сдал 16 16

0 873747 990008

87-37-47-99
(139.1)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 6

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьевы Горы"
наименование олимпиады

по Физике
профиль олимпиады

Стрельникова Андрея Анатольевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

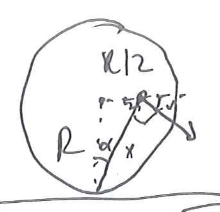
Дата «03» 04 2026 года

Подпись участника

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Черновик



$\omega = \frac{v_0}{R}$ $\quad dA =$ $\quad \sigma = \frac{dA}{dS}$

$v =$

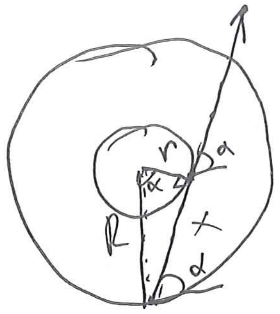
$x = \sqrt{R^2 + \frac{R^2}{4}} = \sqrt{\frac{4R^2}{4} + \frac{R^2}{4}} = \sqrt{\frac{5R^2}{4}} = \frac{\sqrt5}{2}R$

$\frac{Mg}{12} = x - \frac{7}{8}Mg \cdot \frac{7}{25}$

$\sin\alpha = \frac{R \cdot 2}{2\sqrt5 R} = \frac{2\sqrt5}{10}$

$\frac{\text{Н}^2 \cdot \text{М}^2}{\text{М}^2\ \text{Н}}$

$625 - 144 = 481$



$\sin\alpha = \frac{r}{R} = 0{,}48$

$21 \times 21 = 21 + 42$

$\Pi_a = \frac{\text{Н}}{\text{М}}$

$\frac{1}{12} + \frac{7}{40} = \frac{10+21}{120}$

$625 - 144 = 481$

$\frac{48}{100} = \frac{24}{50} = \frac{12}{25}$

$\sqrt{1 - \frac{576}{625}} = \frac{7}{25}$

$\frac{96}{100} = \frac{24}{25}$

$24 \times 24 = 96 + 48 = 576$

$625 - 576 = 49$

$\frac{48}{100} = \frac{12}{25}$

$49 + 576 = 625$

$\frac{Mg}{12} = \frac{7}{8}Mg \cdot \frac{7}{25} - x$

$\frac{Mg}{3} = \frac{7}{10}Mg - x \Rightarrow x = \frac{7}{10}Mg - \frac{Mg}{3} = \frac{21-10}{30} = \frac{11}{30}Mg$

$\frac{MR^2}{2} \cdot \frac{g}{12R} = \frac{7}{8}MgR \cdot \frac{3}{25} - xR$

$\frac{48}{100} = \frac{12}{25}$

$\frac{\text{Н}^2}{\text{М}^2} \cdot \frac{\text{М}}{\text{Н}} = \text{Н} \cdot \text{М} = \text{Дж}$

$\frac{Mg}{24} = \frac{3}{10}Mg - x$

$x = \frac{3}{10} - \frac{1}{24} = \frac{36-5}{120} = \frac{31}{120}$

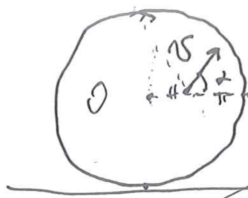
87-37-47-99 (13:11)

56 (пятьдесят шесть)

N	1	2	3	4	5
T	2	3	5	4	14
3	20	12	9	2	12

№1 Чистовик

~~Вопрос: Дано: $\alpha = \arcsin(0{,}96) \approx 73{,}74°$; v; $v_0 = ?$~~



~~Т.к. диск движется без проскальзывания, то точки обода в СО т.О движутся со скоростью v~~

~~Перейдем в СО т.О:~~

~~$\omega = \frac{v_0}{R}$~~

~~$v_{отн} = \omega \cdot \frac{R}{2} = \frac{v_0}{R} \cdot \frac{R}{2} = \frac{v_0}{R}$~~

