0 432633 860001

43-26-33-86
(138.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 10 07

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы Горы
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Долгих Никиты Антоновича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«3» апреля 2026 года

Подпись участника

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Черновик:

$\Pi = \int \varepsilon E^2 dV$

$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\beta$

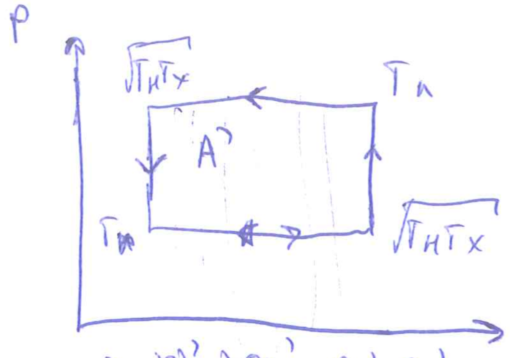
$\Pi = \frac{1}{2}\sum q\varphi$

$588 \cdot 300 = 176400$

$\sqrt{176400} = 2\sqrt{44100} = 2\cdot\sqrt{100\cdot 441} = 20\sqrt{441}$

$176400 : 4 = 44100$

$21 \cdot 21 = 441$



$A' = Q_н' - Q_х'$ $\quad Q_х' - Q_н'$

$A' = Q_х' - Q_н'$

$A' - Q_х' = -Q_н'$

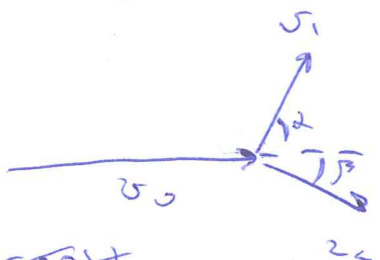
$\eta = 1 - \frac{Q_х + Q_х'}{Q_н}$

$\eta = \frac{Q_н - Q_х - A'}{Q_н} = 1 - \frac{Q_х + A' - Q_х'}{Q_н}$

$v_0 = v$

$v_0^2 = 2v^2 \quad v_0 = v\sqrt{2}$

$v_0\cos\alpha =$

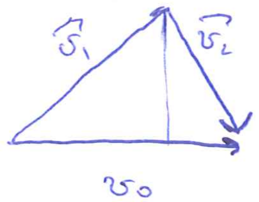


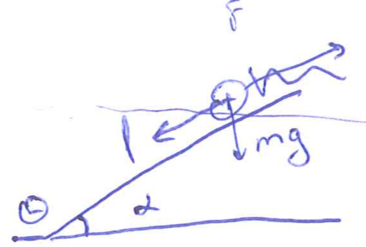
$\cancel{v_1\cos\alpha}$

$v_1\sin\alpha = v_2\sin\beta$

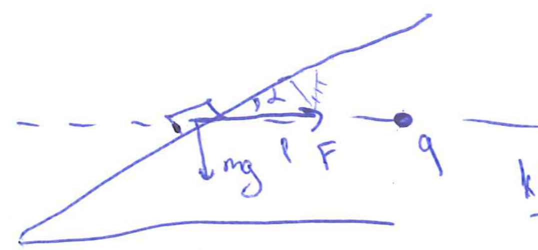
$v_0 = v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta$

$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2$





$\frac{kQ_1q}{l^2} = mg\sin\alpha$



$\frac{kQq}{l^2}\cancel{\cos\alpha} = mg\sin\alpha$

43-26-33-86
(138.3)

№	1	2	3	4	16
В	5	5	2	4	5[illegible]
З	10	10	14	20	

прозрачн?

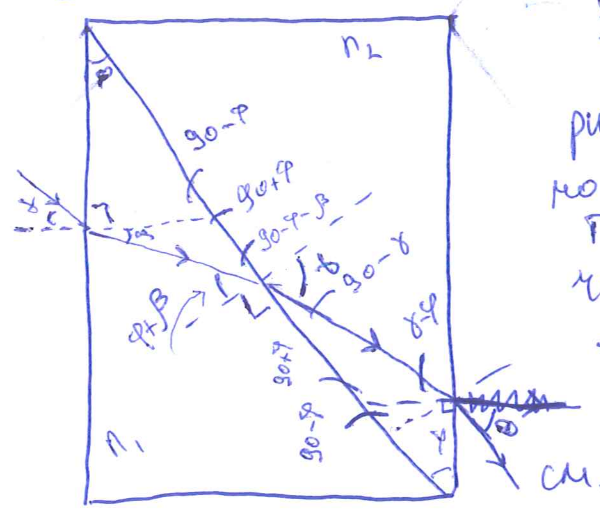
n – ?

