



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант \_\_\_\_\_

Место проведения Москва  
город

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы.  
наименование олимпиады

по математике  
профиль олимпиады

Земковой Ксении Денисовной  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата  
«5» апреля 2026 года

Подпись участника  
ЗК

81-61-14-96  
(161.2)

Черновик

впра

Зна 56

5a-3b и 7a-5b

$$\begin{array}{r} 21 \\ 21 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 592 \\ -56 \\ \hline 536 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ 15 \\ 20 \\ 25 \\ 30 \\ 35 \\ 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 356 \\ -48 \\ \hline 308 \end{array}$$

Не проверять!

$$4001 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$n \equiv 0 \pmod{3}$$

или 3 mod 9

~~1(2+1) - нем~~

ка 9 ост (4), 0 или все

5 10 15 20 25

ген 4

Зна 12

$$n = 60$$

$$n^2 + 4001n \rightarrow 1600a^2$$

$$\begin{array}{c} n^2 + 4000n + n \\ n^2 \end{array}$$



Зна 12

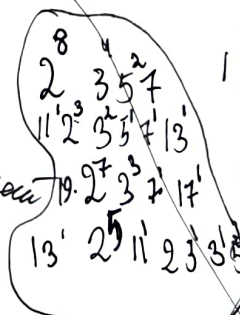
n^3

$$3 \cdot 5 + 5 = 15$$

$$26! = 4032914611266056355840000$$

~~8~~

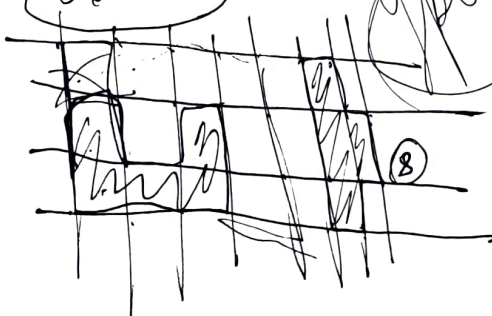
$$\begin{array}{r} 5 \quad 10 \quad 15 \quad 20 \quad 25 \\ 5 \quad 5 \cdot 2 \quad 5 \cdot 3 \quad 5 \cdot 4 \quad 5 \cdot 5 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1232^2 \quad 52372^2 \quad 3^2 \quad 25 \\ 11 \cdot 223 \quad 13 \cdot 2795 \\ 17 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 10 \\ 11 \cdot 23 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 23 \end{array}$$

~~1200~~  
~~5600~~

впра



2 3 5 7 11 13 17 19 23

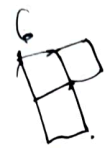
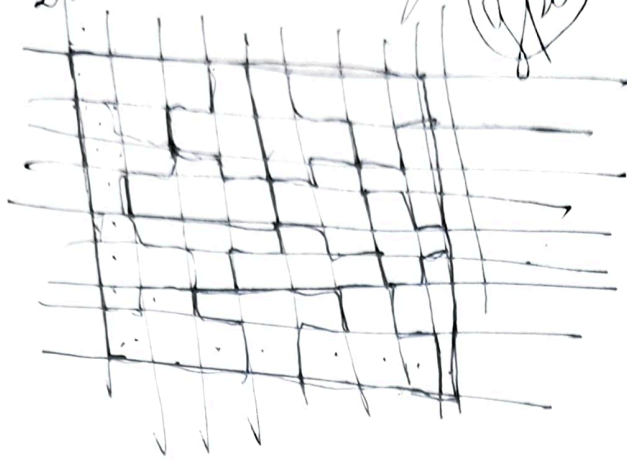


$\frac{22}{24}$  или  $\frac{4}{5}$

$\frac{25 \text{ см}}{24} = \frac{5}{5}$

чертёнок  
(480)

не пролезна!



61000

915

1015



всего 150 - 4900 мм

загрузка 210 - 210 мм

22 24

$\frac{75}{75} = \frac{1}{1}$

максимум

915

13 45-милл берма

260

$\frac{260 \cdot 4}{4} = 260$

всего 9 мм



$\frac{210 \cdot 4}{4} = 210$

$150 - \frac{1}{4}$

$\frac{150 \cdot 4}{4} = 150$

всего 9 + 6 = 15

$\frac{120}{4} = 30$

$\frac{180 \cdot 4}{4} = 180$

$\frac{150}{4} = 37.5$

$\frac{150}{4} = 37.5$

28 - 21

Чистовик

N1

До встречи пешеход шел 1 час 15 мин. А велосипедист ехал 15 мин. 45 относится к 15, как 3 относится к 1. Значит, скорость велосипедиста в 3 раза больше (расстояние одинаковое)

Если бы они встретились в 10:00, то пешеход бы затратил 45 мин. Но так как велосипедист в 3 раза быстрее, он преодолет расстояние от точки места встречи за  $\frac{45}{3} = 15$  мин. Значит ему нужно выехать в 9:51.

Ответ: 9:51

①

Заметим, что среди первого набора чисел на 5: 6 штук, а среди второго только 5.

Рассмотрим, что случается с числами делящимися на 5 после отбоя из условия.

Пусть  $a \equiv b \pmod{5}$   
 $5a - 3b$  - не делится на 5 ( $5a:5, 3b:5$ )  
 $7a - 5b$  - не делится на 5 ( $7a:5, 5b:5$ )  
 Ни одно число делящееся на 5 не уменьшится.

Пусть  $a \equiv 5, b \equiv 5$   
 $5a - 3b \equiv 5$  ( $5a:5, 3b:5$ )  
 $7a - 5b \equiv 5$  ( $7a:5, 5b:5$ )

Ни одно число  $\equiv 5$  не уменьшится

Пусть  $a \equiv 5, b \equiv 5$   
 $5a - 3b \equiv 5$  ( $5a:5, 3b:5$ )  
 $7a - 5b \equiv 5$  ( $7a:5, 5b:5$ )

Ни одно число  $\equiv 5$  не уменьшится

Пусть  $a \equiv 5, b \equiv 5$   
 $5a - 3b \equiv 5$  ( $5a:5, 3b:5$ )  
 $7a - 5b \equiv 5$  ( $7a:5, 5b:5$ )

Ни одно число  $\equiv 5$  не уменьшится.

Во всех случаях количество чисел  $\equiv 5$  не уменьшается, значит такое не возможно.

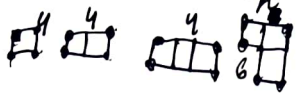
Ответ: нет.

6

81-61-14-96  
1992

Чистовик  
№5

Рассмотрим все возможные замкнутые фигуры из 1, 2 и 3 клеток



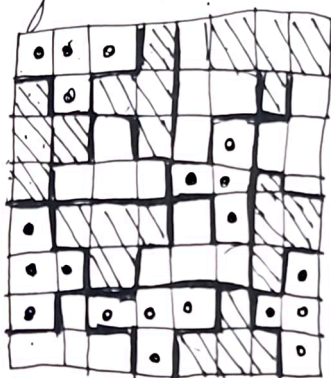
и наоборот эти фигур. Среди них нет 8-угольников, значит ~~таких~~ самые маленькие 8-угольники состоят хотя бы из 4 <sup>клеток</sup> ~~клеток~~.

пример:



чем меньше площадь 8-угольника, тем больше будет ответ.

Разделим квадрат  $8 \times 8$  на самые маленькие 8-угольники.



← пример

Квадрат разделился без проблем на 16 8-угольников.

Так как фигуры с минимальной площадью полностью покрыви квадрат это наибольшее кол-во.

Ответ: 16,

7

Числовая

№ 3 (из 2)

В число  $26!$  входит 6 пятёрок.

$$5 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 25 \cdot \dots = 26!$$

$$|+1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$$

и в число  $26!$  входит хотя бы 14 звёзд

$$2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16 \cdot 20 \cdot \dots = 26!$$

$$* (2^1)(2^2)(2^3)(2^4)(2^5)$$

$$1 + 2 + 3 + 2 + 4 + 2 + \dots > 14 \text{ звёзд}$$

Если рассмотреть из 6 пятёрок увеличить на 2, то получим число с 6 нулями в конце, значит число  $26!$  оканчивается на 6 нулей. Значит  $c_{10}$  равно 0.

разделив тогда:

$$(в конце и т.д.) \quad 26! = 403 \dots 556000000$$

$$\frac{26!}{10^6} = 403 \dots 556, \text{ и это число должно}$$

$$\text{быть } \div 8, \text{ т.к. } 26! \div 2^8, \text{ а } 10^6 = 2^6 \cdot 5^6$$

(4)



числовик  
№ 9 (2 из 2)

→ Существует свойство, что число:  $2^n$  или число, последняя цифра:  $2^n$

А тогда  $5ab$  делимо  $2$  и  $3$ ,  
каб делимо:  $4$ , и  $3$  делимо:  $2$ .

Покажем существует свойство, что если цифра цифр число:  $9$ , то число:  $9$  и наоборот.

$25! : 9$  значит.  $4+3+2+9 \dots + 5+5+a+b : 9$   
 $4+3+2+9 \dots + 5+5$

Значит  $a+b$  делимо  $9$  значит остаток при делении на  $9$   $7$ .

т.е.  $a+b = 2$  или  $11$  (20 больше не подходит т.к.  $a$  и  $b \leq 9$ )

Пусть  $b$  не равно  $0$  т.к.  $25!$  - оканчивается на  $6$  нулей, а  $b$  - седьмая  $7$ -ая цифра.

Пусть  $b=2$ , тогда  $a=0$  или  $a=9$

$502 : 8$ ,  $592 : 8$  не подходит  
 $7 \cdot b=4 \Rightarrow a=7$ ,  $14 : 4$   $7 \cdot b=6 \Rightarrow a=5$   $556 : 8$   $7 \cdot b=8 \Rightarrow a=3$   $38 : 4$ .

Единственным вариантом, когда  $a=9$ , а  $b=2$

Ответ:  $a=9$ ,  $b=2$ ,  $c=0$ ,  $d=0$

5

Задача  
№2 (из 2)

Если  $n \neq a^2$ , то  $n(n+4001) \neq b^2$ , т.к.

4001-простое  $\Rightarrow n+4001 \nmid n$   
если  $n$  не  $\perp$  или 4001

Если  $n=1$  то  $n(n+4001)=4002$  - это не

Если  $n=4001$  то  $n(n+4001)=4001 \cdot 8002 = 4001 \cdot 2 \cdot 4001 \cdot 2 = 4 \cdot 4001^2$  - это не  
точнее и более прост.  
 $(4001 \cdot 2)^2$ ,  $4002:3$ ,  $4002:3$ )

Значит  $n = a^2$

$n(n+4001) = n^2 + 4001n$  - представим в виде

квадрата суммы

$$n^2 + 4001n = n^2 + 2xn + yn = (n+yn)^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

где  $2x+y = 4001$ .

$$n^2 + 4001n = n^2 + 2xn + yn = (n+yn)^2$$

$\rightarrow$  число н.н.  $n = a^2$

где  $x = \sqrt{yn}$ ,  $y$  - квадрат целого числа  
 т.к. число должно быть целым.

тогда  $x = \sqrt{yn}$ , а  $2x+y = 4001$ ,

$\Rightarrow 2x = \sqrt{yn}$  и  $y = \sqrt{yn} \Rightarrow 4001 = \sqrt{yn}$  - значит

это или  $\perp$  или  $4001$ . Это не  $4001$  т.к.,

тогда  $y + 2x = 4001$  ( $y = 4001^2$ )

Значит это  $\perp$ , тогда  $x = 2000$  ( $x = \frac{4001-1}{2}$ )  $\rightarrow$

②

числовое  
 $N_2(2xy, 2)$

тогда  $n(n+4001) = n^2 + 2 \cdot 2000 \cdot n + 1 \cdot n$ , тогда

$$n = 2000^2 \quad (2000 = \sqrt{n} \cdot \sqrt{1} = \sqrt{n} \cdot 1)$$

$$n = 4000000$$

тогда  $n(n+4001) = 4000000^2 + 2 \cdot 2000 \cdot 4000000 + 4000000$

$$n(n+4001) = 4000000^2 + 2 \cdot 2000 \cdot 4000000 + 4000000$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

Ответ. при  $n = 4000000$ .

№ 6

Чистовик.

За первую перепись вторая группа  
собрала ~~было~~  $\frac{2}{3}$  мусора. т.к перепись  
от 60 до 90 мин, они работали  
от 90 до 120 мин. Тогда всего

их шло земля от 150 до 200 мин.  
т.к. первая группа закончила в переписи на 60 мин  
их шло земля от 210 до 260 мин.

Если бы они работали в обе, то собра-  
ли бы  $\frac{3}{4}$  раз больше, т.е.  $\frac{1}{4}$  от  
того что реально собрали.  
Если 210 это  $\frac{1}{4}$ , то 1 это 120, а если  
260 это  $\frac{1}{4}$ , то 1 это 104, а если

значит или первая группа собрала за 120 мин  
столько же сколько вторая за 90,  
или первая за 120 а вторая за 150.  
⑧

№  
числовых

$$\frac{90}{120} = \frac{3}{4}, \quad \frac{120}{150} = \frac{4}{5} \quad \frac{3}{4} < x < \frac{4}{5}$$

точка относится к числам в  
среднем.

т.к. всего 49 человек,  
на эту точку можно можно  
разделить только в 2 варианта

$$\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$$

т.е. во в первой  
группе 21 человек.

проверим вариант 22 и 27.

$$\frac{22}{27} > \frac{4}{5}$$

значит этот вариант в  
критерии ток  $\frac{3}{4} < x < \frac{4}{5}$

Значит, единственный вариант  
это 21 и 28

Ответ: В первой группе 21 человек

Черновик



$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 21 \\ 42 \\ \hline 441 \end{array}$$

$$\frac{22}{24} \leftarrow \frac{4}{5}$$

$$\frac{110}{275} \leftarrow \frac{108}{245}$$