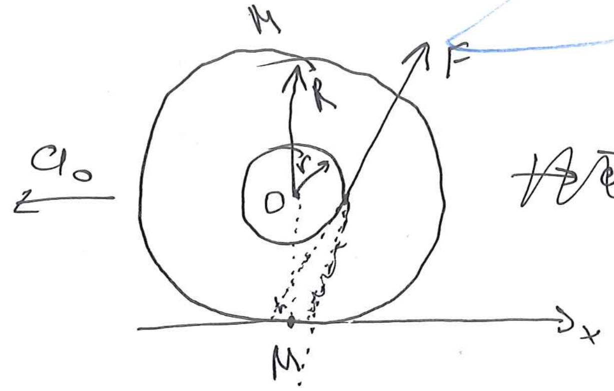
Задача:

$r = 0{,}48R$

M; $\alpha = \arcsin(0{,}96) \approx 73{,}74°$

$F = \frac{5}{7}Mg$

$\vec{a}_0;\ \mu = ?$



1) Проверим, при каком угле наклона $\vec F$ его продолжение будет пересекать точку касания дисков с пл-ю (т. М):

$\cos\gamma = \frac{r}{R} = 0{,}48 \Rightarrow \sin\gamma = \sqrt{1 - \frac{144}{625}} = \frac{\sqrt{625-144}}{25} = \boxed{\frac{\sqrt{481}}{25} = \sin\gamma}$

сравним $\sin\gamma$ и $\sin\alpha$: $\frac{481}{625} < \frac{576}{625} \Rightarrow \alpha > \gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec F$ пересекает поверхность перед т. М $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{диски движутся влево}}$

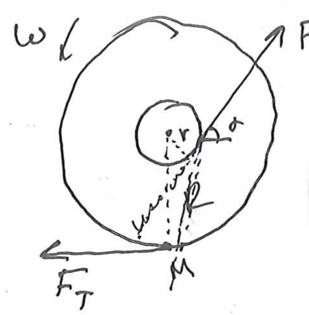
2) Если катушка движется без проскальзывания, то угловая скорость всех точек дисков одинакова

$\underline{\omega = const}$

Перейдем в ~~...~~ СО центра дисков.

Т.к они однородные, то Ц.М находится в т. О

Т.к ось диска ускоряется, то в этой СО будет действовать сила инерции, но т.к диск однородный, то $\vec{F}_{и.рез.}$ будет приложена к оси О ⇒ ~~в~~ её момент равен 0 относительно т. О:



$M_{тр} = 0$, $M_N = 0$ } ⇒ не буду ~~от~~ рисовать эти силы

$\boxed{I\dot{\omega} = F\cdot r - F_T\cdot R}$ (1) ← осн. ур-ие дин. вр. движ.

Из кинематики: $v_0 = \omega R$ ⇒ $\boxed{a_0 = \dot{\omega} R}$ ⇒ $\boxed{\dot{\omega} = \frac{a_0}{R}}$

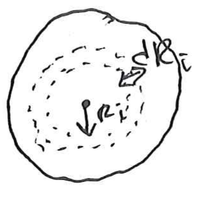
• Перейдем обратно в ЛСО:

Теор. о движ. Ц.М на ox: $Ma_0 = -F\cos\alpha + F_T \,\Big|\cdot R$ ⇒

⇒ $\boxed{M\dot{\omega}R^2 = -F\cos\alpha R + F_T\cdot R}$ (2)

• (1)+(2): $\boxed{I\dot{\omega} + M\dot{\omega}R^2 = Fr - FR\cos\alpha}$

3) Найдем момент инерции дисков



$$I = \int_0^R dm R_i^2 = \int_0^R \frac{M}{\pi R^2}\cdot 2\pi R_i dR_i\cdot R_i^2 = \frac{2M}{R^2}\int_0^R R_i^3 dR_i = \frac{2M}{R^2}\cdot\frac{1}{4}R^4 = \boxed{\frac{MR^2}{2} = I}$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

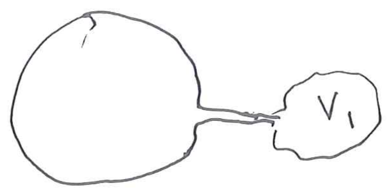
Черновик: $dU = p_a dV + V dp$

~~$dU = d\nu RT$~~

$p_a V_1 = \nu R T_0$

$(p_a + \Delta p)V = \nu R T_0$

$p_a V_1 = (p_a + \Delta p)V$



$V_1 = \frac{(p_1 + \Delta p)V}{p_a}$ $\quad dU = \frac{5}{2} d\nu RT$

$16 \times 16 = 96 + 16 = 256$; $256 \times 3 = 768$

$\frac{8\pi\sigma r^2}{3p_a}\cdot\frac{2\sigma}{r} = \frac{16}{3}\frac{\pi\sigma^2 r}{p_a}$

