аналогичным образом расставим точки: 1, 2, 3, 4.

Из I: $T' = \sqrt{T_x' T_н'}$

пусть A' – положит. величина $A' = |A'|$. $A' > 0$

$A' = \nu R(T_н' - T' - T' + T_x') = \nu R(T_н' - 2T' + T_x')$

(аналогично с I.)

Будем считать так: цикл состоит из:

1. работает РТ как без регенератора (работа $A - A'$)
2. работает РТ' за счёт A'.
3. работает РТ за счёт $Q_н$. 4. Конец цикла

~~Во втором (II) случае кпд равен $\eta_2 = \frac{A_{II}}{Q_{получ II}}$ где $Q_{получ}$ – всё кол-во полученной теплоты РТ'; A_2 – работа за цикл~~