



сдана 16.15
Андрей

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 6

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

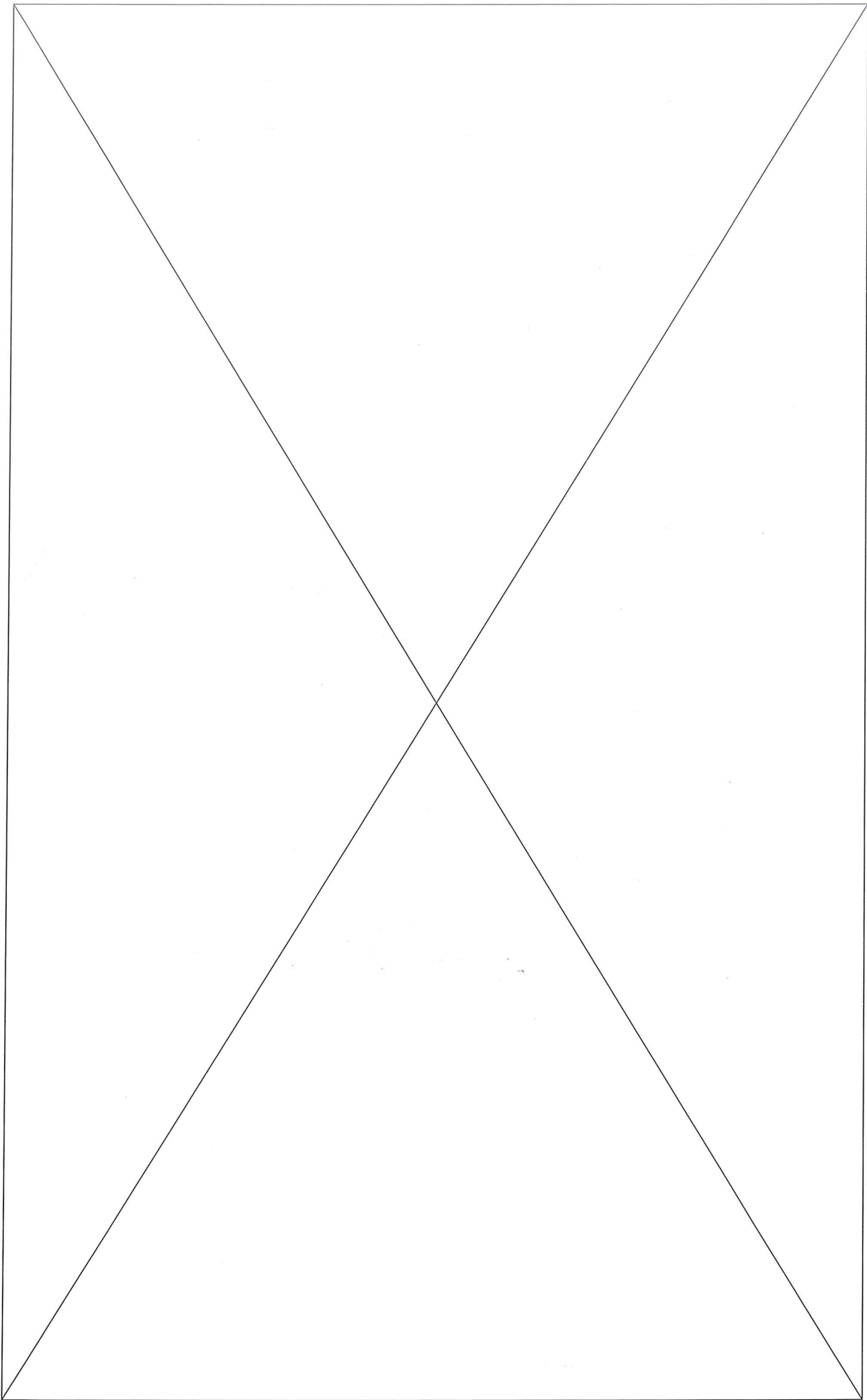
Олимпиада школьников "ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!"
наименование олимпиады