$\frac{4^2 M^3}{M^2 M}$

$20\cdot 0,6 = 1,2\cdot\frac{3}{1000} = \frac{3,6}{1000}$

$\frac{mv}{qB} = \gamma\frac{v}{B}$

σr^2 - Дж

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $\quad u^2 = v^2 + 2g(R-h)$

$1 + \frac{1}{tg^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

$625 - 576 = 49$

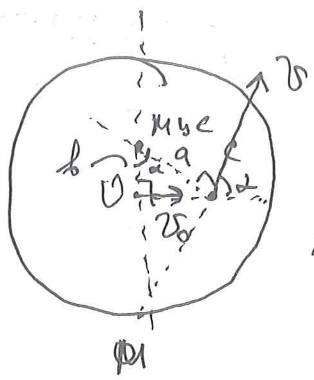
№1

Вопрос

$\sin\alpha = 0{,}96$

v

$v_0 = ?$



Странное условие, т.к если бы диск не проскальзывал ~~...~~, то $v_c = v$ была бы $\perp$ МС, но

допустим все нормально и будем решать ~~в ...~~ так будто всё нормально

• Очевидно что $\vec{v}_0$ будет горизонтален $\Rightarrow$ Найдем М.Ц.С

$$\omega = \frac{v}{a};\quad \sin\alpha = \frac{R}{2a} \Rightarrow a = \frac{R}{2\sin\alpha} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{2v\sin\alpha}{R}}$$

$$v_0 = \omega\cdot b;\quad \cos\alpha = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a\cos\alpha =$$

$$= \boxed{\frac{R}{2\operatorname{tg}\alpha} = b} \Rightarrow v_0 = \frac{2v\sin\alpha\cdot R\cos\alpha}{R\cdot 2\sin\alpha} = v\cos\alpha$$

$$\boxed{v_0 = v\cos\alpha}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{625-576}{625}} = \frac{7}{25} \Rightarrow \boxed{v_0 = \frac{7}{25}v}$$

Отв: $v_0 = \frac{7}{25}v$

87-37-47-99 (139.1)

$$\frac{MR^2\omega}{2} + MR^2\omega = Fr - FR\cos\alpha \Leftrightarrow \frac{MR^2 a_0}{2\cdot R} = F(R\cos\alpha - r) =$$

$$= \frac{MR}{2}a_0 = F(R\cos\alpha - r) \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{2F(R\cos\alpha - r)}{MR}}$$

$$a_0 = \frac{5Mg R}{4MR}\left(\frac{7}{25}\right) -$$

$$\frac{3MRa_0}{2} = FR\left(\frac{12}{25}-\frac{7}{25}\right) \Leftrightarrow \frac{3Ma_0}{2} = \frac{5}{8}Mg\cdot\frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{g\cdot 2}{3\cdot 8_4} = \boxed{\frac{g}{12} = a_0} \leftarrow \text{влево}$$

3) Такое движение возможно, если $F_{тр} \le \mu N$

$$N = Mg - F\sin\alpha = Mg - \frac{5}{8}Mg\cdot\frac{24}{25} = \boxed{\frac{2}{5}Mg = N}$$

$$\text{Из (1)}: F_{тр} = F\frac{r}{R} - I\frac{\omega}{R} = \frac{5}{8}Mg\cdot\frac{12}{25} - \frac{MR^2\cdot g}{2\cdot R^2\cdot 12} =$$

$$= \frac{3}{10}Mg - \frac{Mg}{24} = \frac{36Mg - 5Mg}{120} = \boxed{\frac{31Mg}{120} = F_{тр}}$$

$$\Rightarrow \frac{31Mg}{120} \le \mu\cdot\frac{2}{5}Mg \Rightarrow \mu \ge \frac{31\cdot 5}{120\cdot 2} = \frac{31}{48}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu \ge \frac{31}{48}}$$