$\Sigma 70$

Чистовик

Вопрос 4: В геометрической оптике закон преломления света именуется законом Снеллиуса, и имеет вид $n_1\sin\alpha = n_2\sin\beta$, где n_1 и n_2 - абсолютные оптически показатели первой и второй среды соответственно, а $\angle\alpha$ и $\angle\beta$ - углы луча к нормали в 1ой и второй среде соответственно. Важно отметить, что свет преломляется на границе двух сред. ~~В~~ Данный закон является следствием принципа Ферма (в среде свет идёт по пути наименьшей оптической длины), а данный принцип является следствием ещё более фундаментального принципа наименьшего действия. Частным случаем преломления могут являться преломления в линзах; В таком случае после преломления линии параксиальных лучей пересекутся в одной точке, именуемой фокусом, ~~и расстоя~~ и подчиняются след. формуле: $\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$, где n - опт. плотность материала, а F - расст. до фокуса; R_1 и R_2 - радиусы кривизны поверх. линзы.

Задача 4



1) будет 3 преломления;
Запишем Закон Снеллиуса для каждого; Также будем на рисунке производить подсчёты вспомогательных углов;
Также важно ~~отметить~~ отметить, что углы заведомо меньше 7°, ⇒ можем воспользоваться приближением малых углов;

см. продолж. на след. стр.

Чистовик

$$\begin{cases} \sin\alpha = n_1 \sin\beta \\ n_1\sin(\varphi+\beta) = n_2 \sin\gamma \\ n_2 \sin(\gamma-\varphi) = \sin\theta \end{cases}$$

Для малых углов

$$\begin{cases} \alpha = n_1\beta; \quad \beta = \frac{\alpha}{n_1} \\ n_1(\varphi+\beta) = n_2\gamma, \quad \gamma = \frac{n_1}{n_2}\left(\varphi + \frac{\alpha}{n_1}\right) \\ n_2(\gamma-\varphi)=\theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \theta = n_2\left(\frac{n_1}{n_2}\left(\varphi+\frac{\alpha}{n_1}\right) - \varphi\right) = n_2\left(\frac{n_1}{n_2}\varphi - \varphi + \frac{\alpha}{n_2}\right) =$$

$$= n_1\varphi - n_2\varphi + \alpha = \varphi(n_1-n_2)+\alpha$$

Поскольку $\angle\alpha$ и $\angle\theta$ это углы к перпин. к боковым поверхностям $\Rightarrow$ к пар. прямым, то

$\Delta = \cancel{\theta\Delta n}$ $\quad \Delta = \alpha - \theta = \varphi\Delta n$

$\Delta = 0{,}5\cdot 3^\circ = 1{,}5^\circ$ ✓

Вопрос 2:

В общем случае теплоёмкость определяется отношением $C=\frac{\delta Q}{dT}$; Из I начала термодинамики $\delta Q = dU + \delta A$, а для идеального газа выражение примет вид $\delta Q = \frac{i}{2}\nu R\,dT + p\,dV$; То есть в общем случае

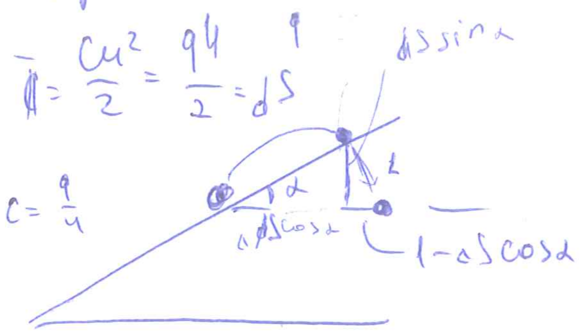
$$C = \frac{\frac{i}{2}\nu R\,dT + p\,dV}{dT};$$

продолжн. на след. стр.