по Физике
профиль олимпиады

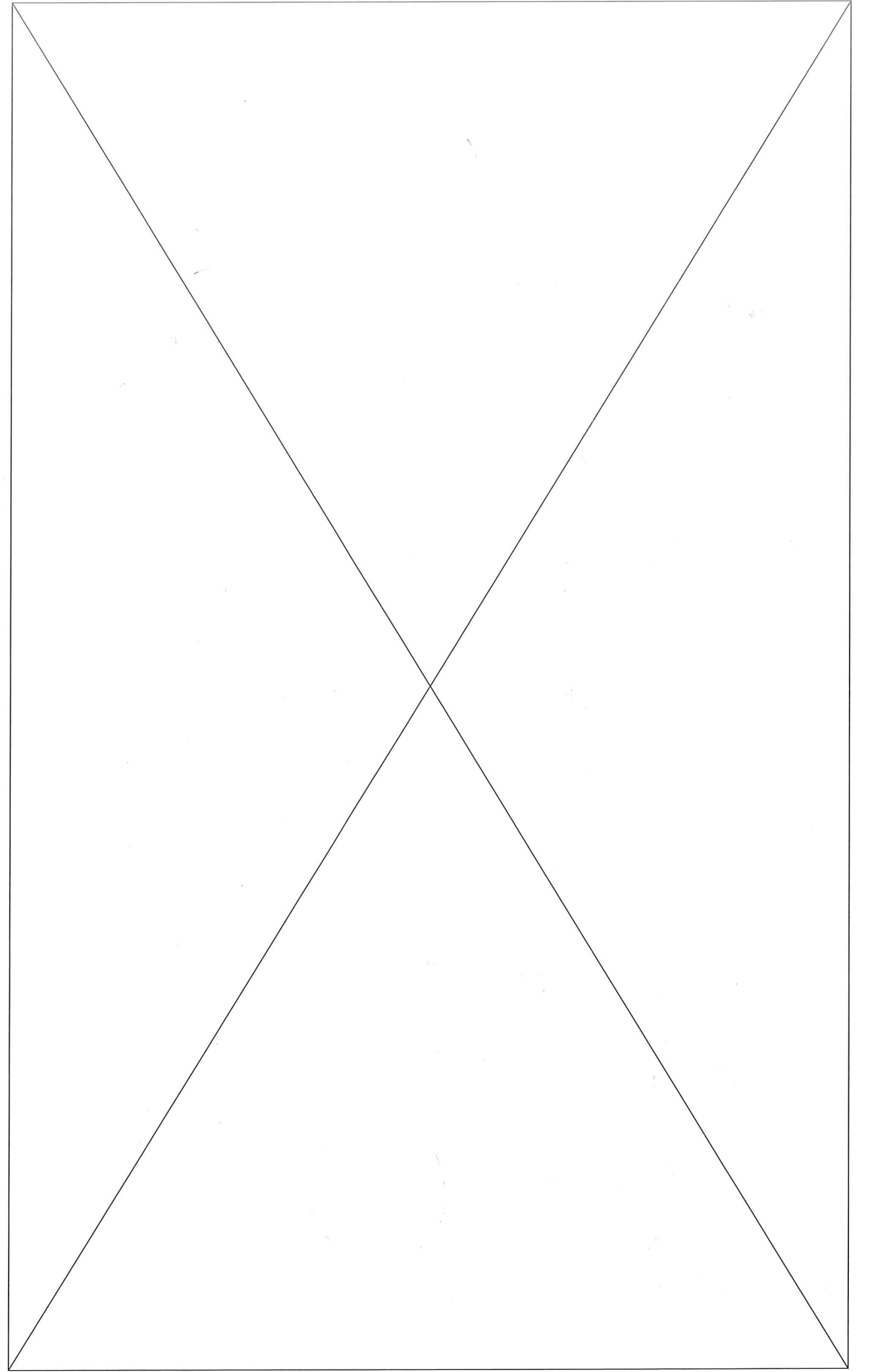
Голомысовой Марии Михайловны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«3» апреля 2026 года

Подпись участника



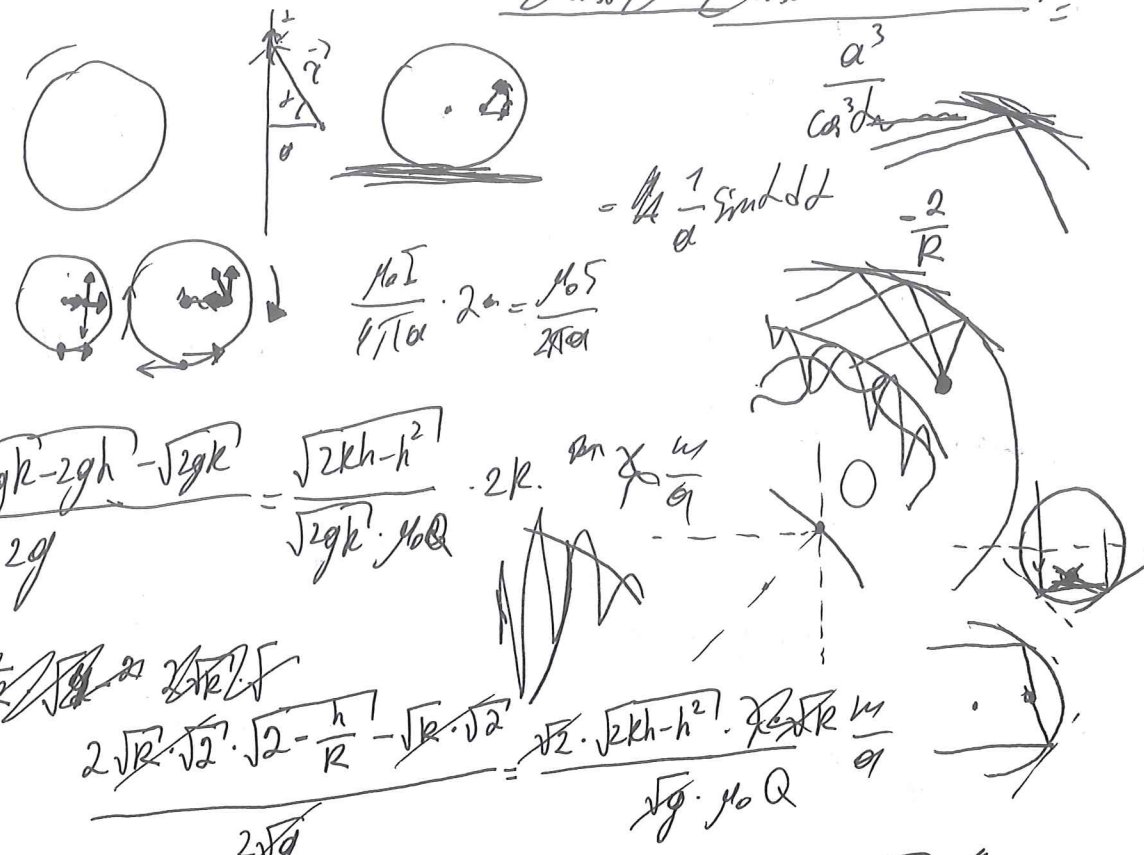
Выполнять задания на титульном листе запрещается!



Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Черновик

$$\frac{a}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{a}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{a}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{a^3}{\cos^4 \alpha}$$



$$\frac{2\sqrt{2}gh - 2gh - \sqrt{2}gh}{2g} = \frac{\sqrt{2kh-h^2}}{\sqrt{2}gh} \cdot 2R \cdot \frac{m}{\rho} \cdot \frac{1}{\rho}$$

$$2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 - \frac{h}{R}} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2kh-h^2} \cdot 2R \cdot \frac{m}{\rho}}{\sqrt{2}gh}$$

$$\sqrt{2 - \frac{h}{R}} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2kh-h^2}}{\rho Q} \Rightarrow \frac{d}{m} = \frac{\rho Q}{\sqrt{2kh-h^2}} \cdot \frac{2\sqrt{2 - \frac{h}{R}} - 1}{2} \approx 3,64$$

$$\frac{2}{62,6} = \frac{1}{324} = 0,3332$$

$$\frac{1}{\tan^2 \alpha} + 1 = 5 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{450}{400} \frac{80}{0,562} = \frac{5}{4} - \frac{0,6336}{4} + 0,576 = \frac{4,3664}{4} + 0,576 = 1,6676$$

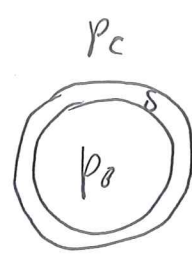
$$1,3 = 1,69 \Rightarrow \frac{17}{16} \frac{4}{4,25} = 1,0916 + 0,5760 = 1,6676$$

$$\frac{340}{8000} = \frac{34}{800} = \frac{17}{400} \Rightarrow \frac{17}{20} = 0,85 \Rightarrow \frac{4,25}{100} = 4,25 \text{ см}$$

Чистовик

№2

Вопрос:



Маленькая мембрана создает дополнительное ламинарное давление $p_1 = \frac{4S}{R}$ (коэффициент "4", т.к. мембрана имеет 2 поверхности)

Тогда $p_c + \frac{4S}{R} = p_0 \Rightarrow p_0 - p_c = \frac{4S}{R}$

т.к. система в равновесии ламинарное давление мембран радиусами R_1 и R_2 $p_1 = \frac{S}{R_1} + \frac{S}{R_2}$ поэтому для сферы $p_1 = \frac{2S}{R}$

Задача:

~~$A = E_k$ — полная энергия мембраны~~
 ~~$E_k = 2S \cdot S = 2S \cdot (4\pi R^2)$~~

~~$A + A_A = E_k$ — полная энергия мембраны~~
 ~~A_1 — работа атмосферы, когда в ней расширяется мембрана~~
 ~~A — работа мембраны~~
 ~~$A_A = -p_A \Delta V = -p_A \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$~~

~~$E_k = 2S \cdot S = 2S \cdot (4\pi R^2) = 8\pi R^2 S$~~

~~$A = 8\pi R^2 S + \frac{4}{3}\pi R^3 p_A$~~
 ~~$A = 4\pi R^2 (2S + \frac{1}{3} p_A \cdot R) \approx 3,14 \cdot 4 \cdot 0,04^2 \cdot (2 \cdot 0,04 + \frac{1}{3} \cdot 10^5 \cdot 0,04)$~~

~~мембрана наддувается медленно, поэтому можно считать, что в каждый момент времени $p_2 = \frac{4S}{R} + p_A$~~

~~$A = A_2$ — работа газа: $dA_2 = p_2 \cdot dV = (\frac{4S}{R} + p_A) \cdot 4\pi R^2 dR$~~
 ~~$A_2 = \int_0^R \frac{4S}{R} \cdot 4\pi R^2 dR + 4\pi R^2 p_A dR = 8\pi R^2 S + \frac{4}{3}\pi R^3 p_A$~~

~~$A = 4\pi R^2 (2S + \frac{1}{3} p_A \cdot R) = 4 \cdot 3,14 \cdot 0,04^2 \cdot (2 \cdot 0,04 + \frac{1}{3} \cdot 10^5 \cdot 0,04) \approx 9 \cdot \frac{3}{10^5} \cdot 0,04^3 \cdot 10^5 = \frac{54}{10^5}$~~

~~Тогда самое маленькое можно получить через работу атмосферы: $A + A_A = E_k$~~

~~$A_A = -p_A \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$~~
 ~~$E_k = 2S \cdot S = 8\pi R^2 S$~~

Ответ: $A \approx 25,6 \text{ Дж}$ (или $\pi \approx 3$ и $2 \ll \frac{10^5}{3}$)

95-99-78-14 (339.1)

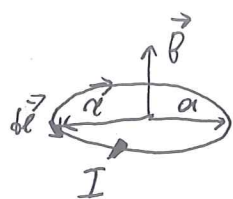
Очень важно не забыть про работу атмосферы.

W	19	30
4	5	8
3	5	8
2	5	9
1	5	9
N	T	3

№31

Чистовик

Вопрос:



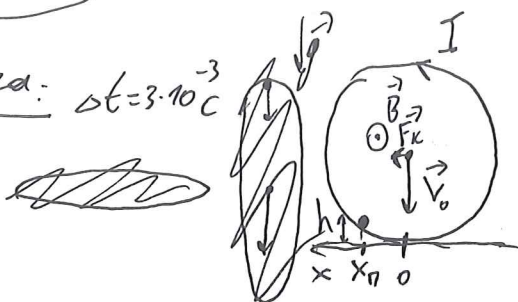
из закона Био-Савара
 формула: $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{[d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}$

тогда $dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl \cdot a}{a^3} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} \cdot 2\pi a = \frac{\mu_0 I}{2a}$

т.к. $d\vec{l} \perp \vec{r} \Rightarrow |d\vec{l} \times \vec{r}| = |d\vec{l}| \cdot |\vec{r}|$
 $|\vec{r}| = a$

$B = \frac{\mu_0 I}{2a}$

Задача: $\Delta t = 3 \cdot 10^{-3}$



1). $mgR = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gR}$

- скорость с которой
 покинет траектория
 центр

за время прохождения заряда будем считать, что магнитное поле не успевает измениться или измерить свою скорость не заметно, этим можно пренебречь.