Ответ: $a_0 = \frac{g}{12}$ — влево

$\mu \ge \frac{31}{48}$

№2

Вопрос

Дано: σ; R

Δp

Воспользуемся формулой Лапласа для разницы давлений

$$\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{R_\perp}+\frac{1}{R_\parallel}\right) = p_2 - p_1$$

$R_\perp$ и $R_\parallel$ — радиусы кривизны мыльной пленки в 2-х перпенд. направлениях. Т.к у нас пузырь сферический, то $R_\perp = R_\parallel$ ⇒

⇒ $p_2 - p_1 = \boxed{\Delta p = \frac{2\sigma}{R}}$ ← отв. ±

Задача

Дано

$R = 4$ см

$\sigma \approx 0,04$ Н/м

$p_a \approx 100$ кПа

$T = const$

$A = ?$

промежуточный рез-т

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r}$$

Т.к $T = const$, то $p_a = const$

Совершаемая работа будет расходоваться на увелич. энергии мыльной пленки

• $dA_м = \sigma\, dS = \sigma\left[d(4\pi r^2)\right] = \sigma\cdot 8\pi r\, dr$ ⇒

⇒ $\boxed{dA_м = 8\pi\sigma r\, dr}$

$$A = \int_0^R 8\pi\sigma r\, dr = 8\pi\sigma\int_0^R r\, dr = \frac{8\pi\sigma}{2}R^2 = 4\pi R^2\sigma$$

? −

$$\sigma = \frac{2R}{4\pi\cdot10^{-7}Q}\cdot\frac{1}{\operatorname{arctg}\left(\dfrac{2y+\frac{x^2}{2R}}{x+\sqrt{x^2-\frac{x^2}{R}\left(y+\frac{x^2}{4R}\right)}}\right)}$$

$y = R - h$

$x = \sqrt{2Rh - h^2}$

Отв.

№4

Вопрос Распространение света можно описывать в рамках приближения геом. оптики если допущения, на пути света не встречаются препятствия размеры которых сравнимы с длиной волны света +

Так, например, если у нас есть дифракционная решетка, то в таком случае мы будем наблюдать явление дифракции, которое не описывает геом. оптика

Задача:

$\nu = 8$ кГц

$R = 30$ м

$L = 1,5$ м

$\alpha = 30°$

$c \approx 340$ м/с

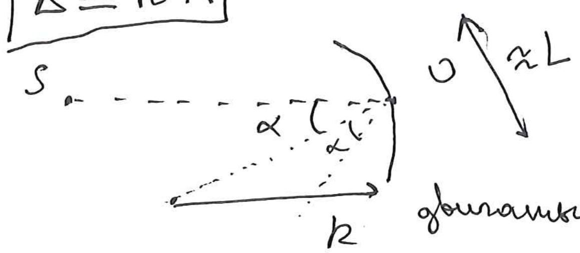
α

Найдем длину волны звука:

$$c = \lambda\nu \Rightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{340}{8000} = \boxed{\frac{17}{400}\text{ м} = \lambda}$$

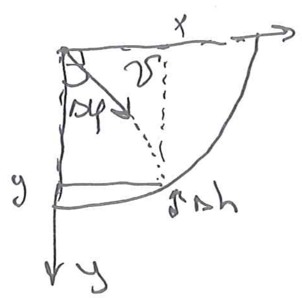
Т.к микрофон принимает звук с наибольшей амплитудой, то по „световой" аналогии разность хода звуковых волн должна быть равна целому числу длин волн

$\boxed{\Delta = k\lambda}$



отражаясь от стены волна идущая по прямой SO будет отражена и будет двигаться под углом α

• $\boxed{v^2 = 2gR \text{ : из ЗСЭ}}$

• 

$\vec{S} = \vec{v}t + \frac{\vec{g}t^2}{2}$

$Ox: \ S_x = v\sin\Delta\varphi\, t = x$

$S_y = v\cos\Delta\varphi\, t - \frac{gt^2}{2} = y$

$t = \frac{x}{v\sin\Delta\varphi} \Rightarrow y = v\cos\Delta\varphi\frac{x}{v\sin\Delta\varphi} - \frac{g}{2}\frac{x^2}{v^2\sin^2\Delta\varphi} =$

$= \boxed{\frac{x}{tg\Delta\varphi} - \frac{gx^2}{2v^2}\left(1 + \frac{1}{tg^2\Delta\varphi}\right) = y}$

