0 087687 480004

08-76-87-48
(183.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 9

Место проведения Казань
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы горы!
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Минглазова Дамира Рамльевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+ 1 лист

Дата

«05» апреля 2026 года

Подпись участника

85 (восемьдесят пять)

Чистовик 1.

№1 Пусть $v_п$ км/ч – скорость пешехода,

$v_в$ км/ч – скорость велосипедиста

Велосипедист выехал в 10:15 из пункта А, и догнал пешехода в 10:30, т.е. он ехал $\frac{1}{4}$ ч, значит расстояние от встречи до пункта А равно $v_в \cdot \frac{1}{4}$

Пешеход вышел в 9:15 из пункта А, и велосипедист догнал его в 10:30, значит до встречи он шёл $\frac{5}{4}$ ч, т.е. расстояние от встречи до пункта А равно $\frac{5}{4} \cdot v_п$

Получается, $v_в \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \cdot v_п \Rightarrow$

$v_в = 5 \cdot v_п$

Если пешеход вышел в 9:15 из пункта А и встреча произойдёт в 10:00, то расстояние от пункта А до встречи будет равно $\frac{3}{4} \cdot v_п$, такое расстояние велосипедист

проедет за $\frac{\frac{3}{4} \cdot v_п}{v_в} = \frac{\frac{3}{4} \cdot v_п}{5 \cdot v_п} = \frac{3}{20}$ ч = 9 мин,

значит чтоб догнать пешехода в 10:00 велосипедист должен выехать в 9:51

Ответ: 9:51

Чистовик 2

№2 Пусть $n\cdot(n+4001)=a^2$, где $a\in\mathbb{N}$, $n\in\mathbb{N}$

1). Если НОД $(n, n+4001)\neq 1$

Пусть НОД $(n, n+4001)=k$ и $k\neq 1$

тогда $n \vdots k$ и $(4001+n)\vdots k \Rightarrow ((4001+n)-n)\vdots k \Rightarrow$

$\Rightarrow 4001 \vdots k$

4001 - простое число, имеет два делителя: 4001 и 1, но $k\neq 1 \Rightarrow k=4001$

Получается, НОД $(n, n+4001)=4001 \Rightarrow$

$n \vdots 4001$, пусть $n=4001\cdot b$, тогда

$4001\cdot b\cdot(4001\cdot b+4001)=a^2$

$4001^2\cdot b\cdot(b+1)=a^2$, причём $b\in\mathbb{N}, a\in\mathbb{N}$

$b\cdot(b+1)=\left(\frac{a}{4001}\right)^2$

$b\in\mathbb{N}\Rightarrow b\cdot(b+1)\in\mathbb{N}\Rightarrow\left(\frac{a}{4001}\right)^2\in\mathbb{N}$

Пусть $f=\frac{a}{4001}$, тогда $f\in\mathbb{N}$,

значит $b\cdot(b+1)=f^2$, причём $b\cdot(b+1)\geq 2$

НОД $(b, b+1)=$ НОД $(b,1)=1$

Получается, произведение двух последовательных натуральных взаимно простых чисел равно квадрату натурального числа $\Rightarrow$ каждое из чисел b и $b+1$ является квадратом натурального числа, но не существует двух последовательных натуральных чисел, которые являются квадратами натуральных чисел, получается противоречие $\Rightarrow$ случай НОД $(n, n+4001)\neq 1$ невозможен

Чистовик 3

№2 продолжение

2) остается случай НОД $(n, n+4001)=1$,

значит произведение двух натуральных взаимно простых чисел равно квадрату натурального числа $\Rightarrow$ каждое из чисел n и $n+4001$ равно квадрату натурального числа

Пусть $n=k^2$, $n+4001=f^2$, где $n, f, k \in \mathbb{N}$

тогда $f^2 > k^2$

$f^2-k^2=(f-k)(f+k)=n+4001-n=4001$

$(f-k)(f+k)=4001 \leftarrow$ простое число, единственное разложение на два множителя: $1 \cdot 4001$; $f-k > f+k$, т.к. $k \in \mathbb{N}$ и $f \in \mathbb{N} \Rightarrow$

$\begin{cases} f-k=1 \\ f+k=4001 \end{cases} \Rightarrow f=2001$ и $k=2000$

$n=k^2=2000^2=4000000$ - единственное возможное решение, где $n \in \mathbb{N}$

Ответ: $n=4000000$

Чистовик 4

№3 $a_n = n + \text{окр}(\sqrt{n})$

$a_k = k + \text{окр}(\sqrt{k})$

$a_{k+1} = k+1 + \text{окр}(\sqrt{k+1})$

— — — —

$a_{k+2025} = k+2025 + \text{окр}(\sqrt{k+2025})$

} последовательные числа

Раз это последовательные числа, то

- $a_{k+1} - a_k = 1$, $k+1+\text{окр}(\sqrt{k+1}) - k - \text{окр}(\sqrt{k}) = 1$
  $\text{окр}(\sqrt{k+1}) = \text{окр}(\sqrt{k})$

- $a_{k+2} - a_{k+1} = 1$, $k+2+\text{окр}(\sqrt{k+2}) - k - 1 - \text{окр}(\sqrt{k+1}) = 1$
  $\text{окр}(\sqrt{k+1}) = \text{окр}(\sqrt{k+2})$

— — — — — — — —

~~a_{k+2025}~~

- $a_{k+2025} - a_{k+2024} = k+2025 + \text{окр}(\sqrt{k+2025}) - k - 2024 - \text{окр}(\sqrt{k+2024}) = 1$
  $\text{окр}(\sqrt{k+2025}) = \text{окр}(\sqrt{k+2024})$

Таким образом, $\text{окр}(\sqrt{k}) = \text{окр}(\sqrt{k+1}) = \ldots = \text{окр}(\sqrt{k+2025})$

Заметим, что $\sqrt{k} < \sqrt{k+1}$ т.к.

$$\sqrt{k} < \sqrt{k+1} < \ldots < \sqrt{k+2025}$$

и

$$\text{окр}(\sqrt{k}) = \text{окр}(\sqrt{k+1}) = \ldots = \text{окр}(\sqrt{k+2025})$$

Пусть $\text{окр}(\sqrt{k}) = x$, тогда $k \geq x^2$ и $k < (x+0,5)^2$

раз $\text{окр}(\sqrt{k}) = x$, то и ~~$\sqrt{k+2025}$~~

$\text{окр}(\sqrt{k+2025}) = x$ и $\sqrt{k+2025} < x+0,5$

но $k \geq x^2 \Rightarrow \sqrt{x^2+2025} \leq \sqrt{k+2025} < x+0,5 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{x^2+2025} < x+0,5 \Rightarrow x^2+2025 < x^2+x+0,25 \Rightarrow$

$x > 2024,75 \Rightarrow x \geq 2025$, т.к. $x \in \mathbb{N}$

08-76-87-48
(183.2)

Чистовик 5

№3 продолжение

$x \geqslant 2025$ и $k \geqslant x^2 \Rightarrow k \geqslant 2025^2$ – оценка

проверю, подходит ли $k = 2025^2$:

$a_{2025^2} = 2025^2 + \text{окр}(\sqrt{2025^2}) = 2025^2 + 2025$

$a_{2025^2+1} = 2025^2 + 1 + \text{окр}(\sqrt{2025^2+1}) = 2025^2 + 1 + 2025$

— — — — — — —

$a_{2025^2+2025} = 2025^2 + 2025 + \text{окр}(\sqrt{2025^2+2025}) = 2025^2 + 2025 + 2025$

последовательность чисел удовлетворяет условию

Докажу, что $\text{окр}(\sqrt{2025^2 + 2025}) = 2025$

$0{,}5^2 > 0 \Rightarrow 2025^2 + 2025 + 0{,}5^2 > 2025^2 + 2025 \Rightarrow$

$(2025 + 0{,}5)^2 > 2025^2 + 2025$

и $2025^2 < 2025^2 + 2025 \Rightarrow$

$2025^2 < 2025^2 + 2025 < 2025{,}5^2 \Rightarrow$

$\text{окр}(\sqrt{2025^2 + 2025}) = 2025$

$k \geqslant 2025^2$ и ~~[illegible]~~ доказано, что при $k = 2025^2$ выполняются условия $\Rightarrow$ $k = 2025^2$ – наименьшее, удовлетворяющее условию

Ответ: $k = 2025^2$

Черновик 7.

$$48 \times 49 = 432 + 192 \ldots = 2352$$

$$2352 : 94 = 25, \quad -188,\ 472,\ -470,\ 2$$

$$36 + 7 = 43 \qquad 48 \times 4 = 192$$

$$235 - 188 = 47 \qquad 94 \times 5 = 470$$

$$2\frac{2}{94} \qquad 63 \times 9 = 567$$

$$147 \times 2 = 294$$

$$63 \times 49 = 567 + 252 = 3077$$

$$49 \times 21 = 49 + 98 = 1029$$

$$3077 : 147 = 2, \quad -294,\ 137$$

$$x = \frac{49t}{\frac{4}{7}\left(\frac{5}{3}t+1\right)+t}$$

1) $\frac{3}{2}$; 2) 2

$$\frac{4}{7}\cdot\left(\frac{10}{3}+1\right)+2 = \frac{40}{21}+\frac{4}{7}+2 = \frac{40+12}{21}+2 = \frac{40+12+42}{21} = \frac{82+12}{21} = \frac{94}{21}$$

$$\frac{49\cdot 2}{\frac{94}{21}} = \frac{49\cdot 21}{47}$$

$$1029 : 47 = 21\frac{42}{47}, \quad -94,\ 89,\ -47,\ 42$$

$$\frac{49\cdot\frac{3}{2}}{\frac{4}{7}\cdot\left(\frac{5}{3}\cdot\frac{3}{2}+1\right)+\frac{3}{2}} =$$

$$= \frac{49\cdot\frac{3}{2}}{\frac{4}{7}\cdot\frac{7}{2}+\frac{3}{2}} = \frac{49\cdot\frac{3}{2}}{2+\frac{3}{2}} = \frac{49\cdot\frac{3}{2}}{\frac{7}{2}} = \frac{49\cdot 3}{7} = \boxed{21}$$

перерыв: 1 час

21 чел ∨ 28

Черновик

$4(3a+b)$

$$x=\frac{7\cdot 49\cdot tp2}{4+\frac{41}{3}\cdot tp2}=\frac{7\cdot 49\cdot tp2\cdot 3}{12+41\cdot tp2}=\frac{21\cdot 49\cdot tp2}{41\cdot tp2+12}$$

$3\cdot 1\equiv 3$
$3\cdot 2\equiv 1$
$3\cdot 4\equiv 2$
$3\cdot 3\equiv 4$

$3\cdot 1\equiv 3$
$3\cdot 2\equiv 4$

$$f(x)=f(t)=\frac{t\cdot 49\cdot 21}{41\cdot t+12}$$

$12a-8b=4($

$7\cdot 1\equiv 2$
$7\cdot 2\equiv 4$
$7\cdot 3\equiv 1$
$7\cdot 4\equiv 3$

7

$$\frac{49\cdot 21}{41}\cdot 12$$

$5a-3b;\ 7a-5b \Leftarrow a,b$

$2(a-b)$

вместо $b-a\rightarrow$

$7a-5b-5a+3b=$
$=2a-2b=$
$=(a-b)$

a,b

$5a-3b=2^{4}$

$7a-5b=2$

$$=\frac{t\cdot 49\cdot 21+\frac{49\cdot 21\cdot 12}{41}-\frac{49\cdot 21\cdot 12}{41}}{41\cdot t+12}$$

$5a-3b=k^{2^2}$

$200-48=152$

$180\cdot$
7

$$=\frac{\frac{41t\cdot 49\cdot 21+49\cdot 21\cdot 12}{41}-\frac{49\cdot 21\cdot 12}{41}}{41\cdot t+12}=$$

$3b+7a$

$$\frac{180^\circ\cdot(7-2)}{7}=\frac{180^\circ\cdot 5}{7}=$$
$$=\frac{900^\circ}{7}$$

$+2b$ $\quad +2a$

$a\downarrow \quad b\downarrow$

$$=\frac{49\cdot 21}{41}-\frac{49\cdot 21\cdot 12}{41\cdot(41\cdot t+12)}=$$

$7a-5b;\ 5a-3b$

$$\frac{3}{2}\leq t\leq 2$$

$$=\frac{49\cdot 21}{41}\cdot\left(1-\frac{12}{41\cdot t+12}\right)$$

$41 \times 1{,}5 = 20{,}5 + 41 = 61{,}5$; $+12 = 73{,}5$

$82+12=94$

a^2-b^2

$49a^2+25b^2-70ab-25a^2-9b^2+30ab$

$$\frac{3}{2}\cdot 41+12\leq 41\cdot t+12\leq 2\cdot 41+12$$

$$73{,}5\leq 41\cdot t+12\leq 94$$

$24a^2+16b^2-40ab$

$73{,}5\times 2=147{,}0$

$41\cdot t+12-12=t\cdot 41$

$2\cdot a^2$

$8(3a^2+2b^2-5ab)$

$$\frac{21\cdot 49\cdot t}{41\cdot t+12}$$

$7;7;3$

$$\frac{21\cdot 49\cdot 2}{41\cdot 2+12}=\frac{48\cdot 49}{94}-\min$$

чет и нечет

$$\frac{21\cdot 49\cdot\frac{3}{2}}{73{,}5}=\frac{21\cdot 49\cdot 3}{147}-\max$$

Черновик 5

49 волонтёров; в первой: x, во второй: ~~x~~ $49-x$ $\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{2}-\frac{1}{2}$

собрали у мусора

$t_1 = t_{p1} + t_{o1}$ $1 \le t_{o2} \le 1\frac{1}{3}$

$t_2 = t_{p2} + t_{o2}$ $\frac{3}{2} \le t_{p2} \le 2$

$t_1 = t_2 + 1$

$t_{p1}\cdot x = t_{p2}\cdot(49-x)$

$(t_{p1}+t_{o1})x = 1\frac{3}{4}\cdot t_{p1}\cdot x$

$(t_{p2}+t_{o2})\cdot(49-x) = 1\frac{2}{3}\cdot t_{p2}\cdot(49-x)$

$t_{p2} = \frac{3}{2}t_{o2}$

$41+12=53$

$$\begin{cases} t_{p1}+t_{o1} = t_{p2}+t_{o2}+1 \\ t_{p1}\cdot x = t_{p2}\cdot(49-x) \\ (t_{p1}+t_{o1})\cdot x = \frac{7}{4}\cdot t_{p1}\cdot x \\ (t_{p2}+t_{o2})\cdot(49-x) = 1\frac{2}{3}\cdot t_{p2}\cdot(49-x) \end{cases}$$

$x = \frac{49\cdot x}{\frac{4}{7}(\frac{5}{3}x+1)+x}$

$t_{p1}+t_{o1} = \frac{7}{4}t_{p1} \Rightarrow t_{o1} = \frac{3}{4}t_{p1}$

$t_{p2}+t_{o2} = \frac{5}{3}\cdot t_{p2} \Rightarrow t_{o2} = \frac{2}{3}t_{p2}$

$t_{p1}+\frac{3}{4}t_{p1} = t_{p2}+\frac{2}{3}t_{p2}+1$

$\frac{7}{4}t_{p1} = \frac{5}{3}t_{p2}+1$

$t_{p1} = \frac{4}{7}\cdot(\frac{5}{3}t_{p2}+1)$

$\frac{20}{3}\cdot t_{p2}\cdot x + 4x = 7\cdot t_{p2}\cdot 49 - 7\cdot t_{p2}\cdot x$

$7t_{p2}\cdot 49 - \frac{41}{3}t_{p2}\cdot x - 4x = 0$

$7t_{p2}\cdot 49 = x\cdot(4+\frac{41}{3}t_{p2})$

$x = \frac{7\cdot t_{p2}\cdot 49}{4+\frac{41}{3}\cdot t_{p2}}$

$\frac{4}{7}\cdot(\frac{5}{3}\cdot t_{p2}+1)\cdot x = t_{p2}\cdot(49-x)$

$x = \frac{7\cdot 49\cdot t_{p2}}{4+\frac{41}{3}\cdot t_{p2}}$

Черновик

$2025^2 = k$

$\sqrt{2025^2}$; $\sqrt{2025^2+1}$; ..... ; $\sqrt{2025^2+2025}$

2025 ; ~~~~ ; ~~~~ ; $\sqrt{2025\cdot 2026}$

$\sqrt{2025\cdot 2026} \vee 2025,5$

$2025\cdot 2026 \vee 2025,5\cdot 2025,5$

$a\cdot(a+1) \vee (a+0,5)\cdot(a+0,5)$

$a^2+a \vee a^2+a+0,25$

$\boxed{0 < 0,25}$

$\boxed{k = 2025^2}$

$5a-3b$; $7a-5b$ $\leftarrow$ a, b

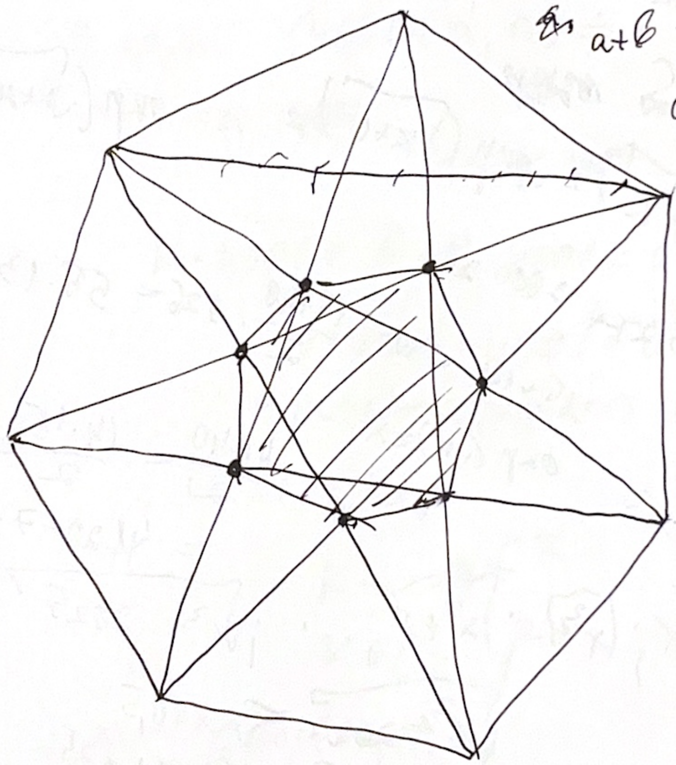
a, b ; $5a-3b$; $7a-5b$

$a+b \rightarrow 12a-8b$

a^2+b^2 ; $25a^2+9b^2+49a^2+25b^2-$

$-30ab-70ab$

$74a^2+34b^2-100ab$



Черновик 3

$n = k^2$

$n + 4001 = f^2$

$f^2 - k^2 = 4001$

$(f-k)(f+k) = 4001$

$+\begin{cases} f-k=1 \\ f+k=4001 \end{cases}$

$2f = 4002$

$f = 2001$

$k = 2000$

$\times\, 2001 \cdot 2001$

2001

4002

4004001

a, b

$7a - 3b;\ 7a - 5b$

~~2026~~

26 чисел

$12a - 8b = 4(3a - b)$

$n = 2000^2 = 4000000$

$n + 4001 = 4004001$

$\boxed{n = 4000000}$

$a_n = n +$ округл$(\sqrt{n})$

$a_1 = 1 + \sqrt{1} = 2$

$a_2 = 2 + \sqrt{2} = 3$

$1+2+3+\ldots+26 = \frac{27 \cdot 26}{2} = 13 \cdot 27$

надо, чтоб ~~округл~~

окр$(\sqrt{k})$ = окр$(\sqrt{k+1})$ = ... = окр$(\sqrt{k+2025})$

$k \geq x^2$

$13 \cdot 27 + 2000 \cdot 26$

$15 + 16 + \ldots + 40 = \frac{15+40}{2} \cdot 26 = 55 \cdot 13$

окр$(\sqrt{k}) = x$

$\frac{41 \cdot 40}{2} - \frac{14 \cdot 15}{2}$

$= 41 \cdot 20 - 7 \cdot 15$

$k = x^2$

$x;\ \sqrt{x^2+1};\ \sqrt{x^2+2};\ \ldots;\ \sqrt{x^2+2025}$

$k = 2025^2$

$\sqrt{x^2 + 2025} < x + 0{,}5$

$x^2 + 2025 < x^2 + x + 0{,}25$

$x > 2024{,}75$

$x \geq 2025$

Черновик 2

$n \cdot (n+4001) = a^2$ $\qquad a^2 \equiv 1, 0 \pmod 4$

$n \vdots (n+4001)$ $\qquad 1^2 \equiv 1$, $2^2 \equiv 0$, $3^2 \equiv 1$, $4^2 \equiv 0$

$4001 \equiv 1 \pmod 4$

$n \underset{4}{\equiv} 1$: $a^2 \equiv 2$ — нет

$n \underset{4}{\equiv} 2$: $a^2 \equiv 2 \cdot 3 = 6 \equiv 2$ — нет

$n \underset{4}{\equiv} 3$ — да

$n \underset{4}{\equiv} 4$ — да

$5a-3b;\ 7a-5b$

$a, b \Rightarrow 5a-3b;\ 7a-5b$

$7a-5b-(5a-3b) = 2a-2b$

$a^2 = p_1^{2k_1} \cdot p_2^{2k_2} \cdot \ldots \cdot p_d^{2k_d}$

1). если $(4001+n, n) \neq 1$

$n \vdots 4001$

$n = k \cdot 4001$

$k \cdot 4001 \cdot (k+1) \cdot 4001 = a^2$

$k \cdot (k+1) \cdot 4001^2 = a^2$

$k \cdot (k+1)$ — квадрат натурального числа

$(k+1, k) = 1$

$k = f^2$

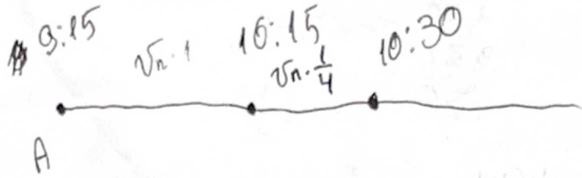
$k+1 = y^2$

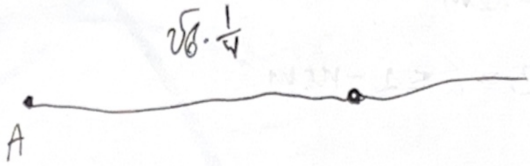
2). если $(4001+n, n) = 1$

n — квадрат и $4001+n$ — квадрат

Черновик 1.

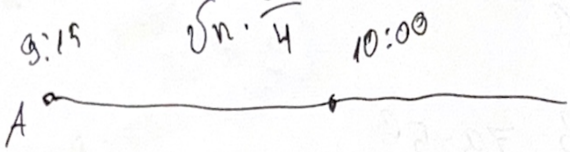
№1

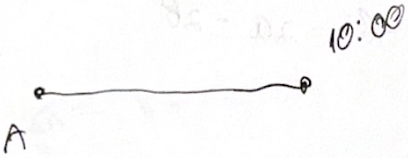




$\frac{5}{4} v_п = \frac{v_в}{4}$

$v_в = 5 v_п$





$\frac{v_п \cdot \frac{3}{4}}{5 v_п} = \frac{3}{20}$

ему надо 9 мин

$\boxed{9:51}$

49 волонтёров

x – в первой

49 − x – во второй

$\cancel{x \cdot t = (49 - x)(t + 1)}$

1ч = бег во второй = $1\frac{1}{3}$ ч

$\cancel{x \cdot t = (49 - x)(t - 1)}$

$t = t_1 + t_{01}$

$t = t_2 + t_{02}$

$\cancel{x \cdot t_1 = (49 - x) t_2}$

08-76-87-48
(183.2)

Чистовик 6

№5 Пусть в первой группе x волонтёров, тогда во второй (49−x) волонтёров

Пусть $t_{р1}$ – время „истинной" работы первой группы, т.е. без перерыва; $t_{р2}$ – время „истинной" работы второй группы, т.е. без перерыва, $t_{о1}$ – время перерыва первой группы, $t_{о2}$ – время перерыва второй группы.

Первая группа освободилась на час позже второй ⇒

$$t_{р1}+t_{о1}=t_{р2}+t_{о2}+1$$

Пусть k – производительность одного волонтёра, тогда $t_{р1}\cdot x\cdot k=t_{р2}\cdot k\cdot(49-x)\Rightarrow t_{р1}\cdot x=t_{р2}\cdot(49-x)$, т.к. группы проделали одинаковую работу.

Также важное условие, что $1\le t_{о2}\le 1\frac{1}{3}=$
$=1ч\ 20$ мин

Если группа I без перерыва, то

$$(t_{р1}+t_{о1})\cdot x\cdot k=1\frac{3}{4}\cdot t_{р1}\cdot x\cdot k\Rightarrow t_{о1}=\frac{3}{4}t_{р1}$$

Если группа II без перерыва, то

$$(t_{р2}+t_{о2})\cdot(49-x)\cdot k=1\frac{2}{3}\cdot(49-x)\cdot k\cdot t_{р2}\Rightarrow$$

$$t_{о2}=\frac{2}{3}\cdot t_{р2}$$

Итак

$$\left.\begin{aligned}&t_{о2}=\frac{2}{3}\cdot t_{р2}\\&t_{о1}=\frac{3}{4}\cdot t_{р1}\\&t_{р1}+t_{о1}=t_{р2}+t_{о2}+1\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{7}{4}t_{р1}=\frac{5}{3}t_{р2}+1\Rightarrow$$

$$t_{р1}=\frac{4}{7}\left(\frac{5}{3}\cdot t_{р2}+1\right)$$

$$t_{р1}\cdot x=t_{р2}\cdot(49-x)\Rightarrow$$

$$\frac{4}{7}\cdot\left(\frac{5}{3}\cdot t_{р2}+1\right)\cdot x=t_{р2}\cdot(49-x)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\cdot\left(\frac{4}{7}\left(\frac{5}{3}\cdot t_{р2}+1\right)+t_{р2}\right)=49\cdot t_{р2}\Rightarrow$$

Чистовик 7

Задача 5 продолжение

$$x = \frac{49 \cdot t_{p2}}{\frac{4}{7}\cdot\left(\frac{5}{3}\cdot t_{p2}+1\right)+t_{p2}}$$

Не забываю, что $1 \le t_{o2} \le \frac{4}{3}$
$t_{o2} = \frac{2}{3} t_{p2}$ $\Rightarrow$

$1 \le \frac{2}{3}\cdot t_{p2} \le \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{3}{2} \le t_{p2} \le 2$

Заметим, что $x(t_{p2}) = \frac{49\cdot t_{p2}}{\frac{4}{7}\cdot\left(\frac{5}{3}\cdot t_{p2}+1\right)+t_{p2}}$ — монотонно возрастающая функция при $t_{p2} \in \left[\frac{3}{2}; 2\right]$

Значит на данном промежутке:

• $x_{max} = \frac{49\cdot 2}{\frac{4}{7}\cdot\left(\frac{5}{3}\cdot 2+1\right)+2} = \frac{49\cdot 2}{\frac{4}{7}\cdot\left(\frac{10}{3}+1\right)+2} =$

$= \frac{49}{\frac{2}{7}\cdot\frac{13}{3}+1} =$

$= \frac{49}{\frac{26+21}{21}} = \frac{49\cdot 21}{47} = 21\frac{42}{47}$

• $x_{min} = \frac{49\cdot\frac{3}{2}}{\frac{4}{7}\cdot\left(\frac{5}{3}\cdot\frac{3}{2}+1\right)+\frac{3}{2}} = \frac{49\cdot\frac{3}{2}}{\frac{4}{7}\cdot\frac{7}{2}+\frac{3}{2}} = \frac{49\cdot\frac{3}{2}}{\frac{7}{2}} = 21$

значит $x \in \left[21; 21\frac{42}{47}\right]$ и x — число волонтёров $\Rightarrow x \in N \Rightarrow x = 21$

В первой группе 21 волонтёр

Ответ: 21

Чистовик 8.

№4 $a, b \to 5a-3b;\ 7a-5b$

Заметим, что если ~~множество~~ из чисел a, b одно делится на 5, а другое нет, то после данной операции одно будет делиться на 5, а другое нет, если оба делятся, то оба будут делиться, если оба не делятся, то оба и не будут делиться, т.к. если $a \vdots 5$ и $b \not\vdots 5$, то $(5a-3b) \not\vdots 5$ и $(7a-5b) \vdots 5$, если $a \not\vdots 5$ и $b \vdots 5$, то $(5a-3b) \vdots 5$ и $(7a-5b) \not\vdots 5$, если $a \vdots 5$ и $b \vdots 5$, то $(5a-3b) \vdots 5$ и $(7a-5b) \vdots 5$, если $a \not\vdots 5$ и $b \not\vdots 5$, то $(7a-5b) \not\vdots 5$ и $(5a-3b) \not\vdots 5$

Таким образом, в наборе чисел не меняется кол-во чисел, кратных 5, (инвариант) в наборе 15, 16, ..., 40 шесть чисел, кратных 5, в наборе 2001, 2002, ..., 2026 пять чисел кратных ~~меньше~~ пяти, но так не может быть, доказан инвариант, потому что кол-во чисел в наборе, кратных 5 не меняется $\Rightarrow$ нельзя получить из 15, 16, ..., 40 набор 2001, ..., 2026

Ответ: нельзя