0 633041 140000

63-30-41-14
(162.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ______________________

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Покори Воробьёвы
наменование олимпиады
горы"

по математике
профиль олимпиады

Багаутдинова Артёма Маратовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«05» апреля 2026 года

Подпись участника

Черновик

$n(n+4001)=k^2$

$k^2-n^2-4001n=0$

$n^2+4001n-k^2=0$

$4001^2+4k^2\geq 0$ ✓

сумма $=-4001$

произвед $=-k^2$

$(k-n)(k+n)=4001n$

$k>n$

$n=k-1$

$2k-1=4001$

$k=2001$

$n=2000$

$\begin{cases} \cancel{k+n=4001} \\ k+n\vdots 4001 \end{cases}$

$k+n\geq 4001$

$k-n\leq n$

$k\leq 2n$

$k\leq 2n$

$k^2\leq 4n^2$

$n(n+4001)\leq 4n^2$

$\cancel{3n^2\geq}$

$3n\geq 4001$

$n\geq \frac{4001}{3}$

$n\geq 1334$

$2025=45^2$

2^2

$\cancel{4050+\text{окр}(45\sqrt{2})}$

$b^2-a^2<0,5$

$b+a$

$\sqrt{n}=$

$\text{окр}(\sqrt{n})=\text{окр}(\sqrt{n+2025})$

$\sqrt{n+2025}-\sqrt{n}<1$

$n+2025<n+1+2\sqrt{n}$

$2024<2\sqrt{n}$

$1012<\sqrt{n}$

$n\geq 1012^2+1$

$n=1012^2+1$

$\sqrt{(1013)^2+1}$

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

85 (восемьдесят пять)

63-30-41-14
(162.2)

Чистовик

1. За 15 минут велосипедист преодолел такое же расстояние, как пешеход за 75 минут, значит его скорость в $\frac{75}{15} = 5$ раз больше.

Тогда время, которое будет ехать велосипедист, чтобы догнать пешехода в 10:00 это $\frac{45}{5} = 9$ минут, значит велосипедист должен выехать в 9:51

Ответ: 9:51

Черновик

$\sqrt{n+2025} = \sqrt{n} + 0,5$

$n + 2025 = n + 0,25 + 2\sqrt{n}$

$4042,375 = 2\sqrt{n}$

$4049,5$

$\frac{8089}{8} = \sqrt{n}$

$n = \frac{8089^2}{64}$

$\sqrt{n+2025} - \sqrt{n} < 1$

$n + 2025 < n + 1 + 2\sqrt{n}$

$1012 < \sqrt{n}$

$n > 1012^2$

$n = 1012^2 + k$

$\sqrt{n+2025} = \sqrt{1013^2 + k}$

$\sqrt{1013^2 + k} = \sqrt{1012^2 + k}$

$\sqrt{1013^2 + k} =$

15 16

$45 - 18 = 27$

$a + b$

$12a - 8b$

27

$105 - 80$ 35

$12a - 8b$

$3a - 2b$

$\left[\begin{array}{l} [\sqrt{1013^2 + k} + 0,5] = 1013 \\ [\sqrt{1012^2 + k} + 0,5] = 1013 \end{array}\right.$

$\sqrt{1012^2 + k} > 1012,5$

$\sqrt{1013^2 + k} < 1013,5$

$\frac{2025^2}{4} < 1012^2 + k$

$k > \frac{2024,5}{2}$

$k > 1012,25$

$k < 1013,25$

$k = 1013$

$\frac{20}{29}$

$\frac{21}{28} <$ $< \frac{21}{26}$

$a = 20$

$a = 21$

$\frac{a}{49 - a}$

$\frac{22}{27} > \frac{21}{26}$

$\frac{180(n-2)}{n}$

угол $= \frac{900}{7}^\circ$

k

$128\frac{4}{7}^\circ$

63-30-41-14
(162.2)

Чистовик

2. $k \in N$

$n(n+4001)=k^2$

$n^2+4001n=k^2$

Очевидно, что $n \not\vdots 4001$, ведь тогда $n(n+4001)=p(p+1)$, где p - натуральное число.

Рассмотрим все натуральные простые делители n, например a, т.е. $n \vdots a$, тогда $n+4001 \not\vdots a$, ведь НОД$(n, 4001)=1$, значит $n \vdots a^2$, тогда $n+4001$ - квадрат натурального числа.

$n=p^2$

$$p^2+4001=\left(\frac{k}{p}\right)^2$$

$$4001=\left(\frac{k}{p}-p\right)\left(\frac{k}{p}+p\right)$$, отсюда $\frac{k}{p}-p=1$; $\frac{k}{p}+p=4001$

$p=2000$

$n=2000^2$ - единственное

Ответ: 2000^2

Черновик

$n(n+4001)=k^2$ $\quad \frac{50}{52,5} \le \frac{49-a}{a} \le$

$a \in N$

$n+4001=k^2$

$k-\sqrt{n}=1 \quad k+\sqrt{n}=4001$

$21 \cdot 2,5 = 52,5$

a - в 1-ой

b - во 2-ой $\quad \frac{\frac{200}{3}+20}{70} = \frac{260}{210} \quad \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{2} \quad \frac{24}{22} < \frac{26}{21}$

$\frac{26}{23}$

$a+b=49 \quad \frac{100}{105} \le \frac{49-a}{a} \le \frac{26}{21} \quad 21 \cdot 27 < 26 \cdot$

$\frac{20}{21} \le \frac{49-a}{a} \le \frac{26}{21}.$

$\frac{2}{5}$ отдыхали - 2-ая $\quad$ ~~работали от~~ 2,5 часов до 3ч 20мин

$\frac{3}{4}$ - 1-ая отдых $\quad$ ~~от~~ 3,5 до 4ч 20мин

действовали от 2,5ч до $\frac{40}{3}$ ч

$2,5 \le \frac{3}{5}t \le \frac{40}{3}$ $\quad$ ~~k - 1 чел делает/час~~

k - производит 2-ая

t - время ~~работы~~ действия 2-ой

$k \cdot \frac{3}{5}t$ $\quad =$

$a=49-b$

$\frac{3}{5}t\cancel{k} = \frac{a}{b}\cancel{k}\cdot(t+1)\cdot\frac{4}{7} \quad 21tb = 20(t+1)a$

$\frac{21}{20}t = \frac{a}{b}(t+1) \quad 21t(49-a) = 20(t+1)a$

$2,5 \le t \le \frac{40}{3} \quad \cancel{\frac{21}{20}t = \frac{a}{b}t} + \frac{a}{b} \quad \frac{49-a}{a} = \frac{20t+20}{21t}$

t

63-30-41-14
(162.2)

3. Чистовик.

Нетрудно заметить, что участок существует при n, для которого выполняется следующее условие:

$$Окр(\sqrt{n}) = Окр(\sqrt{n+2025}),$$ ~~просто,~~

$$\cancel{\sqrt{n+2025} - \sqrt{n}}$$

Само округление лучше записать так:

$$Окр(x) = [x+0,5]$$

$$[\sqrt{n} + 0,5] = [\sqrt{n+2025} + 0,5]$$

Необходимо (но не достаточно):

$$\sqrt{n+2025} - \sqrt{n} < 1$$

$$n+2025 < n+1+2\sqrt{n}$$

$$n > 1012^2 \qquad n = 1012^2 + b \Rightarrow$$

$$\sqrt{n+2025} = 1013^2 + k$$

$$[\sqrt{1012^2+b} + 0,5] = [\sqrt{1013^2+b} + 0,5]$$

Теперь нужно найти минимальное b

$$\begin{cases} \sqrt{1012^2+b} > 1012,5 \\ \sqrt{1013^2+b} < 1013,5 \end{cases}$$

Отсюда: $\begin{cases} b > 1012,25 \\ b < 1013,25 \end{cases} \Rightarrow b = 1013$

$$n = 1012^2 + 1013$$

Ответ: $1012^2 + 1013$

Чистовик.

4 Нетрудно заметить, что выбрав число, которое делится на 5 мы получим число, делящееся на 5 (если $a ⋮ 5$, то ~~4a~~ $5b ⋮ 5$, если $b ⋮ 5$, то $5a - 3b ⋮ 5$), если выберем 2 делящихся на 5 числа, то получим 2 таких, противоречие, в двух наборах разное кол-во чисел, делящихся на 5.

5. Чистовик:

a - волонтеров в 1-ой группе

По условию понятно, что первая группа работала $\frac{4}{7}$ ее времени, а вторая — $\frac{3}{5}$ своего времени.

t - время действия 2-ой группы, тогда

$2{,}5\text{ ч} \leq t \leq \frac{10}{3}\text{ ч}$

k - производительность 2-ой группы (без учета отдыха)

$$\frac{3}{5}k \cdot t = (t+1) \cdot \frac{4}{7} \cdot k \cdot \frac{a}{49-a}$$

$$\frac{21t}{20(t+1)} = \frac{a}{49-a}$$

$$\frac{52{,}5}{70} \leq \frac{a}{49-a} \leq \frac{70 \cdot 3}{260}$$

$$\frac{105}{140} \leq \frac{a}{49-a} \leq \frac{210}{260}$$

$$\frac{21}{28} \leq \frac{a}{49-a} \leq \frac{21}{26}$$

Отсюда $a=21$ - единственное решение

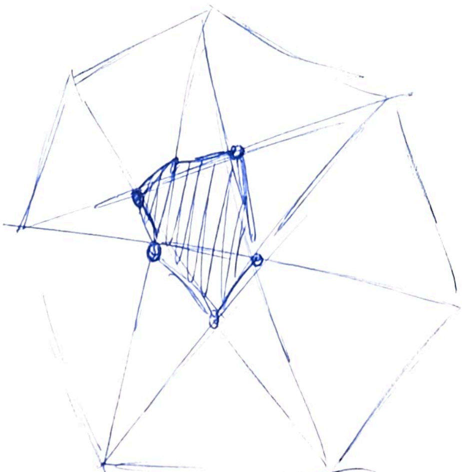
(я проверил)

Ответ: 21

Чистовик

6. ~~6. Можно заметить, что закрашенная часть и есть фигура (площадь которой это множество точек)~~

~~Угол в правильном семиугольнике равен $\frac{900^\circ}{7} = 128\frac{4}{7}$~~



~~(Пересечением всех больших диагоналей образуется (листков исходной уже свернутой ромашки) образуется подобный исходному семиугольник~~