т.к. $\Delta V \approx g \cdot 3 \cdot 10^{-3} \approx 0,03\% \ll V_0$ (V_0 порядка 3-4 м/с)

тогда можно считать, что на катушку воздействовала сила

$F_k = qBV_0 = qV_0 \cdot \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{qV_0 \mu_0}{2R} \cdot \frac{Q}{\Delta t}$, где q - заряд катушки

т.к. $I \approx \frac{Q}{\Delta t}$ и заряд катушки (а на катушке, что катушка соединена не ушла) $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

$F_k = ma_x = m \frac{\Delta V_x}{\Delta t} = \frac{qV_0 \mu_0}{2R} \cdot \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta V_x = \frac{q}{m} \cdot V_0 \cdot \frac{\mu_0 Q}{2R}$

где $\frac{q}{m}$ - амплитуда колебаний

тогда: $R-h = V_0 t + \frac{gt^2}{2}$

$t = \frac{x_0}{\Delta V_x}$, где x_0 - координата по XOx , где h - радиус катушки, O - центр катушки

$x_0 = \sqrt{R^2 - (R-h)^2} = \sqrt{2Rh - h^2}$

Черновик

0,03

$\frac{2\delta}{R} + p_A = p_2$

$(\frac{2}{3}\pi k^3) = 4$

$dA_1 = (\frac{2\delta}{R} + p_A) \cdot dV = (\frac{2\delta}{R} + p_A) \cdot \frac{4}{3}\pi k^2 dk$

$dA_2 = 8\delta k dk + 4\pi k^2 p_A dk$

$A_2 = 4\delta R^2 + \frac{4}{3}\pi k^3 p_A$

$\frac{\delta}{R_1} + \frac{\delta}{R_2}$

$4 \cdot 3,14 \cdot 0,004^3 (2 + \frac{10^5}{3})$

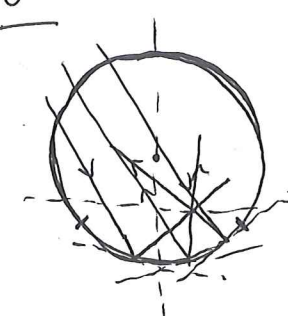
1256 -> 2512

$\mu_0 \cdot \frac{2444 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 12,5 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{0,1}} = \frac{6,5 \cdot 10^{-8}}{20} \cdot 10 \cdot \pi$

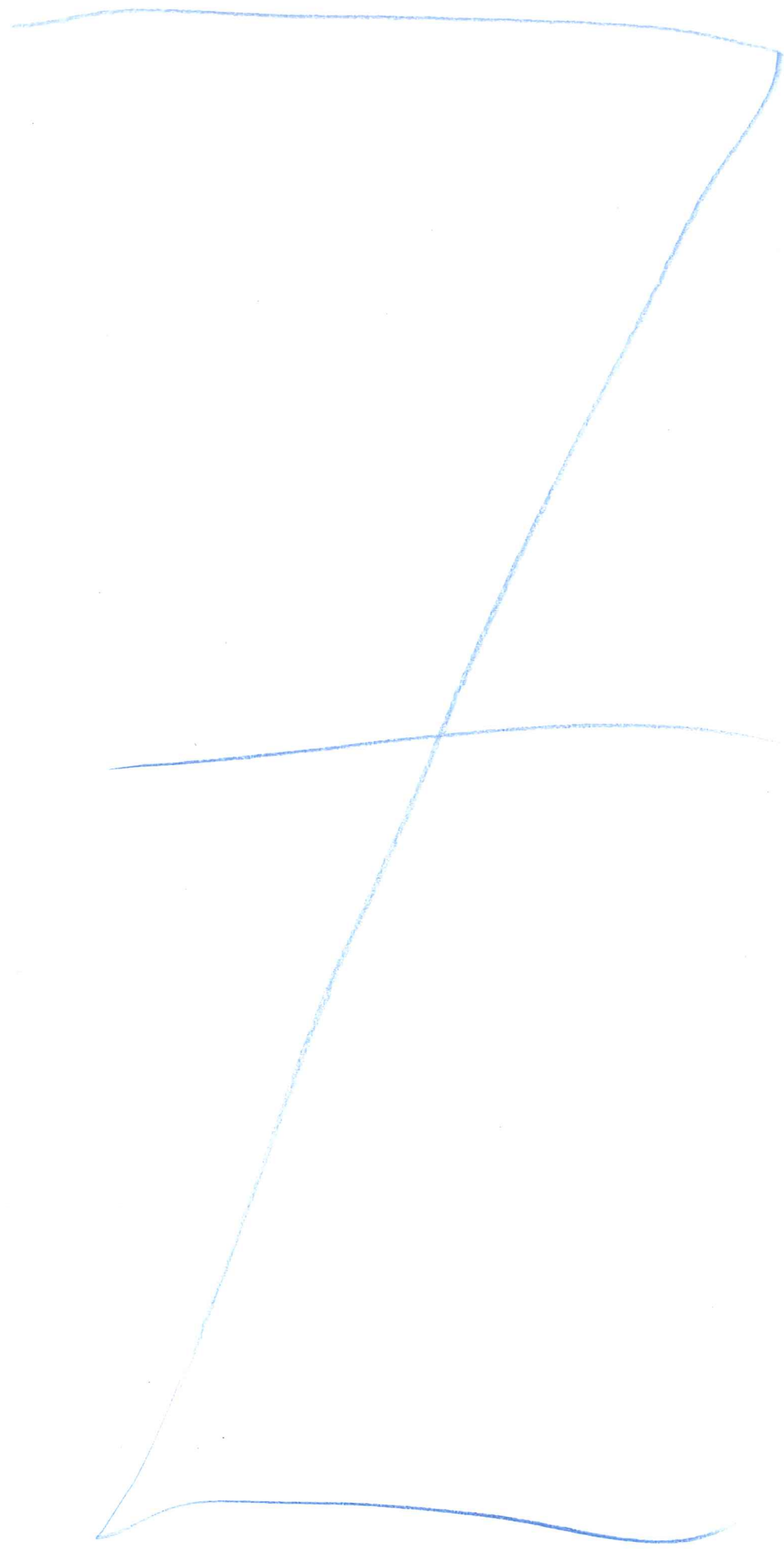
$\mu_0 \cdot \frac{1207 \cdot 9}{125 \cdot \sqrt{0,1} \cdot 10} = 0,09 = 0,81 \cdot \frac{2444 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,333 \cdot 125}$

$\mu_0 \cdot \frac{1207 \cdot 30}{1250} = \mu_0 \cdot \frac{36210}{1250} \approx 3\mu_0$

$\frac{36210}{2500} \mid \frac{1250}{2,9}$
 11210



$\frac{1207 \cdot 9}{1250 \cdot 0,3333} \approx \frac{1207 \cdot 30}{1250}$
 $= \frac{1207 \cdot 9 \cdot 10^{-9}}{3,333 \cdot 10^{-4} \cdot 125} = \frac{1207 \cdot 3}{125}$



95-99-78-14
(139.1)

Частовик

$$Rkh = \cancel{v_0 \cdot \sqrt{2kh-h^2}} + \cancel{g \cdot \frac{2kh-h^2}{2v_x}}$$

$$gt^2 + 2v_0 t - 2(R-h) = 0$$

$$D = 4v_0^2 + 8g(R-h) \Rightarrow t = \frac{-v_0 + 2\sqrt{v_0^2 + 2g(R-h)}}{2g} = \frac{\sqrt{2kh-h^2}}{v_x}$$

$$\frac{2\sqrt{2gR+2gk-2gh} - \sqrt{2gk}}{2g} = \frac{\sqrt{2kh-h^2}}{\sqrt{2gk} \cdot \mu_0 Q} \cdot 2k \cdot \frac{m}{g}$$

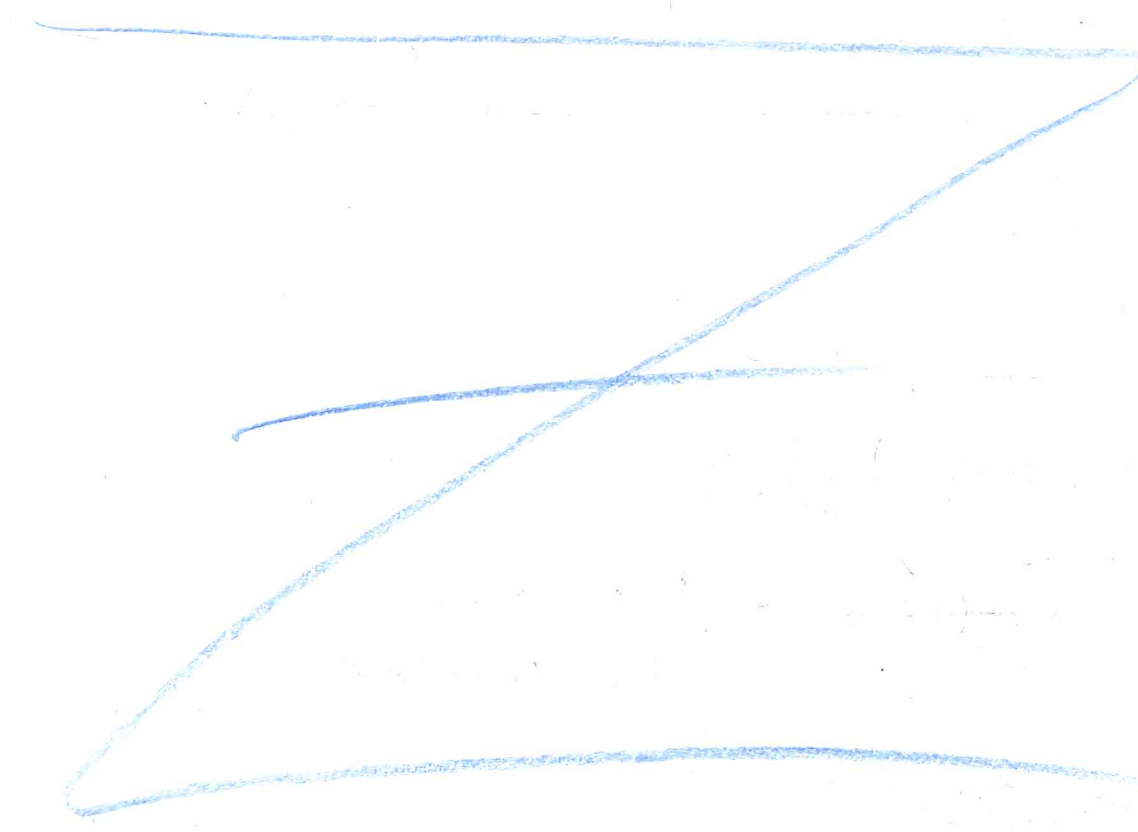
$$\frac{g}{m} = \frac{\mu_0 Q}{\sqrt{2kh-h^2}} \cdot \frac{2\sqrt{2-\frac{h}{R}}-1}{2} \cdot \frac{\mu_0 Q}{\sqrt{2kh}} \cdot \frac{2\sqrt{2-\frac{h}{R}}-1}{2}$$

$h \ll R$, поэтому $2kh-h^2 = h(2k-h) \approx 2kh$

$$\frac{g}{m} \approx 30 \mu_0 \left[\frac{k_1}{k} \right] \approx 30 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \approx 376,8 \cdot 10^{-7} \approx 3,77 \frac{\mu k_1}{k}$$

Ответ: $\frac{g}{m} \approx 3,77 \frac{\mu k_1}{k}$

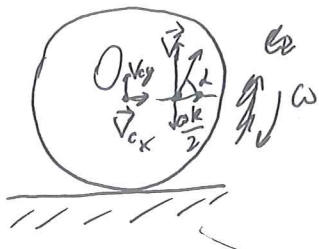
$$\frac{g}{m} = \frac{\mu_0 Q}{\sqrt{2kh-h^2}} \cdot \frac{2\sqrt{2-\frac{h}{R}}-1}{2} \approx \frac{\mu_0 Q}{\sqrt{2kh}} \cdot \left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right), \text{ с учетом } h \ll R$$



№1

Частовик

Вопрос:



длина дуг траектории $\Rightarrow V_c = \omega R$
 ω - угловая скорость вращения
 V_c - скорость центра масс по OX
 $V \cos \alpha = V_c \Rightarrow V = \frac{V_c}{\cos \alpha}$
 $V \sin \alpha = \frac{\omega R}{2} \Rightarrow \frac{V_c}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha = \frac{V_c}{2}$
 $V_c = V \sqrt{1}$

Вспомогательная скорость V_c и составляющая по OY
 тогда было бы: $\begin{cases} V \cos \alpha = V_c \\ V \sin \alpha = \frac{\omega R}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_c}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha = \frac{V_c}{2} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2}, \alpha \approx 27^\circ$

тогда: $\begin{cases} V \cos \alpha = V_{cx} \\ V \sin \alpha = V_{cy} - \frac{\omega R}{2} = V_{cy} - \frac{V_{cx}}{2} = V_{cy} - \frac{V \cos \alpha}{2} \end{cases} \Rightarrow V_{cy} = V \left(\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{2} \right)$

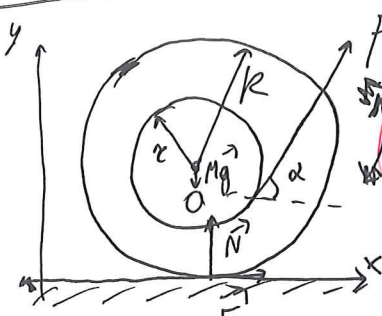
тогда $V_c = \sqrt{V_{cx}^2 + V_{cy}^2} = \sqrt{V^2 \cos^2 \alpha + V^2 \left(\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{2} \right)^2} =$
 $= V \cdot \sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos \alpha \sin \alpha} = V \cdot \sqrt{1 + \cos \alpha \sin \alpha}$
 $\cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ тогда $V_c = V \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{2} \sin 2\alpha} = V \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}} = V \cdot \sqrt{1.2} = 1.1V$

$\cos \alpha = \sqrt{1 - 0.96^2} = \sqrt{1 - 0.9216} = \sqrt{0.0784} = 0.28$

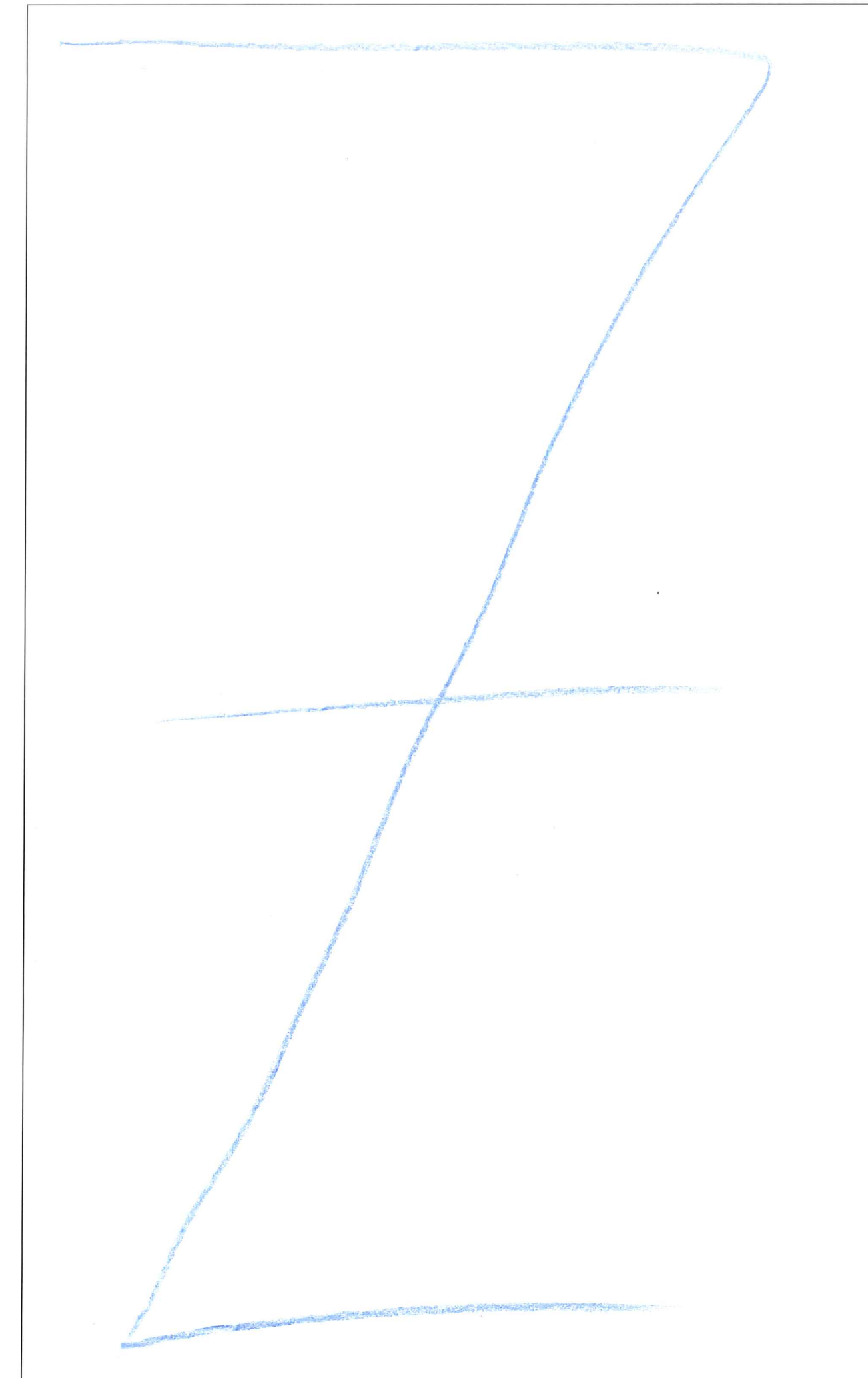
тогда $V_c \approx V \cdot \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{0.6336}{4} + 0.576} = V \cdot \sqrt{1.6676} \approx V \cdot \sqrt{1.69} = 1.3V$

