0 340908 970006

34-09-08-97
(138.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 10.07

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Покори Воробьёвы горы"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Наумкина Валерия Евгеньевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

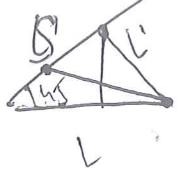
«03» апреля 2026 года

Подпись участника

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Черновик



$$mg = \frac{kqQ}{l^2}$$

ЗСЭ: $\Delta E_k + \Delta E_p = 0$

$$0 - 0 + -\frac{kqQ}{l'} + \frac{mgl'}{\sqrt{2}} + \frac{kqQ}{l} = 0$$

$$\frac{mgl'}{\sqrt{2}} = kqQ\left(\frac{l+l'}{ll'}\right) = mg\,\frac{l(l+l')}{l'}$$

$$l'^2 = \sqrt{2}\,l^2 + ll'$$

$$\frac{0,73}{1,41}$$

$$-\frac{kqQ}{\sqrt{l^2+s^2-\sqrt{2}ls}} + \frac{mg\,s}{\sqrt{2}} = -\frac{kQq}{l}$$

$$-\sqrt{2}l^3 + s\sqrt{l^2+s^2-\sqrt{2}ls} = -\sqrt{2}l \cdot \sqrt{l^2+s^2-\sqrt{2}sl}$$

$$s = \frac{\pm\sqrt{11}-3}{\sqrt{2}}\,l \qquad mgl^2$$

$$-\sqrt{2} + x\sqrt{1+x^2-\sqrt{2}x} = -\sqrt{2}\sqrt{1+x^2-\sqrt{2}x}$$

$$(x+\sqrt{2})\sqrt{1+x^2-\sqrt{2}x} = \sqrt{2} \quad |\wedge 2$$

$$x^2 + 3\sqrt{2}x - 1 = 0$$

$$D = 18 + 4 = 22$$

$$x_{1,2} = \frac{-3\sqrt{2} \pm \sqrt{22}}{2} =$$

$$(x^2 + 2\sqrt{2}x + 2)(1 + x^2 - \sqrt{2}x) = 2$$

$$x^3 + \sqrt{2}x^2 + x + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}x^2 - 4x + 2x - 2\sqrt{2} = 0$$

$$x^3 + 3\sqrt{2}x^2 - x = 0$$

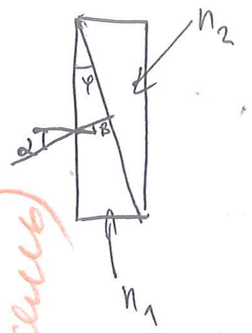
34-09-08-97
(138.1)

68

№	1	2	3	4
Б	5	5	2	5
З	16	15	17	3

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

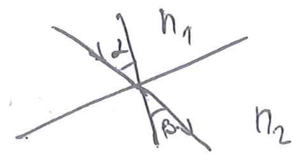
Черновик



$$\alpha = n_1\beta$$

$$5 = v_1 + v_2$$

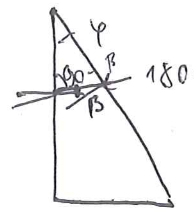
$$16 = v_1^2 + v_2^2$$



$$\sin\alpha\, n_1 = \sin\beta\, n_2$$

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$$



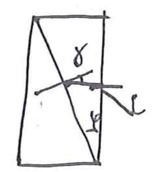
$$180 - 90 + \beta - \varphi = 90 + \beta - \varphi$$

$$(\varphi - \beta)n_1 = \gamma n_2$$

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

$$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2$$

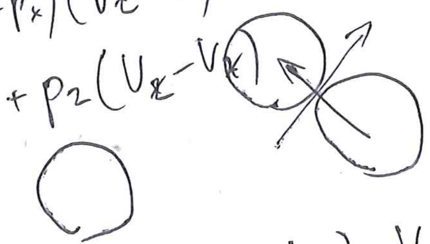
$$\gamma \qquad v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2\vec{v}_1\cdot\vec{v}_2$$



$$(\varphi + \gamma)n_2 = t$$

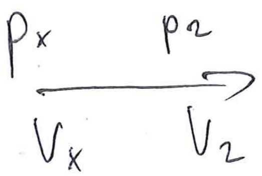
$$\varphi n_2 - \varphi n_1 - \beta n_1 = \varphi(n_2 - n_1) + \alpha$$