Черновик

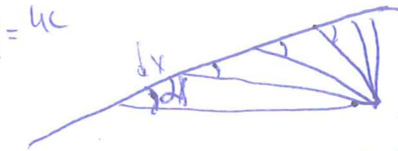
$\Pi = \frac{Cu^2}{2} = \frac{q_4}{2} = dS$

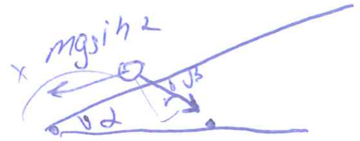
$C = \frac{q}{4}$



$l = \sqrt{\Delta S^2\sin^2\alpha + (l-\Delta S\cos\alpha)^2}$

$q = 4c$





$m\ddot{x} = \frac{kQq}{r^2}\cos\beta - mg\sin\alpha$

$\Pi = mgl\,x - \frac{kQq}{r}$

$h = dx\sin\alpha$

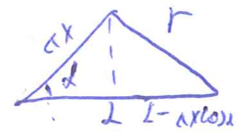
$r = \sqrt{(l-dx\cos\alpha)^2 + (dx\sin\alpha)^2} = \sqrt{l^2 - 2l\,\delta x\cos\alpha + \delta x^2\cos^2\alpha + \delta x^2\sin^2\alpha}$

$= \sqrt{l^2 - 2l\,\delta x\cos\alpha + \delta x} = \sqrt{l^2 - \delta x(2l\cos\alpha+1)}$

$x^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$

$\Pi = mgx\sin\alpha - \frac{kQq}{\sqrt{l^2 - x(2l\cos\alpha+1)}}$

$mg\Delta h =$



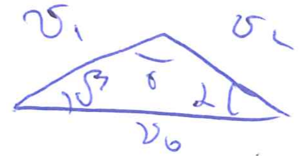
$\frac{\partial\Pi}{\partial x} = mg\sin\alpha + \frac{kQq(2l\cos\alpha+1)}{2(l^2 - x(2l\cos\alpha+1))^{\frac{3}{2}}}$ $= 0$

$r^2 = l^2 + \Delta x^2 - 2\Delta x l\cos\alpha$

$\int \varepsilon_0 E^2 dV \cdot \frac{kQq}{r}$

$\Sigma q\frac{kq}{r}$

v_1 $\quad v_2 \quad \frac{1}{2}\left(\frac{kq^2}{r} + \frac{kq^2}{r}\right) = \frac{kq^2}{r}$



$v_1\sin\beta = v_2\frac{b}{2R}$

$v_0 = v_1\cos\beta + v_2\cos\alpha$

$v_0 = v_2\,tg\beta\frac{b}{2R} + v_2\cos\alpha$

$v_0 = v_2\left(tg\beta\frac{b}{2R} + \sqrt{1-\frac{b^2}{4R}}\right)$

$\cos\gamma = \frac{v_0^2 - v_1^2 - v_2^2}{2v_1v_2}$

$tg\beta = tg(\pi-\gamma-\alpha)$

$\cos\gamma = \frac{mu^2 f\left(\frac{v_{11}}{u}\right)}{2uv_1v_2}$

$v_0 = v_1\cos\beta + v_2\cos\alpha$

$v_1\sin\beta = v_2\sin\alpha$

$v_0^2 + v_1^2\sin^2\beta = v_1^2\cos^2\beta + 2v_1v_2\cos\beta\cos\alpha +$

$v_0^2 = v_1^2(\cos^2\beta - \sin^2\beta)_\alpha + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\beta\cos\alpha$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

43-26-33-86 (138.3)

В изо~~бар~~хорном процессе $V = const$ чистовик

$\Rightarrow dV = 0 \Rightarrow pdV = 0;$

Тогда $C_V = \dfrac{\frac{i}{2}\nu R dT}{dT} = \dfrac{i}{2}\nu R$ +

Теперь рассмотрим изобарный процесс:

$p = const; \Rightarrow dP = 0$

$pV = \nu RT$ – ур. Менд.-Клайп.

$d(PV) = d(\nu RT)$ при p const $pdV = \nu R\,dT$

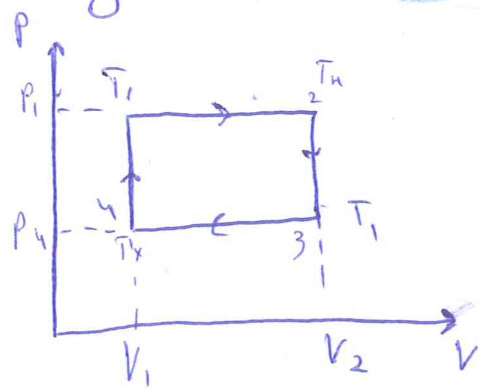
$pdV + Vdp = \nu R dT;$

Тогда $\delta Q = \frac{i}{2}\nu R dT + pdV = \frac{i}{2}\nu R dT + \nu R dT =$

$= \frac{i+2}{2}\nu R dT;$

$\Rightarrow C_p = \dfrac{\delta Q}{dT} = \dfrac{i+2}{2}\nu R$ +

Задача 2



$\eta = \dfrac{Q_н - Q_х}{Q_н}$

$Q_н: \delta Q_{12} = cdT;\ c > 0,\ dT > 0 \Rightarrow н$

$\delta Q_{14} = cdT;\ c > 0,\ dT > 0 \Rightarrow н$

$Q_х: \delta Q_{23} = cdT;\ c > 0,\ dT < 0 \Rightarrow х$

$\delta Q_{34} = cdT;\ c > 0,\ dT < 0 \Rightarrow х$

$Q_{12} = \cancel{\frac{3}{2}\nu R(T_н - T_1) + P_1\Delta V} + C_p\Delta T =$

$= \frac{5}{2}(T_н - T_1)\nu R$

$|Q_{23}| = C_v\Delta T = \frac{3}{2}(T_н - T_1)\nu R$

$|Q_{34}| = C_p\Delta T = \frac{5}{2}(T_1 - T_x)\nu R$

$Q_{14} = C_v\Delta T = \frac{3}{2}(T_1 - T_x)\nu R$

$P_1V_1 = P_4V_2 = \nu RT$

$P_1V_2 = \nu RT_н$

$P_4V_1 = \nu RT_x$

$\dfrac{P_1}{P_4} = \dfrac{T}{T_x}$, $\dfrac{P_1}{P_4} = \dfrac{T_н}{T}$ $\Rightarrow \dfrac{T}{T_x} = \dfrac{T_н}{T}$

$T = \sqrt{T_н T_x}$ +

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{\cancel{x}x}|}{Q_н} = 1 - \frac{\cancel{\nu} R\left(\frac{3}{2}(T_н - T_1) + \frac{5}{2}(T_1 - T_x)\right)}{\cancel{\nu} R\left(\frac{5}{2}(T_н - T_1) + \frac{3}{2}(T_1 - T_x)\right)} =$$

$$= 1 - \frac{\frac{3T_н - 5T_x}{2} + T_1}{\frac{5T_н - 3T_x}{2} - T_1} = \cancel{1} \; 1 - \frac{\frac{\overset{1764}{3 \cdot 588} - \overset{1500}{5 \cdot 300}}{2} + 420}{\frac{5 \cdot 588 - 3 \cdot 300}{2} - 420} =$$

264

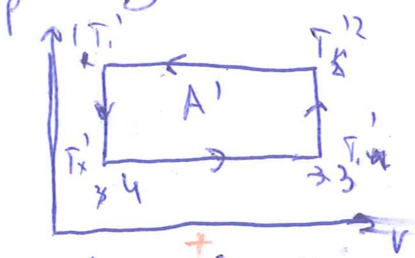
$T_1 = \sqrt{T_н T_x} =$
$= \sqrt{300 \cdot 588} =$
$= 20\sqrt{441} =$
$= 20 \cdot 21 = 420$

$$= 1 - \frac{264 + \overset{210}{\cancel{420}}}{2940 - 900 - 210} = 1 - \frac{474}{1830} = \frac{1430 - 74}{1830} = \frac{1356}{1830}$$

2040 1830

−

Теперь рассмотрим машину со включенным регенератором;



$$\eta' = \frac{A}{Q_н}$$ +

$A = Q_н - Q_x + Q_x' - A'$ −

$$\eta' = 1 - \frac{Q_x + A' - Q_x'}{Q_н}$$

$$\eta' = 1 - \frac{Q_x - Q_н'}{Q_н} =$$

$$= 1 - \frac{Q_x}{Q_н} - \frac{Q_н'}{Q_н} =$$

$$= \eta - \frac{Q_н'}{Q_н}$$

+

~~Aнас~~ С точностью до обратного по сравнению с ~~преды~~ рассчетами без регенератора