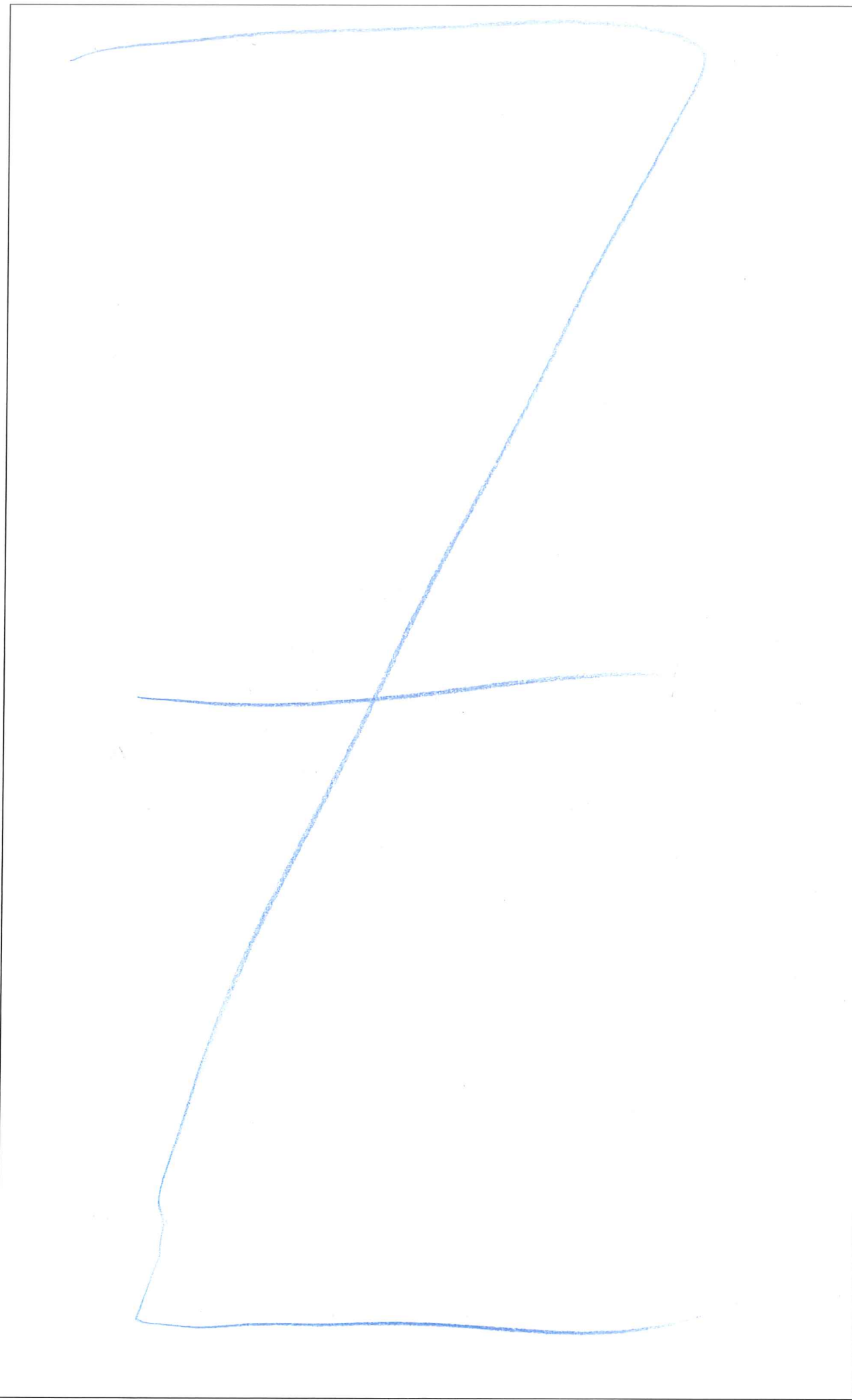
$V_c = 1.3V$

Задача:



масса колеса имеет угловую скорость ω
 тогда центр масс скорости V_c
 нулевой $V_{cx} = \omega R$
 1) $|a_x| = \frac{F R \sin \alpha}{m R} = \frac{F \sin \alpha}{m}$
 2) $F r + F_{тр} R = \frac{m R^2}{2} \epsilon$
 3) $F \cos \alpha + F_{тр} = m a_x$
 тогда $\frac{2F r}{R} + 2F_{тр} = F \cos \alpha + F_{тр}$
 $F_{тр} = F \cos \alpha - \frac{2F r}{R}$





95-09-78-14
(139.5)

Частовик

$$F \cos \alpha + F \cos \alpha - 2 \frac{F \cdot r}{R} = M a_x$$

$$a_x = \frac{2F}{M} (\cos \alpha - \frac{r}{R}) = \frac{5}{4} g (\cos \alpha - 0,48)$$

$$a_x \approx 1,5 \text{ м/с}^2$$

т.е. шара начнет двигаться вправо с $a_x \approx 1,5 \text{ м/с}^2$

$$F_{тр} = \frac{5}{8} M g (\cos \alpha - \frac{2r}{R}) < 0$$

(т.е. сила трения влево)

$$|F_{тр}| \leq \mu N$$

по OY: $F \sin \alpha + N = M g \Rightarrow N = M g - \frac{5}{8} M g \sin \alpha$

$$\frac{5}{8} M g (\frac{2r}{R} - \cos \alpha) \leq \mu M g (1 - \frac{5}{8} \sin \alpha)$$

$$\mu \geq \frac{5}{8} \frac{\frac{2r}{R} - \cos \alpha}{1 - \frac{5}{8} \sin \alpha} = \frac{5}{8} \frac{0,36 - 0,6}{1 - 0,96} = \frac{5}{8} \frac{-0,24}{0,04} = -0,75$$