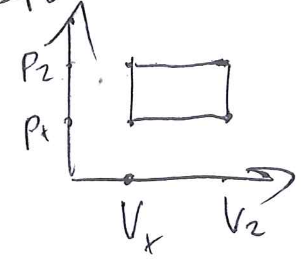
$$A = (p_2 - p_x)(V_2 - V_x)$$



$$Q_+ = \frac{i}{2}(p_2V_2 - p_xV_x) + p_2(V_2 - V_x)$$

$$Q_+ = \frac{i}{2}V_x(p_2 - p_x) + \frac{i}{2}(V_2p_2 - p_2V_x) \qquad V_2p_x = V_xp_2$$



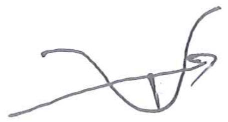


Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик

$\sin\beta = \frac{B}{2R}$

$\vec{v}_0 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$



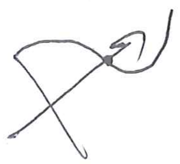
$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$

$V_{\parallel} = \cos\beta\, v_0 = \sqrt{1 - \frac{B^2}{4R^2}}\, v_0$

$u^2 f\left(\frac{V_1}{u}\right) = 3 v_1 v_2 \cos\alpha$

$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} + \Delta E$

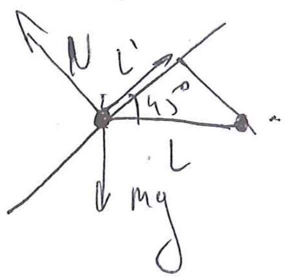
$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{5}{3} \overset{?}{>} \frac{4}{3}$ $\quad -\frac{2\Delta E}{m} = -2 v_1 v_2 \cos\alpha$



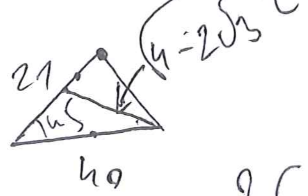
$5 \cdot \sqrt{3} > 8$

$\sqrt{3} > 1{,}6$

$\Delta E = m v_1 v_2 \cos\alpha$



$\frac{kq_+ q_-}{l^2} = mg$



$\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \frac{5}{3}$ $\quad 2{,}5$

ЗСЭ:

$-\frac{k|q_+||q_-|}{l} = \frac{mg\,l'}{\sqrt{2}} - \frac{k|q_+||q_-|}{\sqrt{l^2 + l'^2 - \sqrt{2}\,l\,l'}}$

$\frac{\sin\alpha}{l} = \frac{\sin 45}{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}\,l}$

$-mgl = \frac{mg\,l'}{\sqrt{2}} - \frac{mg\,l^2}{\sqrt{l^2 - l'^2 - \sqrt{2}\,l\,l'}}$

$\frac{l'}{l} = x \quad \sqrt{2} - \sqrt{1 - x^2 - \sqrt{2}x} = x\sqrt{1 - x^2 - \sqrt{2}x} - 1$

$(x + \sqrt{2})\sqrt{1 - x^2 - \sqrt{2}x} = 1 \quad |\,{}^2$

$(x^2 + 2 + 2\sqrt{2}x)(1 - x^2 - 2x) = 1$

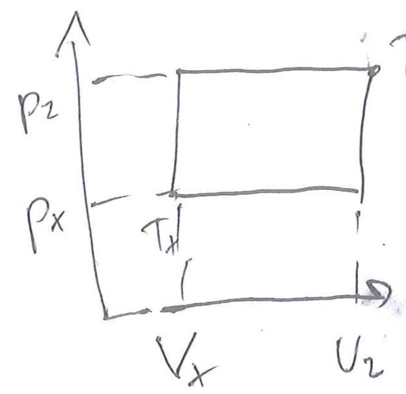
$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{5}{3} \qquad \frac{2{,}5}{1{,}73} \cdot \frac{3}{4}$

$7{,}5$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик.

$v_1 v_2$



$V_н = V_{\parallel} - V_к$

$V_к$

$(i+1)(T_2 - T_x)$

$v_\parallel' = v_\parallel - v_2$

$v_1 = \sqrt{v_\parallel^2 + v_\perp^2}$

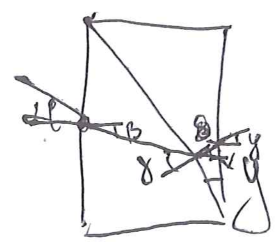
$Q_+ = c_V(T - T_x) + c_p(T_2 - T)$

$Q_- = c_V(T_2 - T) + c_p(T - T_x)$

$\eta = 1 - \frac{Q_-}{Q_+} = 1 - \frac{T - T_x + \gamma T_2 - \gamma T}{T_2 - T + \gamma T - \gamma T_x}$

