



75-65-17-55
(182.1)



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант математика 8 класс

Место проведения Санкт-Петербург
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьевы горы“
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Джаквалиева Паура Наурызбаевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
« 5 » апреля 2025 года

Подпись участника
[Подпись]

№1

Пусть расстояние, которое пешеход прошел за 45 мин - x ,
а за 45 мин S , тогда v_1 (пешеход) = $\frac{x}{45} = \frac{S}{45}$, а v_2 (велосипедиста) = $\frac{x}{15} = \frac{S}{5}$.

$$t = \frac{15S}{x}$$

$$x = \frac{S}{45} \cdot 45 = \frac{S}{3} \cdot 5$$

$$t = \frac{15S}{\frac{5S}{3}} = 9 \text{ мин} \quad 10:00 - 9 \text{ мин} = 9:51$$

Ответ: ~~9:00~~ в 9:51

№2

$$n(n+4001) = a^2$$

$$n^2 + 4001n - a^2 = 0$$

$$D = 4001^2 + 4a^2$$

$$n = \frac{-4001 \pm \sqrt{4001^2 + 4a^2}}{2}$$

если $n = \frac{-4001 - \sqrt{4001^2 + 4a^2}}{2}$, то $n < 0$, но $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = \frac{-4001 + \sqrt{4001^2 + 4a^2}}{2}$

~~$$2n = -4001 + \sqrt{4001^2 + 4a^2}$$

$$(2n + 4001)^2 = 4001^2 + 4a^2$$

$$4n^2 + 16004n + 4001^2 = 4001^2 + 4a^2$$

$$4n^2 + 16004n = 4a^2$$

$$n^2 + 4001n = a^2$$

$$a = \sqrt{n^2 + 4001n}$$~~

$n = \frac{-4001 + \sqrt{4001^2 + 4a^2}}{2}$
у этого уравнения 2 корня, но заметим, что один из них < 0
у данного уравнения может быть максимум 2 корня один из них отрицательный.

Итого, в

нет корней заметить, что эти

2 корня противостоятся

$$n = 2000^2$$

$$a^2 = 2000^2 \cdot (4001 + 2000^2) = (2000 \cdot 2001)^2$$

$$a = \pm 2000 \cdot 2001 \quad a > 0 \text{ значит у уравнения 1 корень, так как}$$

$$a = 2000 \cdot 2001$$

второй корень не натурал.

Ответ: $n = 2000$

$$\frac{26!}{10^4} \equiv abcd \pmod{10000}$$

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20^2 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25 \cdot 26}{10^4} \equiv abcd \pmod{10000}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 26 \cdot \frac{4 \cdot 25}{100} \equiv abcd \pmod{10000}$$

$$c = 0 = d$$

$$3 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 26 \equiv ab \pmod{100}$$

$$\frac{42}{24} \cdot 42 \cdot 9 \cdot 132 \cdot 182 \cdot 272 \cdot 342 \cdot 462 \cdot 552 \cdot 26 \equiv ab \pmod{100}$$

$$\frac{24 \cdot 42}{24} \cdot \frac{9 \cdot 32}{24} \cdot \frac{82 \cdot 72}{24} \cdot \frac{42 \cdot 62}{24} \cdot \frac{52 \cdot 26}{24} \equiv ab \pmod{100}$$

~~$$3 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 26 \equiv ab \pmod{100}$$~~

$$8 \cdot 88 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 52 \equiv ab \pmod{100}$$

$$8 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 16 \cdot 4 \cdot 13 \equiv ab \pmod{100}$$

$$64 \cdot 64 \cdot 43 \equiv ab \pmod{100}$$

$$86 \cdot 43 \equiv ab \pmod{100}$$

$$28 \equiv ab \pmod{100}$$

$$a = 2$$

$$b = 8$$

$$c = 0$$

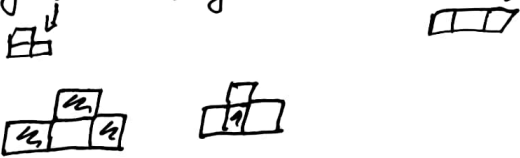
$$d = 0$$

Беловик

№5

Оценка:

8-угольник занимает минимум 4 клетки, так как 3 клетками можно построить только "уголок" с 6 углами и притоже



4	7	7	7	7	7
4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4

32 - черная
32 - белая

	1	2			4
1			3		
			12		5
	13			11	
		14			6
15			10		
			9		7
	16			8	

так как 8-угольник занимает минимум 4 клетки

то 8-угольников как минимум $\frac{64}{4} = 16$



Пример для 16 8-угольников

№4

~~Заметим, что изначально было только 5 чисел кратные 5 (15, 20, 25,~~

Заметим, что изначально числа кратные 4 было 7, (16, 20, 24, 28, 32, 36, 40), а в конце их стало 6

(2004; 2008; 2012; 2016; 2020; 2024), Далее увидим, что операция $5a - 3b \equiv a + b \pmod{4}$, а $7a - 5b \equiv -(a+b) \pmod{4}$ то есть остатки могут изменяться только как при операции

$a+b$ и $-(a+b)$

Остаток 0 при : 4 можно получить как $0+0$; $-0-0$; $-2-2$; $2+2$; $1+3$; $-1-3$.

Если $a \equiv 0$ то тоже $b \equiv 0$



нч

Бендик

если изначально:

1) $a \equiv 0 \pmod{4}$, то после операции $a \equiv 0$
 $b \equiv 0$

2) $a \equiv 1$, то после $a \equiv 0$
 $b \equiv 3$

3) $a \equiv 3$, то после $a \equiv 0$
 $b \equiv 1$

4) $a \equiv 2$, то после $a \equiv 0$
 $b \equiv 2$

если $a \equiv 0$, а $b \neq 0$, то после операции $a \equiv 0$; $b \equiv -b$

если $a \equiv 1$, а $b \neq 3$, то после операции $a \equiv 1+b$; $b \equiv -(b+1)$

если $a \equiv 2$, а $b \neq 2$, то после операции $a \equiv 2+b$; $b \equiv -(b+2)$

По сути в сумме остатков 0 после операции может увеличиться на 2 или не увеличиться ~~или~~ следовательно, если остатков 0 при делении на 4 ~~было~~ было нечет, то стать их может только нечет кол-во, но мы хотим, чтобы их стало четно. \Rightarrow Это не возможно

Ответ: нет

нб

нч

Черновик

8	16
8	20
12	24
16	28
20	32
24	36
24	40

$a - \text{мес}$
 $b - \text{мес}$
 $a - \text{мес}$
 $b - \text{мес}$
 $a - \text{мес}$
 $b - \text{мес}$
 $a \equiv 1$
 $b \equiv 4$

$$\begin{cases} 3k + l = 32 \\ 3l + k = 32 \end{cases}$$

$$l = 32 - 3k$$

$$96 - 9k + k = 32$$

$$2 \cdot 96 - 8k = 32$$

$$32 \cdot 64 - 8k = 0$$

$$32 \cdot k = 8$$

$$\begin{array}{r} 2a \\ a - 2b \\ \hline a + b \\ -(a + b) \end{array}$$

2000000

$$2000^2 \cdot 4000000 + 4001 = 40004001$$

$$\begin{array}{r} a \equiv 0 \\ b \equiv 0 \end{array}$$

1+3

$$l^2 + 2 \cdot 2000 + 1 = x^2$$



Черновик

~~2.3.6.7.8.9 + 2.3.4.5.~~

2.3.6.7.8.9.11.12.13.14.16.17.18.19.21.22.
23.24.26

2.2.3.6.7.2.9.1.2.3.4.6.7.8.9.1.2.3.4.6

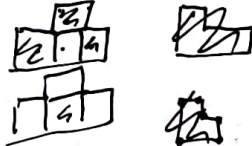
3.6.7.8.9.2.3.4.6.7.8.9.2.3.4.6

~~8.9.2.3.6.7.8.9.2.3.4.6~~

$\begin{array}{r} 224 \\ -11 \\ \hline 412 \end{array}$

11
56
28
14
7

3



$\begin{array}{r} 3 \\ 63 \\ \times 65 \\ \hline 325 \\ 390 \\ \hline 4225 \end{array}$

$\begin{array}{r} 3 \\ 66 \\ \times 66 \\ \hline 396 \\ 121 \\ \times 36 \\ \hline 426 \\ 63 \end{array}$

4
69
 $\overline{67}$
9

~~419~~
4.4005
46

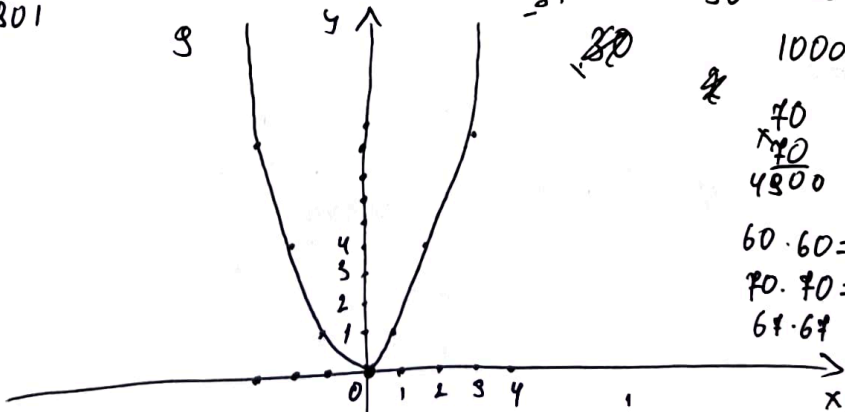
$\begin{array}{r} 4005 \overline{) 5} \\ -40 \\ \hline 005 \end{array}$

89
40 96

~~800~~ $\times 4301$
 $\times 300$
 $\times 4301$

$\begin{array}{r} 801 \overline{) 9} \\ -72 \\ \hline 89 \\ -81 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 224 \overline{) 2} \\ 30 \quad 100^2 \\ 10000 \end{array}$



70
 $\overline{70}$
4900

60.60=3600
70.70=4900
67.67

$n = l^2$
 $l^2 + 4001 = x^2$
 $l^2 + 2 \cdot 2000 + 1 = x^2$
~~80000~~ +
 $300^2 + 2 \cdot$

2000

$\begin{array}{r} 4001 \\ +2000 \\ \hline 6001 \end{array}$

$\begin{array}{r} 2000 \\ \times 6001 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 121 \\ \times 36 \\ \hline 726 \\ 363 \\ \hline 4356 \end{array}$

121
144
189
186

355)
 $\begin{array}{r} 4 \cdot 6001 \\ \times 2000 \\ \hline 12002000 \end{array}$

Черновик

№ 3

$$n = \frac{-4001 - \sqrt{4001^2 + 40^2}}{2}$$

~~(n-20)(n+20)~~

$$5 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 25 \cdot 20$$

~~267~~

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 26 \\ \hline 312 \\ + 104 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 82 \\ \times 82 \\ \hline 52 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

~~267~~ $\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 26$

$36 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 26$

$6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6$

6..

$$\begin{array}{r} 82 \\ \times 42 \\ \hline 164 \\ + 328 \\ \hline 344 \\ \hline 514 \\ \hline 04 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 64 \\ \hline 256 \\ + 384 \\ \hline 4096 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times 43 \\ \hline 288 \\ + 352 \\ \hline 4128 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 42 \\ \hline 48 \\ + 96 \\ \hline 1008 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1008 \\ \times 36 \\ \hline 48 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 62 \\ \hline 84 \\ + 252 \\ \hline 2604 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 12 \\ \hline 32 \\ + 112 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ + 130 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 282 \\ \times 16 \\ \hline 564 \\ + 564 \\ \hline 4512 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 19 \\ \hline 162 \\ + 180 \\ \hline 342 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 342 \\ \times 19 \\ \hline 684 \\ + 3420 \\ \hline 6498 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 11 \\ \hline 13 \\ + 130 \\ \hline 143 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3168 \\ \times 3 \\ \hline 9504 \\ - 3168 \\ \hline 28512 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 22 \\ \hline 42 \\ + 420 \\ \hline 462 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 621 \\ \times 23 \\ \hline 1242 \\ + 3726 \\ \hline 14283 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 24 \\ \hline 92 \\ + 460 \\ \hline 552 \end{array}$$

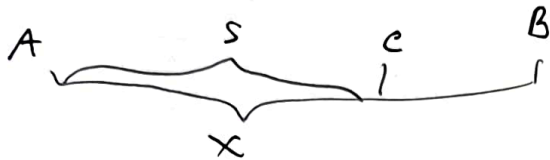
$$\begin{array}{r} 552 \\ \times 23 \\ \hline 1104 \\ + 11040 \\ \hline 12696 \end{array}$$

Черновик

N1

$$t_1 = 45 + 30 = 75 \text{ мм}$$

$$t_2 = 15 \text{ мм}$$



1- ~~внеш~~ - 3

2- ~~вн~~ - 4

$$t_3 = 45 \text{ мм}$$

2чв (?)

$$v_1 = \frac{x}{75}$$

$$S = v_1 \cdot t_3 = \frac{x}{75} \cdot 45 = \frac{x}{15} \cdot 9 = \frac{x}{5} \cdot 3$$

$$v_2 = \frac{x}{15}$$

$$\frac{S}{v_2} = t_4$$

$$\begin{array}{r} 75 \overline{) 15} \\ \underline{3} \\ 25 \end{array}$$

$$\frac{\frac{3x}{5}}{\frac{x}{15}} = t_4$$

$$t_4 = \frac{3x}{\frac{x}{3}} = 9 \text{ мм}$$

N2

$$n^2 + 4001n - a^2 = 0$$

$$D = 4001^2 + 4a^2$$

$$\frac{-4001 \pm \sqrt{4001^2 + 4a^2}}{4}$$

$$n \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{-4001 \pm \sqrt{4001^2 + 4a^2}}{4} = n$$

$$(n+1)(n+1)$$

$$n^2 = n^2$$

$$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$$

$$2n + 1$$

$$n^2 + 4001n$$

$$(n+1)(n+4002) = n^2 + 4002n + n + 4002 = n^2 + 4003n + 4002$$

$$2n + 4002$$

$$\sqrt{4001^2 + 4a^2} \equiv 1 \quad 4n + 4001 \equiv \sqrt{4001^2 + 4a^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4001^2 + 4a^2 \equiv 1 \\ (4n + 4001)^2 = 4001^2 + 4a^2 \end{array} \right.$$

$$4001^2 + 4a^2 \equiv 1$$

$$4a^2 \equiv 0$$