$\boxed{y = R - h}$

$x = \sqrt{R^2 - (R-h)^2} = \sqrt{\cancel{R^2} - \cancel{R^2} + 2Rh - h^2} = \boxed{\sqrt{2Rh - h^2} = x}$

Пусть $\frac{1}{tg\Delta\varphi} = A$, тогда: $\frac{x}{A} - \frac{gx^2}{2v^2}\left(1 + \frac{1}{A^2}\right) = y \ /\cdot A^2$

$Ax - \frac{gx^2}{2v^2}A^2 - \frac{gx^2}{2v^2} = yA^2 \Leftrightarrow A^2\left(y + \frac{gx^2}{2v^2}\right) - Ax + \frac{gx^2}{2v^2} = 0$

$A = \frac{x + \sqrt{x^2 - \frac{2gx^2}{v^2}\cdot\left(y + \frac{gx^2}{2v^2}\right)}}{2y + \frac{2gx^2}{2v^2}} = \frac{1}{tg\Delta\varphi}$

$\Delta\varphi = arctg\left(\frac{2y + \frac{2gx^2}{2v^2}}{x + \sqrt{x^2 - \frac{2gx^2}{v^2}\left(y + \frac{gx^2}{2v^2}\right)}}\right) = \gamma BC$

$\cancel{\gamma = 2RC}$

$\gamma = \frac{2R}{\mu_0 Q}\cdot\frac{1}{arctg\left(\frac{2y + \frac{2gx^2}{2gR}}{x + \sqrt{x^2 - \frac{gx^2}{gR}\left(y + \frac{gx^2}{4gR}\right)}}\right)}$

87-37-47-90 (139.1)

Пусть мы ~~вдув~~ вдуваем воздух так:

Из ур-ия Менд. Клайп:

$p_a V_1 = \nu R T_0$

$(p_a + \Delta p)V = \nu R T_0$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{(p_a + \Delta p)V}{p_a}} = \frac{\left(p_a + \frac{2\sigma}{r}\right)\frac{4\pi}{3}r^3}{p_a} = V_1$

$\boxed{V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 + \frac{8\pi\sigma}{3p_a}r^2} \Rightarrow \Delta V = V - V_1 = -\frac{8\pi\sigma}{3p_a}r^2$

• Внутр. эн. газа $U = \frac{5}{2}\nu RT = \frac{5}{2}(pV) \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta U = \frac{5}{2}(p_a\Delta V + V_1\Delta p) = \cancel{\frac{5}{2}\left(-\frac{2\pi\sigma}{3}r^2 + \frac{4}{3}\pi r^2\cdot 2\sigma\right)}$

$= \frac{5}{2}\left(-\frac{8\pi\sigma}{3}r^2 + \frac{4}{3}\pi r^3\cdot\frac{2\sigma}{r} + \frac{8\pi\sigma}{3p_a}r^2\cdot\frac{2\sigma}{r}\right) =$

$= \frac{5}{2}\cdot\frac{16}{3}\frac{\pi r\sigma^2}{p_a} = \boxed{\frac{40}{3}\frac{\sigma^2\pi r}{p_a} = \Delta U} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Когда раздуем пузырь до R, то $\boxed{\Delta U = \frac{40\sigma^2\pi R}{3p_a}}$

ЗСЭ: $A = A_п + \Delta U = \boxed{4\pi R^2\sigma + \frac{40\sigma^2\pi R}{3p_a} = A}$

$A \approx 12\cdot\frac{16}{100}\cdot\frac{4}{100} + \frac{40\cdot16\cdot3\cdot4}{1000000\cdot100000}$ $\leftarrow$ понятно, что 2-ое слагаемое $\ll$ чем 1-ое $\Rightarrow$

$\Rightarrow A \approx \frac{12\cdot16\cdot4}{10000} = \frac{3\cdot16\cdot16}{10000} = \frac{756}{10000} = 0,0756$ Дж

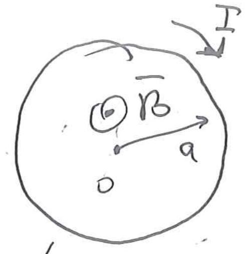
Отв: $A = 4\pi R^2\sigma + \frac{40\sigma^2\pi R}{3p_a} \approx 0,0756$ Дж