$1 - \frac{T_2 - T + \gamma T - \gamma T_x}{T - T_x + \gamma T_2 - \gamma T}$

$T - T_x + \gamma T_2 - \gamma T - T_2 + T - \gamma T + \gamma T_x$



$\frac{(\gamma - 1)(T_2 + T_x - 2\sqrt{T_2 T_x})}{\sqrt{T_2 T_x}(1 - \gamma) + \gamma T_2 - T_x}$

$\beta = \alpha$

$\beta n_1 = \alpha$

$\gamma = \beta + \varphi$

$\gamma n_1 = \delta n_2 \quad v_2 v_1 = \sqrt{v_2^2(v_\parallel^2 + v_2^2 - 2v_\parallel v_2 + v_\perp^2)} =$

$y = n\delta\varphi$

$\sqrt{v_2^2(v_0^2 + v_2^2 - 2v_\parallel v_2)}$

Черновик

34-09-08-97 (138.1)

Чистовик

№1

Вопрос: ЗСИ: $\vec{p_0} = \vec{p_1} + \vec{p_2} \Rightarrow m\vec{v_0} = m\vec{v_1} + m\vec{v_2} \quad |:m \quad |^2$

$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2\vec{v_1}\cdot\vec{v_2}$ (I)

, где v_0 - начал. скорость налетевшей шайбы, $\vec{v_1}$ и $\vec{v_2}$ - скорости после удара

т.к. шайба упругие: ЗСЭ: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow v_0^2 = v_1^2 + v_2^2$ (II)

Из (I) вычитаем (II): $2\vec{v_1}\cdot\vec{v_2} = 0 \Rightarrow$ угол разлета 90°.

или $\left[\begin{array}{l} v_1 = 0 \\ v_2 = 0 \end{array}\right.$, но это соответствует лобовому удару

Отв: 90°

№2.

Вопрос; пусть i - кол-во степеней свободы газа:

$C \equiv \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU + \delta A}{dT} = \frac{\frac{i}{2}\nu R dT + p dV}{dT}$

В изохор: $dV = 0 \Rightarrow C_V = \frac{i}{2}\nu R$

~~В изобар: p = const~~ ур. М-К: $\nu RT = pV \Rightarrow \nu R dT = p dV + V dp$

В изобар: $dp = 0 \Rightarrow p dV = \nu R dT \Rightarrow C_p = \frac{i+2}{2}\nu R$.

Отв: $C_V = \frac{i}{2}\nu R$; $C_p = \frac{i+2}{2}\nu R$ (соот. Майера: $C_p = C_V + R$)

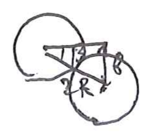
№1.

Задача: Из ЗСИ: $\vec{v_0} = \vec{v_1} + \vec{v_2} \Rightarrow v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \cos\alpha$

v_1, v_2 - модули.

Из ЗСЭ: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \Delta E \Rightarrow \Delta E = m v_1 v_2 \cos\alpha \Rightarrow$

$\cos\alpha = \frac{u^2}{3v_1 v_2} f\left(\frac{V_{\parallel}}{u}\right) = \frac{u^2}{3v_1 v_2} f\left(\frac{5}{3}\sqrt{1 - \frac{b^2}{4R^2}}\right)$



$\sin\beta = \frac{b}{2R}$

$V_{\parallel} = v_0 \cos\beta = v_0\sqrt{1 - \frac{b^2}{4R^2}}$

Видно, что $\cos\alpha \geq 0$, т.к. $f \geq 0$.

на этом участке чем меньше кос тем больше угол $\alpha \leq 90°$

СТР 1 из 6.

См. продолжение

№3

Задача: 

Чистовик

т.к. $\alpha = 45^\circ$ очевидно $k\frac{qQ}{L^2} = mg$ (2ЗН)

ЗСЭ: $\Delta E_к + \Delta E_п = \sum A_{дис} = 0$

$$0 - 0 + mgS\sin 45 - \frac{kqQ}{\sqrt{L^2+S^2-\sqrt{2}LS}} + \frac{kqQ}{L} = 0$$

$$-\sqrt{2}L^3 + S\sqrt{L^2+S^2-\sqrt{2}LS} = -\sqrt{2}\sqrt{L^2+S^2-\sqrt{2}LS}$$