$A' = Q_x' - Q_н' \Rightarrow A' - Q_x' = -Q_н'$

$Q_н' = Q_{43} + Q_{32} =$

$= \frac{5}{2}(T_1' - T_x') + \frac{3}{2}(T_н' - T_1')$,

где $T_1' = \sqrt{T_н' T_x'}$

$$\eta' = \eta - \frac{\frac{5}{2}\left(\sqrt{T_н' T_x'} - T_x'\right) + \frac{3}{2}\left(T_н' - \sqrt{T_н' T_x'}\right)}{\frac{5}{2}(T_н - T_1) + \frac{3}{2}(T_1 - T_x)}$$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Вопрос 3: т.к. $r \gg a$, то шары можно рассматривать как точечны заряды; Тогда для них справедлив закон Кулона:

чистовик

$F = \frac{kq^2}{r^2}$;

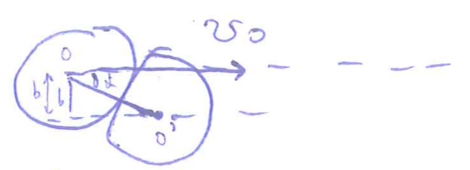
как известно, $F = -\operatorname{grad}\Pi = -\frac{\partial \Pi}{\partial r}$

не учтена энергия самодействия

$\Pi = -\int_{\infty}^{r} \frac{kq^2}{r^2}\,dr = -\frac{kq^2}{r}$

43-26-33-86
(138.3)

Задача 1: чистовик



$OO' = 2R$

$v_{\parallel} = v_0 \cos\alpha = v_0\sqrt{1-\sin^2\alpha}$

$\sin\alpha = \frac{b}{2R} \Rightarrow v_{\parallel} = v_0\sqrt{1-\frac{b^2}{4R^2}}$ +

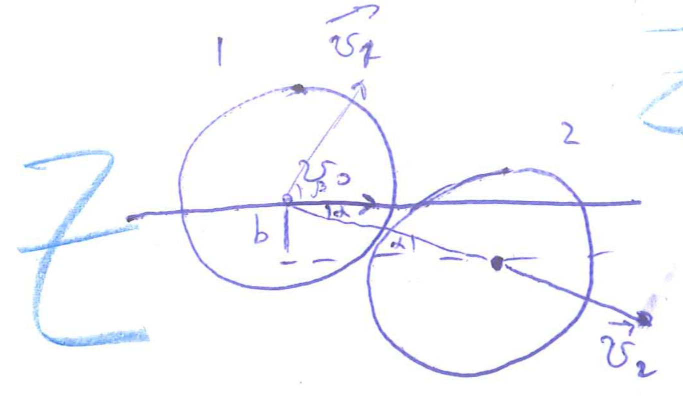
$\frac{v_{\parallel}}{u} = \frac{v_0}{u}\sqrt{1-\frac{b^2}{4R^2}}$

$\frac{v_0}{u}\sqrt{1-\frac{b^2}{4R^2}} = 1$

$1-\frac{b^2}{4R^2} = \frac{u}{v_0}$

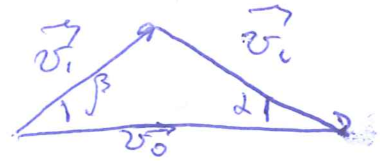
$b_m = \sqrt{4R^2\left(1-\frac{u}{v_0}\right)}$

b_m – такой макс. прицельный параметр, когда $\Delta E = 0$



Шарик 2 и получит $\vec{v}_2$ после столкновения, такую, что $\vec{v}_2 \uparrow\uparrow \vec{OO'}$, т.к. $\vec{N} \uparrow\uparrow \vec{OO'}$, где $\vec{N}$ – сила реакции при столкнов;

$m\vec{v}_0 = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$



$v_1 \sin\beta = v_2 \sin\alpha$;

$v_1 \sin\beta = v_2 \frac{b}{2R}$

$v_0 = v_1\cos\beta + v_2\cos\alpha$;

$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mu^2}{3} f\left(\frac{v_{\parallel}}{u}\right)$

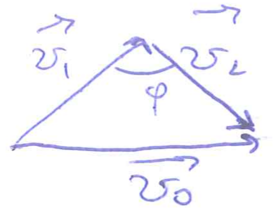
продолжн. реш. после вопроса 1

Вопрос 1: Чистовик

Абсолютно упругое соударение удовлетворяет ЗСЭ и ЗСИ;

$$\begin{cases} m\vec{v_0} = m\vec{v_1} + m\vec{v_2}, \\ \dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv_1^2}{2} + \dfrac{mv_2^2}{2} \end{cases}$$

где $\vec{v_1}$ и $\vec{v_2}$ - приобретённые скорости;



По т. Косинусов

$$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\varphi$$

а из ЗСЭ

$$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2;$$

То есть получаем сист.

$$\begin{cases} v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 \\ v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\varphi \end{cases}$$

; вычтем из верхнего нижнее

$$0 = 0 + 0 + 2v_1v_2\cos\varphi;$$

$$2v_1v_2\cos\varphi = 0; \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \boxed{\varphi = 90^\circ}$$

+

Задача 1, продолжн.

Пусть угол разлета - γ, тогда из т. Косинусов

$$\cos\gamma = \frac{v_0^2 - v_1^2 - v_2^2}{-2v_1v_2};$$

т.к. $v_0^2 = v_2^2 + v_1^2 + \frac{2u^2}{3}f\left(\frac{v_{11}}{u}\right)$, то выражение примет вид:

$$\cos\gamma = \frac{u^2 f\left(\frac{v_{11}}{u}\right)}{-3v_1v_2};$$

при $b = 0$, обычный центральный удар $\Rightarrow \gamma = 0$

То есть до $b = 2R\sqrt{1 - \frac{u}{v_0}}$

$\gamma = 90^\circ$

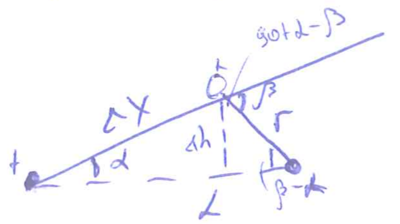
Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Задача 3: Чистовик

Воспользуемся законом сохранения E:

$$\Pi_1 + W_1 = \Pi_2 + W_2$$

$$mgh_1 + \frac{kQq}{L} = mgh_2 + \frac{kQq}{r}$$



$$mg(h_2 - h_1) = \frac{kQq}{L} - \frac{kQq}{r} \quad | : m$$

$$g(h_2 - h_1) = \lambda\left(\frac{1}{L} - \frac{1}{r}\right)$$

$$(h_2 - h_1) = L^2\left(\frac{1}{L} - \frac{1}{r}\right)\operatorname{ctg}\alpha$$

$$\Delta h = \Delta x \sin\alpha$$

$$r^2 = L^2 + \Delta x^2 - 2\Delta x L\cos\alpha;$$

Из условия равновесия в начале:

$$mg\sin\alpha = \frac{kQq}{L^2}\cos\alpha$$

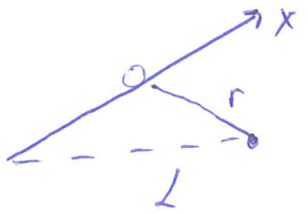
$$\frac{kQq}{m} = L^2 g\operatorname{ctg}\alpha = \lambda$$

В случае, если была начальная скор

Условие равновесия через силы:

$$mg\sin\alpha = \frac{kQq}{r^2}\cos\beta$$

Исследуем пот. E шайбы:



$$\Pi = mgh - \frac{kQq}{r}; \text{ где } h = x\sin\alpha, \quad r^2 = L^2 + x^2 - 2xL\cos\alpha$$

$$\Pi = mgx\sin\alpha - \frac{kQq}{\sqrt{L^2 + x^2 - 2xL\cos\alpha}};$$

Условие на равновесие:

$$\frac{\partial\Pi}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial\Pi}{\partial x} = mg\sin\alpha + \frac{kQq(2x - 2L\cos\alpha)}{2(L^2 + x^2 - 2xL\cos\alpha)^{\frac{3}{2}}} = 0$$

Отсюда сможем найти x равновесия;

Вопрос?

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!