



98-16-30-11
(61.6)



Судья (П.С.)
Вопросы П.С. (С.С.)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Город Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Кривоногова Максима Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«05» апреля 2025 года

Подпись участника

МР

98-16-30-11
(161.6)

Задача №2

Числовым

Рассмотрим n , есть два варианта

$n: 4001$

$n/4001$

Если $n: 4001$

то n можно представить как $4001x$

$n(n+4001) = 4001x(4001x+4001) = 4001^2 x(x+1)$

это квадрат если x - квадрат и $x+1$ - квадрат т.к

x и $x+1$ взаимнопросты значит если $4001^2 \cdot x(x+1)$ - квадрат

то имеет все эти свойства - квадрат, но

Минимальная разница между непрерывными квадратами = $(x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$ - ч.к. $2x+1$

Если $n(n+4001)$ - квадрат то $n/4001$

Если

$n/4001$ то $n(n+4001)$ - взаимнопростые числа n и $n+4001$ - квадраты но разница между ними

равна $(x^2+y^2) - x^2 = x^2 + 2xy + y^2 - x^2 = 2xy + y^2 = 4001$

$2x + 1 = 4001$

$2x = 4001 - 1$

$2x = 4000/2$

$2x = 2000$

$x = 1000$

или $(x^2+y^2) - x^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 4001$

$2xy + y^2 = 4001$

$(2x+y)y$ - простое если $2x+y$ или y не равны 1 при этом $x \geq 1$ значит $2x+y \geq 3$

Читовит

Задача №2

известно $n = x^2$ или $n + 4001 = x^2$

$f = 2000$

$n = 2000^2 - 4001$

$n = 7^2$

$n \approx 4000000 - 4001$

$n = 2000^2$

$n = 4000000$

Ответ: 4000000 или 4000000 - 4001

Лист №2

98-16-30-11
(761.6)

Читовик

Задача №3

Заметим что $20! : 5^6 : 2^{23} : 3$

т.к. $20! : 5^6 \cdot 2^{23}$ - четно $: 20^6$ - четно

первые 6 цифр 0

поэтому $c=0, d=0$, также заметим что

$55ab000000 / 2^{10}$ - т.к. при делении на 2^{10} получается $55ab \cdot 10^6 / 2^{10}$

то поделится у нас получится кратно $55ab \cdot 10^6 / 2^{10}$

$55ab / 2^4$ ($10^6 = 2^6 \cdot 5^6$
 $2^{10} / 2^6 = 2^4$)

Значит $55ab$ может быть равна $5504, 5520, 5536, 5552, 5568,$

Еще также $20! : 9$ значит группа чисел $20! : 9$

а группа всех чисел кроме $a, b \equiv 3 \pmod{9}$ значит

группа $a+b \equiv 3 \pmod{12}$, т.к. эту группу покрывает только

одна вариация: 5584

$0=8 \quad b=4 \quad a+b=8+4=12$

Итак $a=8 \quad b=4 \quad c=0 \quad d=0$

каждого из

Числовик

Заметим

что произведение всех чисел при вычитании

действителю $\neq ab \Rightarrow 7 \neq 30$

Заметим что если $a:5 \text{ то}$

$7a-5b:5$ т.к. $5b$ делится на 5 и $7a:5 \text{ то}$ их разность делится на 5

если $a/5 \text{ то}$

$7a/5 \quad 7a-5b \equiv 7a \pmod{5}$

Если $b:5$

то $5a-3b:5$ т.к. $5a:5 \quad 3b:5$

если $b/5 \text{ то}$ $5a-3b \equiv -3b \pmod{5}$

Заметим как-то мы забываемся на 5 не делим

и в тех от 15 до 40 чисел $:5-8$

и в тех от 1001 до 2026 их 5

Заметим из тех от 15 до 40 нельзя

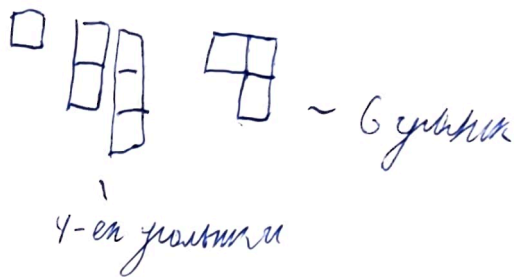
найти такие от 2001 до 2026

Ответ: нельзя

Задача №5

Числовик

Запомним что из 1, 2, 3 клеток нельзя
перестроить дугообразик - вот все возможные фигуры
из 1, 2, 3 клеток

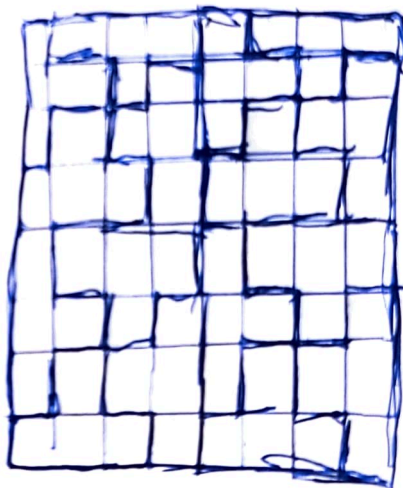
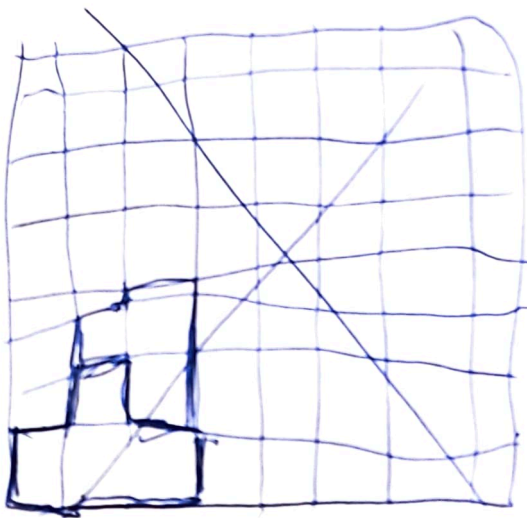


а из 4 клеток можно:



Значит в квадрате 8×8 можно разместить 10 таких
 (64-клет-вопросов
 4-клетки в 8 фигурках)

Пример:



Орбит 16

задача № 36

Читовик

S - стоимость работы

t - время

P - производительность
работы 1 единицы если без остановки

$t_1 = t+1 - y$ - время работы 1 участка
перерыв

$t_2 = t - y$ - время работы 2 участка
перерыв

$\frac{1}{4}S = \frac{1}{3}S$ произв. 1-го участка

$\frac{1}{4}S = t+1 \cdot P_1$ $S = \frac{t+1}{4} \cdot P_1$ ~~S =~~

$\frac{2}{3}S = t \cdot P_2$ $S = \frac{t}{3} \cdot P_2$
 произв. 2-го участка

$\frac{t+1}{4} \cdot P_1 = S = \frac{t}{3} \cdot P_2$

$P_1 \cdot \frac{t+1}{4} = \frac{t}{3} \cdot P_2$

~~$\frac{4}{7}(t+1)P_1 = \frac{3}{5}(tP_2)$~~

~~$\frac{20}{35}(t+1)P_1 = \frac{21}{35}tP_2$~~ / 35

$(20t+20) \cdot P_1 = 21t \cdot P_2$

$20(t+1) \cdot P_1 = 21t \cdot P_2$

20, 21 - взяли просто

$t, t+1$ - взяли просто

$P_1 \cdot (t+1-y) = P_2(t-y)$

$P_1 t + P_1 - y P_1 = P_2 t - P_2 y$

$P_1(t+1-y) = P_2(t-y) - P_2 t + P_2$

$P_1(t+1-y) = P_2(t-y-2t+2) = P_2(-t-y+2)$

$P_1(-19t-1-y) = P_2(t-20t-20-y)$

$P_1(19t+12y) = P_2(20t+20+y)$