ответ: $a_x \approx 1,5 \text{ м/с}^2$; $a_x = \frac{2F}{M} (\cos \alpha - \frac{r}{R})$

$\mu \geq \frac{45}{80} \approx 0,56$; $\mu \geq \frac{1}{8} \frac{F \cos \alpha}{M g (1 - \frac{5}{8} \sin \alpha)}$

(шару разогнать до начала движения вправо не удастся, т.е. шар будет двигаться влево)

$$F \cos \alpha - \frac{F \cos \alpha}{3} - \frac{2}{3} \frac{F \cdot r}{R} = M a_x \Rightarrow a_x = \frac{2F}{3M} (\cos \alpha - \frac{r}{R}) = \frac{5}{12} g (\cos \alpha - 0,48)$$

$$\cos \alpha = 0,6 \Rightarrow a_x \approx \frac{5}{12} g (0,6 - 0,48) = 0,5 \text{ м/с}^2$$

т.е. шарика начнет двигаться вправо с $a_x = 0,5 \text{ м/с}^2$

$$F_{тр} = \frac{1}{3} F (\cos \alpha - \frac{2r}{R}) < 0$$

(т.е. сила трения влево)

$$|F_{тр}| \leq \mu N$$

по OY: $F \sin \alpha + N - M g = 0 \Rightarrow N = M g - \frac{5}{8} M g \sin \alpha$

$$\frac{5}{8} \frac{1}{3} M g (\cos \alpha + \frac{2r}{R}) \leq \mu M g (1 - \frac{5}{8} \sin \alpha) \Rightarrow \mu \geq \frac{5}{24} \frac{\cos \alpha + \frac{2r}{R}}{1 - \frac{5}{8} \sin \alpha} = \frac{5}{24} \frac{0,6 + 0,36}{1 - 0,6} = \frac{5}{24} \frac{0,96}{0,4} = 1,0$$

ответ: $a_x = \frac{2}{3} \frac{F}{M} (\cos \alpha - \frac{r}{R}) \approx 0,5 \text{ м/с}^2$ (вправо)

$\mu \geq \frac{1}{3} \frac{F \cos \alpha + \frac{2r}{R}}{M g (1 - \frac{5}{8} \sin \alpha)} \approx 0,8$

НЕ ЗАЧЕТ РА КУТО

Решение АК от
24.04.2016

повторяю оценку
на 2 балла

Председателю апелляционной комиссии
олимпиады школьников

"Томск Возрождения Торг!"

Ректору МГУ имени М.В. Ломоносова
академику В.А. Садовничеву

ученику 11 класса ГБОУ Гимназии
на Юго-западе №1543 им. Л.В. Завьялова
ул. 25 имени Л. Комиссаров, д.3, к.5
Марии Михайловны Томасовой

апелляция.

Прошу пересмотреть выставленные технические баллы
(49) за мою работу заключительного этапа по физике,
исходящую состава, это:

За задачу №1 должно быть выставлено как минимум 10, как
максимум 16 баллов, при такой оценке: полностью по критериям 1, 3 и 4 (5 баллов)
и как минимум на половину по критериям 5, 6, 7 и 8 ($\frac{10}{2} = 5$ баллов) и 16 по критерию 2.

Так как решение строится на 2х верных уравнениях 2) и 3)
динамики, написанных на странице 7 (1-ая страница решения): $\begin{cases} F_{гг} + F_{гп}R = -\frac{Mg^2}{2} \quad (2) \\ F_{гг} \cos \alpha + F_{гп} = Max \quad (3) \end{cases}$

но дальше в решении был потерян минус, который стоял в уравнении 2.

В зачеркнутом решении, которое написано, это не зачёркнуто на странице 10
(2-ая страница решения), было выбрано другое направление вращения, и
там минус потерян не был, где и получается правильный ответ
(см. последние 2 строчки страницы 10): $F_{гг} \cos \alpha + F_{гп} = -\frac{2F_{гг}}{R} - 2F_{гп}$

$$3F_{гп} = -\frac{2F_{гг}}{R} - F_{гг} \cos \alpha \Rightarrow F_{гп} = -\frac{2F_{гг}}{3R} - \frac{F_{гг} \cos \alpha}{3}$$

подставил в (3): $F_{гг} \cos \alpha - \frac{2F_{гг}}{3R} - \frac{F_{гг} \cos \alpha}{3} = \frac{2}{3} F_{гг} (\cos \alpha - \frac{2}{R}) = Max$

(также и в оригинальном
решении, но с другим
знаком)

$$a_x = \frac{2}{3} \frac{F}{M} (\cos \alpha - \frac{2}{R}) < 0, \text{ т.к. } \cos \alpha \approx 0,28$$
$$\frac{2}{R} = 0,48$$

Но в решении там же неправильно был посчитан $\cos \alpha$,
из-за чего и получается, что $a_x > 0$ и движение вправо, хотя решение без
арифметической ошибки даёт верный ответ, где $a_x < 0$ и катушка
является непослушной. Условие на $\mu: |F_{гп}| \leq \mu N$ указано, и формула для μ верная,
как

с точностью до числа, т.к. $\cos \alpha$ был подставлен 0,6, а не 0,28:

$$\mu \geq \frac{1}{3} \frac{F}{mg} \cdot \frac{\cos \alpha + \frac{2g}{R}}{1 - \frac{F}{mg} \sin \alpha} = \frac{5 \cdot 0,28 + 0,96}{24} = \frac{5 \cdot 1,24}{24 \cdot 0,4} \approx 0,5167 \approx 0,52$$

(написано в решении: см. выделенную часть, которая означает, что не зачёркнуто)

По критерию 2, решение может быть оценено на 1 б., т.к. без ошибок получается, что $\alpha_k < 0$, что и означает не послушную катушку.

24.04.2026

(дата)



(подпись)