Замен: $\frac{S}{L} = x$

$$-\sqrt{2} + x\sqrt{1+x^2-\sqrt{2}x} = -\sqrt{2}\sqrt{x^2+1-\sqrt{2}x}$$

$$(x^2+2+2\sqrt{2}x)(1+x^2-\sqrt{2}x) = 2$$

$$x^2 + x^4 - \sqrt{2}x^3 + \cancel{2} + 2x^2 - \cancel{2\sqrt{2}x} + \cancel{2\sqrt{2}x} + 2\sqrt{2}x^3 - 4x^2 = \cancel{2} \quad | : x^2$$

$x = 0$ – не интересно

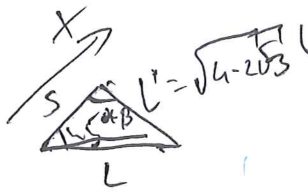
$$x^2 + \sqrt{2}x - 1 = 0$$

$$D = 2 + 4 = 6$$

$$x_{12} = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{6}}{2} = \frac{\pm\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}}$$, подходит только с плюсом

$$S = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}L \approx \frac{0{,}73}{1{,}41}L \approx 21 см.$$

$$F_{кл}' = \frac{kqQ}{L^2+S^2-\sqrt{2}SL} = \frac{mgL^2}{L^2 + \frac{(3+1-2\sqrt{3})L^2}{2} - (\sqrt{3}-1)L^2} = \frac{mg}{1+2-\sqrt{3}-\sqrt{3}+1} = \frac{mg}{4-2\sqrt{3}}$$



Т. синусов: $\frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}L}{\sin 45} = \frac{L}{\sin B}$

$$\sin B = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$$

2 ЗН: осьx: $ma = mg\sin 45 - \frac{mg}{4-2\sqrt{3}}\sin B \Rightarrow$

$$a = \frac{g}{\sqrt{2}} \cdot \left(1 - \frac{1}{(4-2\sqrt{3})^{3/2}}\right)$$

число?

2 ЗН: осьy: $a_y = 0$, т.к. N.

СТР 2 из 6

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

№1 Чистовик

Задача 1.

Т.к. $\max(b) = 2R$

$\min\left(\frac{5}{3}\sqrt{1-\frac{b^2}{4R^2}}\right) = 0 \Rightarrow$ макс. угол такой что

$\cos\alpha = 0 \Rightarrow \alpha_{max} = 90^\circ$

$1 - \frac{b_{max}^2}{4R^2} < 1 \cdot \frac{3^2}{5^2}$

$b_{max} = 2R \cdot \frac{4}{5} = 1{,}6R.$ ✓

При $b \geq 1{,}6R$ $\alpha = 90^\circ$.

При $b < b_{min}$:

$1 - \frac{b_{min}^2}{4R^2} = \left(\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{3}\right)^2$

$b_{min} = 2R \cdot \frac{3}{5} = 1{,}2R.$ ✓

$f\left(\frac{v_{11}}{2\pi}\right) = 1.$

Случай $b = R\sqrt{2}$ не рассмотрен

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

34-09-08-97 (138.1)

№3. Чистовик

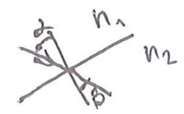
Вопрос. Т.к. $a \ll r$, энергия $E = \frac{-kq^2}{r}$, считаем заряды точечными.

Не учтена энергия само-действия для обоих зарядов

У всех шары!

№4.

Вопрос: з. Снеллиуса: $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$, где n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления $n = \frac{c}{v}$, где c – скорость света в вакууме, v – в данной среде.

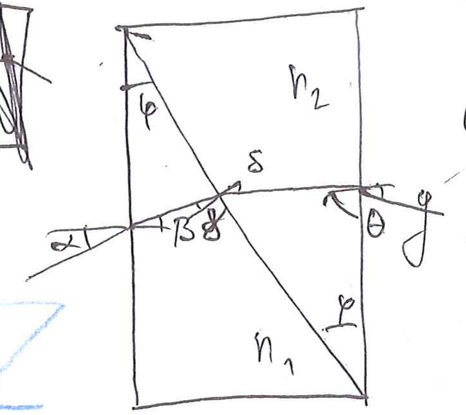


α и β – углы от нормали к плоскости раздела сред (не изменяя общности α – угол падения и β – преломления).

Интересен случай $\frac{n_1}{n_2}\sin\alpha > 1$: тогда преломление не происходит, и луч света отражается как от зеркала.