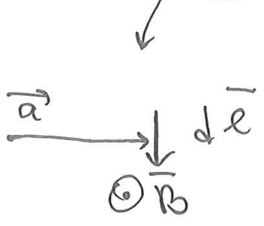
№3

Вопрос

Дано
$a; I$

$B = ?$





Закон Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I[d\vec{l}; \vec{a}]}{a^3} \Rightarrow |\vec{B}| = \frac{\mu_0 I \cdot dl\, a}{4\pi a^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} dl \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2}\int_0^L dl = \frac{\mu_0 I L}{4\pi a^2} = \frac{\mu_0 I \cdot \cancel{2\pi a}}{2\,\cancel{4\pi} a^{\cancel{2}}} = \boxed{\frac{\mu_0 I}{2a} = B}$$

+

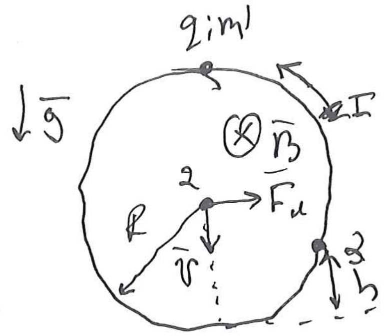
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$

$$\boxed{\text{Отв}: |\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2a}}$$

Задача

Дано
$R = 62{,}8$ см
$Q = 2414$ мкКл
$\tau = 3$ мс
$h = 2$ см

$\frac{q}{m} = \gamma = ?$



среднее знач.

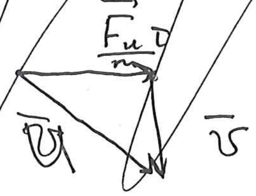
$$I \approx \frac{Q}{\tau} = \frac{2414 \cdot 10^{-3}\text{ Кл}}{3 \cdot 10^{-3}\text{ с}} = \boxed{\frac{2414}{3}\text{ А} \approx I}$$

В центре кольца на пылинку будет действовать сила Лоренца

$$\boxed{\vec{F}_Л = q[\vec{v}; \vec{B}]} \Rightarrow |\vec{F}_Л| = q v B$$

- Индукция магн. поля: $\boxed{B = \frac{\mu_0 Q}{2R\tau}}$
- 2-ой закон Ньютона в имп. виде:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}_Л \tau \Rightarrow m(\vec{u} - \vec{v}) = \vec{F}_Л \tau \Rightarrow \boxed{\vec{u} = \frac{\vec{F}_Л \tau}{m} + \vec{v}}$$



$$|\vec{u}| = \sqrt{v^2 + \frac{F_Л^2 \tau^2}{m^2}} = \sqrt{v^2 + \frac{q^2 \tau^2 v^2 B^2}{m^2}} =$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$$= \boxed{v\sqrt{1 + \gamma^2 \cdot B^2 \tau^2} = u}$$

$$u^2 = v^2 + \gamma^2 \frac{\mu_0^2 Q^2}{4R^2\tau^2}\tau^2 = \boxed{v^2 + \gamma^2\left(\frac{\mu_0 Q}{2R}\right)^2 = u^2}$$

- Найдем v^2: ЗСЭ: $\frac{mv^2}{2} - 0 = mgR \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \boxed{v^2 = 2gR}$$

- заряд полетит так после действия $F_Л$

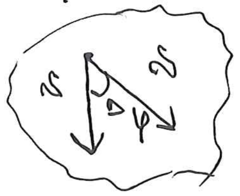
Т.к сила Лоренца не совершает работы ($\vec{F}_Л \perp \vec{v} = 0$) то q за то время, пока было включено поле $v = const$ (Т.к τ мало, то пренебрегаем mg)

~~Т.к τ мало, то будем~~

За время включения поля заряд будет двигаться по окр-и: $m\frac{v^{\cancel{2}}}{r_0} = q\cancel{v}B \Rightarrow r_0 = \frac{mv}{qB} =$

$$= \boxed{\frac{v}{\gamma B} = r_0} \Rightarrow \omega = \gamma B \Rightarrow \Delta\varphi = \omega\tau = \boxed{\gamma B\tau = \Delta\varphi}$$

$\Delta\varphi$ - угол, на который повернулся $\vec{v}$:



- Заряд далее полетит так: