



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант _____ 8 класс _____

Место проведения г. Пенза
_____ город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори вероубьевы горы!
_____ наименование олимпиады

ПО _____ математике _____
_____ профиль олимпиады

Тряпичиной Анны Михайловны
_____ фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Выход 11:48
Возвращение 11:53

+1 балл

Дата

«05» апреля _____ 2026 года

Подпись участника

35-14-12-11
(82.5)

Читовик №1.

№1.



т. С - место назначения пешехода в 10:15.

т. D - место встречи пеш. и вел. в 10:30

v_n - скорость пеш. v_b - скорость вел.

$t_{n1} = 60$ мин. $t_{n2} = 15$ мин.

$$S_1 = t_{n1} \cdot v_n = 60v_n$$

$$S_2 = t_{n2} \cdot v_n = 15v_n.$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{60v_n}{15v_n} = 4 \Rightarrow S_1 = 4S_2 \Rightarrow$$

\Rightarrow пеш. проедет S_2 за 15 мин, а вел. проедет $S_1 + S_2 = 5S_2$ за 15 мин.

К 10:00 пеш. будет идти уже 45 мин.
 \rightarrow он проедет $3S_2$, чтобы вел. проех. S_2 нужно 3 мин ($\frac{15}{5} = 3$) \Rightarrow чтобы вел. проех $3S_2$ ему нужно 9 мин. \Rightarrow чтобы к 10:00 догнать ~~пеш.~~ пеш. вел. должен ~~ехать~~ выехать в 9:51.

Ответ: 9:51

Чистовик 2

№3.

Посмотрим, на сколько нулей оканчивается число $26!$, в числе $26!$ 5 содержится в 6 степени, а 2 в $2^3 \Rightarrow$ и $26!$ оканчивается на 6 нулей (0 появ. при перемножении двоек и пятёрки ($2 \cdot 5 = 10$)) $\Rightarrow c = 0$ и $d = 0$.

(чтобы число делилось на 2^n , нужно, чтобы число из последних n чисел y : 2^n , т.к. если вычесть y из всего числа, ост. число оканч. на n нулей, а чтобы было n нулей \Rightarrow в разн. получ. числа есть хотя бы n двоек \Rightarrow если $y : 2^n$, то мы стали то исходное число это сумма двух чисел $: 2^n$, если $y \not\vdots 2^n$, то исходное число $: 2^n$, если $y \not\vdots 2^n$, где одно $: 2^n$, а другое $\not\vdots 2^n \Rightarrow$ исходное число не делится на 2^n)

$$26! : 2^{23} \Rightarrow 26! : 2^{13} \Rightarrow \text{число из посл. 13 цифр} : 2^{13} \Rightarrow \overline{56355ab000000} : 2^{13} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{56355ab} \cdot 2^6 \cdot 2 \cdot 5^6 : 2^{13} \Rightarrow \overline{56355ab} : 2^7$$

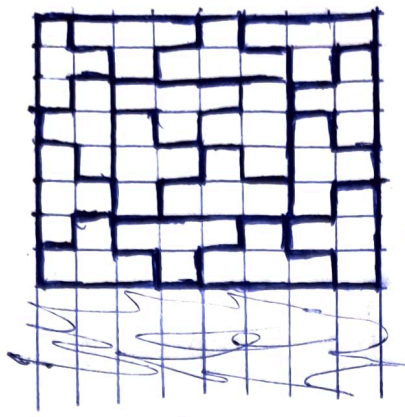
$2^7 > 100 \Rightarrow$ есть только 1 вариант для ~~то~~ чисел a и b . $5635584 : 2^7 \Rightarrow a = 8; b = 4$

Ответ: $a = 8; b = 4; c = 0; d = 0$.

35-14-12-11
(182.5)

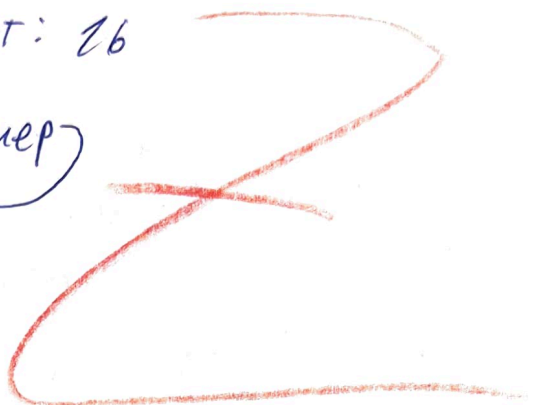
№5.

Школьник 3



Ответ: 16

Пример




Пусть получилось хотя бы 17 восьмиуголь-
ников, тогда хотя бы один из них будет
состоять из ≤ 3 -х клеток. (если все сост.
хотя бы из 4х, то всего клеток выйдет хотя бы
 $17 \cdot 4 = 68$, а клеток всего 64), пусть



возм. фигуры из 1 кл:

 - четырех угольник \Rightarrow не подх.

из 2-х:

 - четырех угольник \Rightarrow не подх. \Rightarrow


из 3-х:

  - 4-х угольник \Rightarrow не подх.

1
6-ти угольник

\Rightarrow 8-ми угольников не может быть ≥ 17
 \Rightarrow их максимум 16.

Чистовик 4

Если в задаче № 8-ми угольник может не быть связным, он может сост. из 2-х клеток, расп. след. образом:  , тогда в

каждом квадрате 2×2 их макс. тогда их макс. $\frac{64}{2} = 32$. Для построения примера разобьем доску на квадраты 2×2 (очев., что она разобьется полностью) и каждый квадрат 2×2 очевидно разбивается на 2 ~~таких~~ таких 8-ми угольника.

№2.

Пусть $\text{НОД}(n, 4001) = 1. \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{НОД}(n, n+4001) = 1. \\ n(n+4001) = x^2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Rightarrow n = y_0^2; \quad n+4001 = y_1^2, \quad \text{т.к.}$$

каждый прост. множ. n и $n+4001$ не имеют ни одного общего прост. делителя \Rightarrow

\Rightarrow в каждый из них их прост. делители входят в чет. степени.

~~200~~ Заметим, что

Читовик 5

Заметим, что:

$$\left. \begin{aligned} 2000^2 &= 4000000 \\ 2001^2 &= 4004001 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n \leq 2000^2,$$

т.к. если $n \neq > 2000^2$, то разница
а между n и след. ^{полн.} квадратом будет
меньше 4001 $\Rightarrow n + 4001$ не сможет
быть полным квадратом

n - квадрат четного числа, т.к.

иначе $n \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow$

| a | $a^2 \pmod{4}$ |
|-----|----------------|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 0 |
| 3 | 1 |

$\Rightarrow n + 4001 \equiv 2 \pmod{4}$,
а кв. полн. квадр. не мож. быть \equiv
 $\equiv 2 \pmod{4}$, $\Rightarrow n \neq 4$.

Пусть $\text{НОД}(n, 4001) = 4001$,

тогда $n(h + 4001) = n_0 \cdot 4001 (n_0 \cdot 4001 + 4001) =$

$$= n_0 \cdot 4001 \cdot 4001 (n_0 + 1) = 4001^2 \cdot n_0 (n_0 + 1) \Rightarrow$$

$\Rightarrow n_0 (n_0 + 1) =$ полный квадрат, и $\text{НОД}(n_0, n_0 + 1) = 1 \Rightarrow$

\Rightarrow они оба полные квадраты, а так не может
быть.

Ответ: $n = 2000^2$.

Задача 6

Ич №.

1 группа - z чел \Rightarrow 2 группа - $49 - z$ чел. t_1 - чистое время работы 2-ой группы t_1' - время обеда 2-ой группы, t - время од. y - выполненная каждой группой работа, 1-ой группы

$$2t_1 = y.$$

$$(49 - z)(t_1 + 60) = y$$

$$z(t_1 + t_1') = \frac{54}{3}$$

$$(49 - z)(t_1 + t + 60) = \frac{74}{4}$$

$$2t_1 + 2t_1' = \frac{52t_1}{3} \quad | \cdot 3$$

$$3z t_1 + 3z t_1' = 52t_1$$

$$z \neq 0$$

$$3t_1' = 2t_1$$

$$t_1' = \frac{2t_1}{3}$$

$$60 \text{ мин} \leq \frac{2t_1}{3} \leq 80 \text{ мин.}$$

$$90 \text{ мин} \leq t_1 \leq 120 \text{ мин.}$$

Числовик 7

$$(49 - z)(t_1 + 60) = z t_1$$

$$49 t_1 + 49 \cdot 60 - z t_1 - 60z = z t_1$$

$$z = \frac{49(t_1 + 60)}{2t_1 + 60} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2t_1 + 60 \mid z \Rightarrow t_1 \equiv 5 \pmod{7}$$

перепишем возможные значения t_1
и найдем ~~нужно~~ подходящее, чтобы
 $z \in \mathbb{N}$, подставим таким образом
мы узнаем z значит узнаем
ответ.

м.

Рассмотрим сумму

$$5a - 3b + 7a - 5b = 12a - 8b \Rightarrow$$

\Rightarrow у суммы всех чисел постоянный
остаток при дел. на 4, чтобы мы не
делали.

Черновик

π
 z

Γ
 $49-z$

t $t+1$

t_1 - чисто время работы. Π гр.

t_1' - время одевы Π группы.

t - время одевы I группы.

$$z t_1 = y.$$

$$(49-z)(t_1+60) = y.$$

$$z(t_1 + t_1') = \frac{5y}{3}.$$

$$(49-z)(t_1 + t_1') = \frac{7y}{4}.$$

$$49 \cdot 107 = 490 + 343 = 833.$$

$$z t_1 + z t_1' = \frac{5z t_1}{3} \cdot 3.$$

$$3z t_1 + 3z t_1' = 5z t_1.$$

$$(49-z)(t_1+60) = z t_1 \quad 3z t_1' = 5z t_1.$$

$$49t_1 + 49 \cdot 60 - z t_1 - 60z = z t_1 \quad 3t_1' = 5t_1.$$

$$2(49t_1 + 60z) = 49t_1 + 49 \cdot 60 \quad t_1' = \frac{5t_1}{3}.$$

$$z(2t_1 + 60) = 49t_1 + 49 \cdot 60.$$

$$z \left\{ = \frac{49(t_1 + 60)}{2t_1 + 60} \right\} \Rightarrow$$

$$60 \text{ min} \leq \frac{5t_1}{3} \leq 80 \text{ min}.$$

$$\frac{180}{5} \leq t_1 \leq \frac{240}{5}.$$

$$36 \leq t_1 \leq 48.$$

$$\Rightarrow 49(t_1 + 60) : 2t_1 + 60 \Rightarrow 2t_1 + 60 \text{ gen. на } 7 \Rightarrow t_1 \equiv 5 \pmod{7}$$

$$z = \frac{490}{140} = \frac{49}{14} \notin \mathbb{Z}$$

$$z = \frac{833}{154}$$

$$\begin{cases} t_1 = 40 \\ t_1' = 47. \end{cases}$$

Чертовик

нч.

6

сумме

$$+12a - 8b.$$

$$3 \equiv -1.$$

$$3+0 + \cancel{1} + 2 + \cancel{3} + \cancel{0} + \cancel{1} + 2 + \cancel{3} + \cancel{0} + \cancel{1} + 2 + \cancel{3} + 0 +$$

$$+ \cancel{1} + 2 + \cancel{3} + 0 + \cancel{1} + 2 + \cancel{3} + 0 + \cancel{1} + 2 + \cancel{3} + 0$$

$$3 + 0 + 6 \cdot 2 = 3 + 0 + 12 = 3 \pmod{4}$$

$$\cancel{1} + 2 + \cancel{3} + 0 + \cancel{1} + 2 + \cancel{3} + 0 + \cancel{1} + 2 + \cancel{3} + 0 + \cancel{1} +$$

$$+ 2 + \cancel{3} + 0 + \cancel{1} + 2 + \cancel{3} + 0 + \cancel{1} + 2 + \cancel{3} + 0 +$$

$$+ 1 + 2.$$

$$\cancel{(5a - 3b)(7a - 5b) = 35a^2 - 25ab}$$

$$\cancel{- 2ab + 15b^2 = 35a^2 - 46ab + 15b^2}$$

| | φ | t | s |
|---------------|-----------|-----|-----------|
| I_r | | | |
| \bar{II}_r | | | φ |
| \bar{I}'_r | | | y |
| \bar{II}'_r | | | |

Черновик.

$$5ab000000 : 512.$$

$$5ab \cdot 1000000 : 512.$$

$$355ab000000 : 2^{11}$$

$$355ab \cdot 2^6 \cdot 5^6 : 2^{11}.$$

$$355ab : 2^5.$$

$$56355ab000000 : 2^{13}.$$

$$56355ab : 2^7.$$

$$\begin{array}{r} 5635572 \\ - 512 \\ \hline 535 \\ - 512 \\ \hline 23 \\ - 256 \\ \hline 952 \\ - 896 \\ \hline 56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 728 \\ \hline 44027 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -10 \\ -129 \\ \hline 56 \\ (72) \end{array}$$

$$\begin{aligned} 728 \cdot 2 &= \\ = 256 \cdot 2 &= \\ = 512 &= \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} + 512 \\ + 256 \\ \hline + 768 \\ + 128 \\ \hline 896. \end{array}$$

$$5635572 \equiv 56 \pmod{128} \equiv 56 \pmod{128} \pmod{72}.$$

$$5635584 \equiv 128 \equiv 0 \pmod{128}$$

Черновики

$$\begin{array}{r} 1002 \\ \times 1002 \\ \hline 2004 \\ 0000 \\ 0000 \\ 1002 \\ \hline 1004004 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2001 \\ \times 2001 \\ \hline 2001 \\ 0000 \\ 0000 \\ 4002 \\ \hline 4004001 \end{array}$$

$2000^2 = 4000000$ } разл.
 $2001^2 = 4004001$

до нее чем 4000 #

~~\Rightarrow равно 4001 \Rightarrow~~

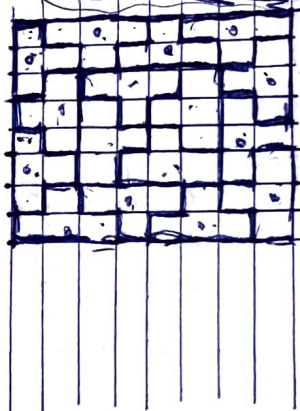
~~$\Rightarrow n \approx 2000^2$~~

~~$n \geq 2001$~~

$\Rightarrow n \leq 2000^2$

$64:4 = 16$

кусты



7

| | | | | |
|--|-------|-----|--------------|------------------------------------|
| | 8 | - 3 | ноч. ... 3к. | ноч. |
| | 16 | - 4 | | доьше |
| | 2^5 | - 5 | | 16 \Rightarrow |
| | 2^6 | - 6 | | \Rightarrow есть 8-ми уз. из 3-х |
| | 2^7 | - 7 | | игол. |
| | 2^8 | - 8 | | |

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26

5 10 15 20 25

$2 \cdot 2^2 \cdot 2$

256

$26000000 : 256$

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5^2 \Rightarrow$ в конце 6 нулей.

$c=0 ; d=0$

23
2

$26000000 : 256$
 $1000000 = 2^6 \cdot 5^6$

Черновик $1000^2 = 1000000$
 $1001^2 = 1002001$

нз.

$n(n+4001) = p_1^{d_1} p_2^{d_2} \dots p_k^{d_k}$
 если $n \times 4001$

$\text{НОД}(n, n+4001) = 1 \Rightarrow$ в каждую из
 факторов все ^{просто.} множители ^{разные} входят в чет.

степени $\Rightarrow n = x^2$

$n + 4001 = y^2$

| |
|---------------|
| $\times 1001$ |
| $\times 1001$ |
| 1001 |
| 0000 |
| 0000 |
| 0000 |
| 1001 |
| 1002001 |

| a | a ² |
|---|----------------|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| 3 | 9 |
| 4 | 6 |
| 5 | 5 |
| 6 | 6 |
| 7 | 9 |
| 8 | 4 |
| 9 | 1 |

n заканчивается
либо на 4 либо на
5.

$n \equiv 0 \pmod{4}$
 $\equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow n + 4001 \not\equiv 4 \pmod{4}$

$\Rightarrow n$ - квадрат чет.
числа! \Rightarrow

$\Rightarrow n : 4 \Rightarrow$

\Rightarrow зак. либо

на 4 либо \Rightarrow

~~на 4 либо на 8.~~
~~(n+4001 зак на 7)~~
 \Rightarrow

$\sqrt{(25^2 + 4000)} =$
 $= 25^2 + 4000$
 4

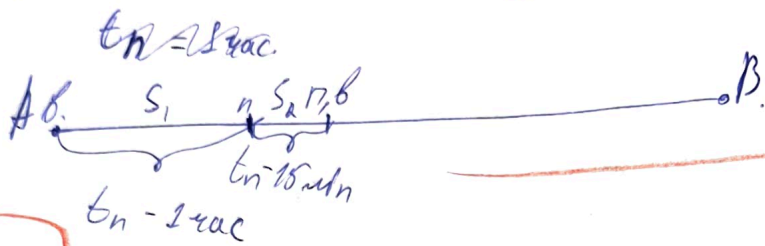
| |
|-------------|
| 2 |
| $\times 64$ |
| 128 |
| $\times 64$ |
| 256 |
| 384 |
| 4096 |

| |
|-------------|
| 3 |
| $\times 65$ |
| 195 |
| $\times 65$ |
| 390 |
| 4285 |

~~$\Rightarrow n + 4001 = \text{квадрат числа}$~~
 ~~$\Rightarrow n + 4001 : 25$~~
 ~~$n = x_0^2 = 25 \cdot 40 + 24 \Rightarrow 25 \cdot 40 + 25 = 25(40+1)$~~

Черновик.

v_n v_b



$$t_2 = 15 \text{ мин.}$$

$$v_b = \frac{S_1 + S_2}{t_1}$$

$$v_n = \frac{S_2}{t_1}$$

$$S_2 = \frac{S_1}{4}, \text{ т.к. } \frac{t_{n_1}}{t_{n_2}} = \frac{60}{15} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

\Rightarrow

$$v_b = \frac{5S_2}{t_1}$$

$$v_n = \frac{S_2}{t_1}$$

$$\Rightarrow \frac{v_b}{v_n} = 5.$$

Велосипедист проезжает $5S_2$ за 15 мин.

Пешеход. проходит S_2 за 15 мин \Rightarrow

\Rightarrow к 10.⁰⁰ пешеход пройдет $3S_2$, чтобы пройти $3S_2$ велосипедисту

нужно 9 минут \Rightarrow он должен выехать в 9:51.