№4

Задача:



Снеллиус: $\alpha = n_1\beta$

$\gamma = \varphi - \beta$

Снеллиус: $\gamma n_1 = \delta n_2$

$\theta = \varphi - \delta$

Снеллиус $y = \theta n_2$

$y = n_2\varphi - n_1\gamma = n_2\varphi - n_1(\varphi - \beta) =$

$= n_2\varphi - n_1\varphi + \alpha = \varphi\Delta n + \alpha =$ $5{,}5^\circ$

Из рисунка ясно, что искомый угол

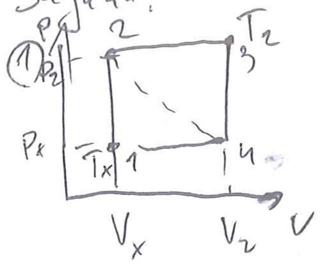
$x = y + \alpha = 9{,}5^\circ.$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

№2. Чистовик

В задаче путаю $T_2 = T_н$

Задача:



з. Бойля Мариотта: $p_2 V_x = p_x V_2$.

$$A = (V_2 - V_x)(p_2 - p_x) = p_2V_2 - p_xV_x$$

Очевидно $Q_+ = Q_{12} + Q_{23}$

$$Q_+ = \frac{i}{2}(p_2V_2 - p_xV_x) + p_2(V_2 - V_x)$$

Из геометрии знаем $T = \sqrt{T_x T_н}$ ✓

$$\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{1}{\frac{i}{2} + \frac{p_2V_2 - p_2V_x}{p_2V_2 - p_xV_x}} = \frac{1}{\frac{i}{2} + \frac{T_2 - T_a}{T_2 - T_x}} =$$

$$= \frac{2(T_2 - T_x)}{i(T_2 - T_x) + 2T_2 - 2\sqrt{T_2T_x}} =$$

$$= \frac{2(T_2 - T_x)}{(i+1)(T_2 - T_x) + (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_x})^2}$$ ✓ нет числа

(2) $A' = A_{полез} + A'$ ✓

$Q_+ = Q_н + Q_н'$ ✓

$A' = \eta' Q_н'$

$$A_{полез} + \eta' Q_н' = \eta Q_н + \eta Q_н'$$

$$\eta_{полез} = \frac{A_{полез}}{Q_н} \Rightarrow$$

$$\eta_{полез} = \eta + \frac{Q_н'}{Q_н}(\eta - \eta')$$ Нет числа

№1 Чистовик

Задача 1. (Продолжение) Т.к. $\max(b) = 2R$.

$$\cancel{\min\left(\frac{5}{3}\sqrt{1-\frac{b^2}{4R^2}}\right) = \frac{5}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} > \frac{5\cdot 1.6}{3\cdot 2} = \frac{4}{3} \Rightarrow}$$

$$\cancel{f\left(\frac{V_{11}}{u}\right) = 1} \text{ ~~всегда~~}$$

$$\cancel{\cos\alpha = \sqrt{\frac{u^2}{3v_1v_2}}}$$

$v_1 = \sqrt{V_\perp^2 + V_{11}^2}$ $\quad v_0^2 = V_\perp^2 + V_{11}^2$

$V_{11}' = V_{11} - v_2$ (из ЗСИ)

$$v_1 v_2 = v_2\sqrt{V_\perp^2 + V_{11}^2 + v_2^2 - 2V_{11}v_2} = v_2\sqrt{v_0^2 + v_2^2 - 2v_2 \cdot v_0\sqrt{1-\frac{b^2}{4R^2}}}$$

ЗСЭ: $$v_2 = \sqrt{v_0^2 - v_1^2 - \frac{2\Delta E}{m}} = \sqrt{\cancel{v_0^2} - \cancel{v_0^2} - v_2^2 + 2v_2 \cdot v_0\sqrt{1-\frac{b^2}{4R^2}} - \frac{2\Delta E}{m}}$$

$$2v_2^2 = 2v_2v_0\sqrt{1-\frac{b^2}{4R^2}} - \frac{2\Delta E}{m}$$

$$v_2^2 - v_2v_0\sqrt{1-\frac{b^2}{4R^2}} + \frac{u^3}{3} = 0$$

$D = v_0^2 - \frac{b^2}{4R^2}v_0^2 - \frac{4}{3}u^2 > 0$ всегда.

$$v_2 = \frac{v_0\sqrt{1-\frac{b^2}{4R^2}} \pm \sqrt{v_0^2\left(1-\frac{b^2}{4R^2}\right) - \frac{4}{3}u^2}}{2}$$

Дальше выходим на v_1v_2 и победим; частные случаи:

$b=0$: очевидно $\alpha = 0°$, т.к. удар лобовой ✓

$b=R$: