



96-39-78-98
(161.7)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Покори Воробьевы Горы"
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Даниловой Веры Владимировны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

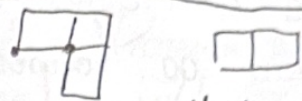
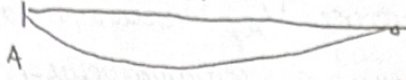
« 5 » апреля 2026 года

Подпись участника

95-39-78-98
(161.7)

Лист Черновик.

All of



75 мм. ширина $\Rightarrow V_6 = 5 \text{ в.ч.}$... 55ab/cdeco
15 мм. толщина

чг. $V_n = x \cdot V_n$

$x = 0$

$9:51$

$n = a^2$

$a^2(a^2 + 4001)$

$n + 4001 =$

$a^2 + 4001$ - квадрат.

$5a - 3b + 7a - 5b =$

$(a+b)^2 = a^2 + 4001$

$= 12a - 8b : 4.$

$2ab + b^2 = 4001$

$(5a - 3b)(7a - 5b) =$

$b(2a + b) = 4001$

$= 35a^2 - 25ab + 15b^2 =$

$= 5a^2 - 35ab + 15b^2$

$2a + 1 = 4001$

$2a = 4000$

$a = 2000$

$2 \cdot 4 \cdot 0$

$2 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 2^4 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 2^3 \cdot 2$

$2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 2$

6 ширина. геш. $x = 16$

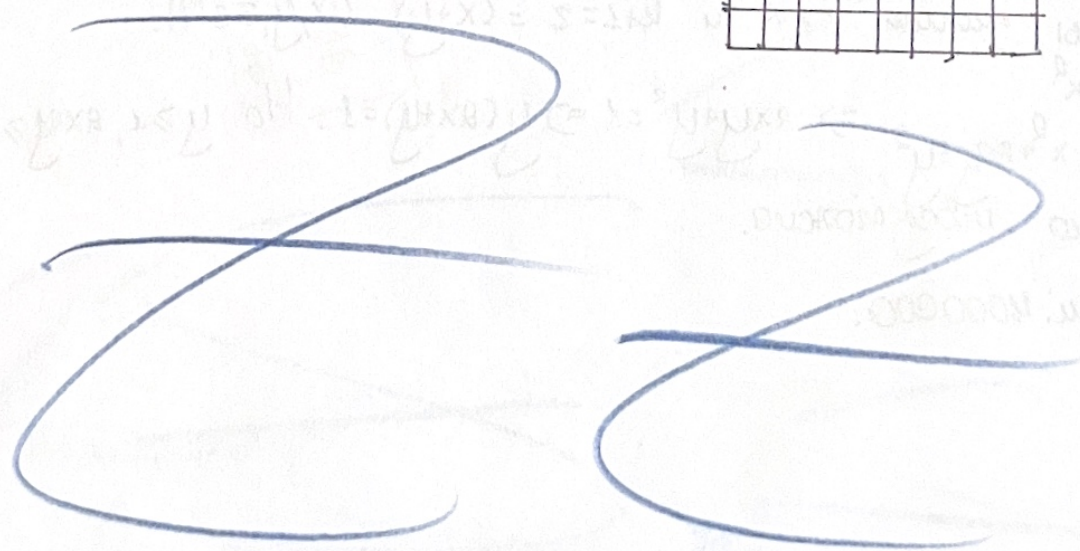
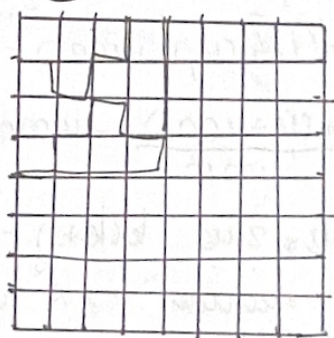
2^{16}

~~$x =$~~

5635584 | 128 4 .

-512
515
 -512
358
 -256
1024

44028



Лист 1. Числовые.

Задача 1. Пусть v_1 - скорость пешехода, v_2 - велосипедиста.
Пешеход до встречи ехал 75 минут, а велосипедист - 15.

$$75 \cdot v_1 = 15 \cdot v_2 \Rightarrow v_2 = 5 \cdot v_1.$$

Если они встретились бы в 10:00, то пешеход ушел бы 45 минут, а велосипедист - x минут.

$$45 \cdot v_1 = x \cdot 5 \cdot v_1 \Rightarrow x = 9.$$

Значит, велосипедист ехал 9 минут \Rightarrow он выехал в 09:51.

Ответ: в 09:51.

Задача 2. Заметим, что $\text{НОД}(n; n+4001) = 1$ или 4001.
т.е. если $n:k$, и $n+4001:k$, то $4001:k$, т.е. 4001 - простое.)

Если $\text{НОД}(n; n+4001) = 1$, то $n = a^2$ и $n+4001 = c^2$.

Пусть $c^2 = (a+b)^2$ (a, b, c - натуральные).

$$\begin{cases} n = a^2 \\ n+4001 = a^2 + 2ab + b^2 \end{cases} \Rightarrow 4001 = 2ab + b^2 \Rightarrow b(2a+b) = 4001.$$

$$2a+b \geq 3, \text{ т.ч. } a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow b=1 \Rightarrow 2a=4000 \Rightarrow a=2000 \Rightarrow n=4000000.$$

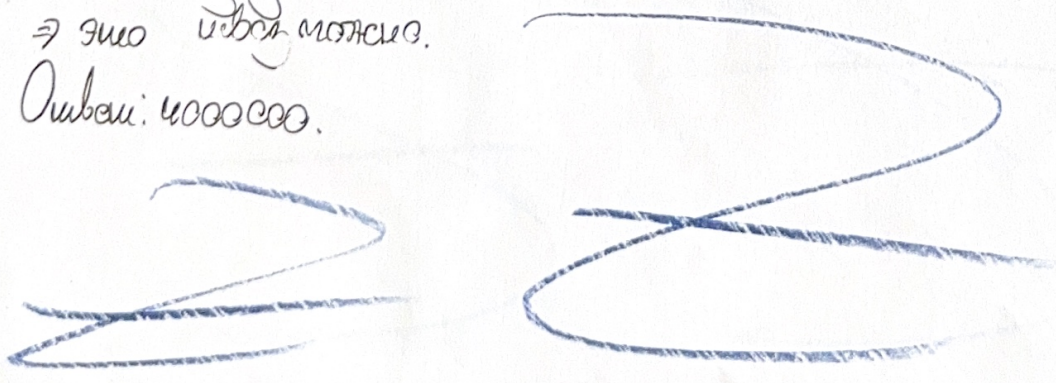
Если $\text{НОД}(n; n+4001) = 4001$, то n и $n+4001$ - квадраты, то $\frac{n(n+4001)}{4001^2}$ - тоже квадрат. Значит, существует

такое k , что $k(k+1)$ - т. квадрат. k и $k+1$ взаимно просты, значит, $k = x^2$ и $k+1 = z^2 = (x+y)^2$ ($x, y, z \in \mathbb{N}$).

$$\begin{cases} k = x^2 \\ k+1 = x^2 + 2xy + y^2 \end{cases} \Rightarrow 2xy + y^2 = 1 \Rightarrow y(2x+y) = 1. \text{ Но } y \geq 1, 2x+y \geq 3$$

\Rightarrow это невозможно.

Ответ: 4000000.




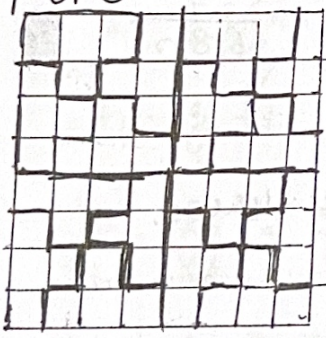
96-39-78-98
(161.7)

Лист 2. Числовые.

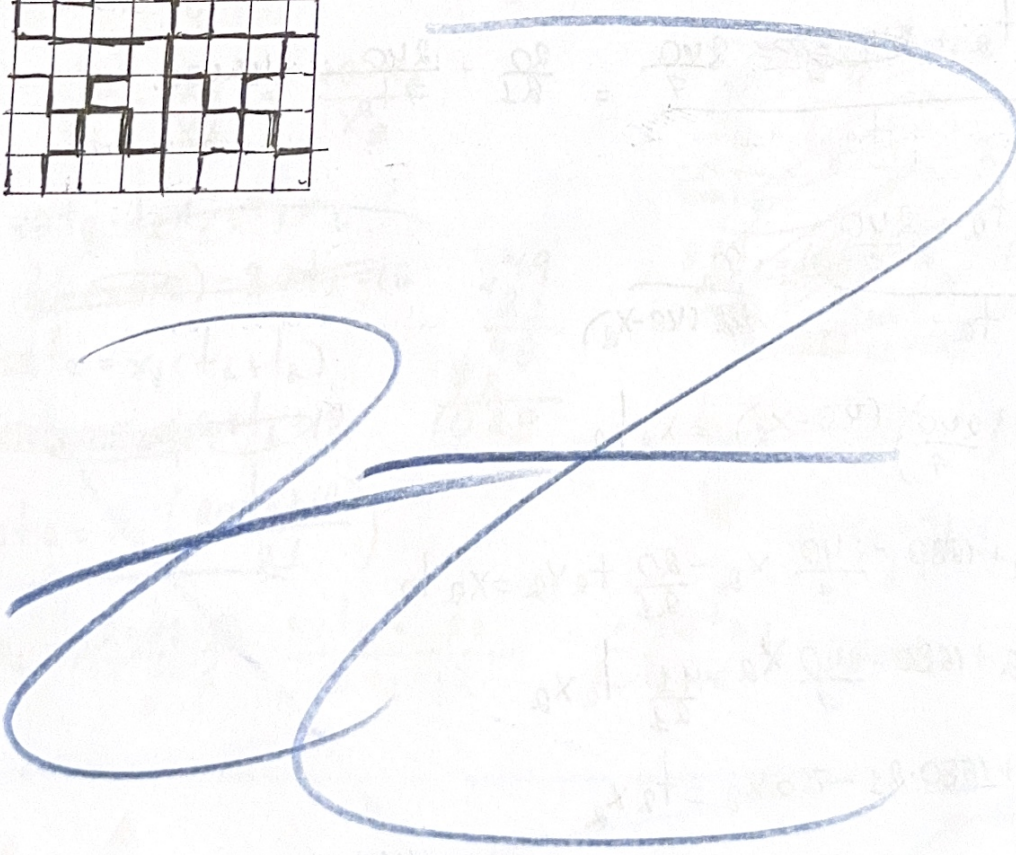
Реш. Заменяем, что $26! : 5^6 (5 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 25 : 5^6)$ и $26! : 2^{10 \cdot 13}$
 $(2 \cdot 4 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 24 : 2^{13})$. Знаем, $26! : 10^6 \Rightarrow c=d=0$. Разделим $26!$ на
 10^6 , получим число n и кратно $2^7=128$, $n=128k + 56355ab$.
 Знаем, $5635500 : 128$, $5635500 \equiv 44 \pmod{128}$, знаем, $ab \equiv -44$
 $\pmod{128} \Rightarrow ab \equiv 84 \pmod{128} \Rightarrow a=8, b=4$.

$$\begin{array}{r} 5635500 \quad 5 \\ - 512 \quad 128 \\ \hline - 515 \quad 44007 \\ - 512 \quad 44007 \\ \hline 350 \\ - 256 \\ \hline 940 \\ - 896 \\ \hline 44 \end{array}$$

Ответ: $a=8, b=4, c=0, d=0$.

Реш. Построим, из какого наименьшего числа элементов
 можем составить такой восьмиугольник (он этого и
 зависит ответ). Из 1 элемента, очевидно, не получится. Из
 2 тоже, ведь единственная фигура из 2 элементов - ромбик.
 Из 3 тоже, ведь $8 \cdot 8 \div 3$. Из 4 тоже:  Пример
 разреза:  Всего таких восьмиугольников $64 : 4 = 16$.

Ответ: 16.



Лист Черновик.

$$\frac{150}{4} = 40 - 2r = 37,5 \cdot 3 = 112,5$$

$$\frac{5}{3} t_1 = \frac{1}{1} + 2t_1 \Rightarrow dt_2 = \frac{2}{3} t_2$$

$$\frac{7}{4} t_2 = t_1 + dt_2 \Rightarrow \frac{3}{4} t_2 = dt_2$$

$$60 \leq dt_2 \leq 80$$

$$90 \leq t_2 \leq 120$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{x_2}{x_1} - \text{целое}$$

$$x_1 + x_2 = 49$$

$$60 + t_2 + dt_2 = dt_1 + t_1$$

$$60 + \frac{5}{3} t_2 = \frac{7}{4} t_1$$

$$\frac{150 \cdot 4}{7} = \frac{600}{7}$$

$$720 + 20t_2 = 21t_1$$

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{3} t_2 + 60 = \frac{7}{4} t_1$$

$$\frac{150}{7} \leq \frac{7}{4} t_1 \leq 200$$

$$\frac{600}{7} \leq t_1 \leq \frac{800}{7}$$

$$5a - 3b$$

$$7a - 5b$$

$$-5 \leq -1 \leq 360 \leq 7t_1 \leq 800$$

$$85 \frac{5}{7} \leq t_1 \leq 114 \frac{2}{7}$$

$$5a - 3b + 7a - 5b =$$

$$= 12a - 8b : 4$$

$$\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

$$t_1 = \frac{20}{21} t_2 + 34 \frac{2}{7}$$

$$\frac{20}{21} t_2 + \frac{240}{7} = \frac{240}{7} + \frac{240}{7+t_2} - \text{целое}$$

$$\frac{20}{21} t_2 + \frac{240}{7} = \frac{x_2}{(49-x_2)}$$

$$\left(\frac{20}{21} t_2 + \frac{240}{7} \right) (49 - x_2) = x_2 t_2$$

$$\frac{140}{3} t_2 + 1680 - \frac{240}{7} x_2 - \frac{20}{21} t_2 x_2 = x_2 t_2$$

$$\frac{140}{3} t_2 + 1680 - \frac{240}{7} x_2 = \frac{41}{21} t_2 x_2$$

$$980 t_2 + 1680 \cdot 21 - 720 x_2 = t_2 x_2$$

Handwritten calculations on a grid background, including a large blue scribble.

$$\frac{7}{4} \cdot \frac{150}{7} = \frac{150}{4} = 37,5$$

$$\frac{40}{3} \cdot 120 = 1600$$

$$\frac{800}{7} \cdot 7 = 114,28$$

$$\frac{240}{7} \cdot 7 = 240$$

$$\frac{1680}{7} = 240$$

96-39-78-98
(1617)

Лист перебиве.

$$(5a-3b)^2 + (7a-5b)^2 = 25a^2 - 30ab + 9b^2 + 49a^2 - 70ab + 25b^2 =$$

$$= 74a^2 - 100ab + 34b^2$$

$$2001 + 2002 + \dots + 2026 = 2001 \cdot 26 + 25 \cdot 12 = 2001 \cdot 26 + 300$$

$$5a - 3$$

15 16 17 18 19 ... 40

$$200 - 45 = 155$$

$$280 - 75 = 205$$

$$7a - 5b - (5a - 3b) =$$

$$= 2a - 2b = 2(a - b)$$

$$a > b; b > a$$

$$b + x, b$$

$$\cancel{b + x} = 7b + 7x - 5b$$

$$= 2b + 7x$$

$$\Delta t_1 = \frac{3}{4} t_1$$

$$\Delta t_2 = \frac{2}{3} t_2$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{49 - x_2}{x_2}$$

$$40t_2 - t_2 x_1 = t_1 x_1$$

$$\cancel{t_2(40 - x_1)} = 20t_2 - 12$$

$$49t_2 = x_1(t_1 + t_2)$$

$$\cancel{49t_2} = x_1(20t_2 + 12)$$

$$49t_2 = x_1 \left(\frac{20t_2 + 12}{21} \right)$$

$$x_1 = \frac{20t_2 + 12}{21} \cdot \frac{49t_2 \cdot 21}{20t_2 + 12} = \frac{1029t_2}{20t_2 + 12}$$

$$28 \cdot 5 = 140 - 45 = 95$$

$$28 \cdot 7 = 196 - 80 = 116$$

$$80 - 45 = 35$$

$$112 - 75 = 37$$

$$90 - 51 = 39$$

$$41$$

$$\Delta t_2 = \frac{3}{5} t_2$$

$$\frac{7}{4} t_1 = \frac{5}{3} t_2 + 1$$

$$\frac{5}{3} t_2 = \frac{7}{4} t_1 + 1$$

$$20t_2 = 21t_1 + 12$$

$$t_2 = \frac{21t_1 + 12}{20}$$

$$t_2 = \left(\frac{5t_2 + 1}{3} \right) \cdot \frac{4}{7} =$$

$$= \frac{(5t_2 + 3) \cdot 4}{21} = \frac{20t_2 + 12}{21}$$

-целое

Лист в. Кисловик.

Задача в. Пусть 1 группа занималась работой t_1 ~~минут~~ ^{годов}, а вторая - t_2 . Пусть в 1 группе x людей. Тогда во 2-49-х.

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{49-x}{x} \quad \text{По условию} \quad \frac{7}{4} t_1 = \frac{5}{3} t_2 + 1$$

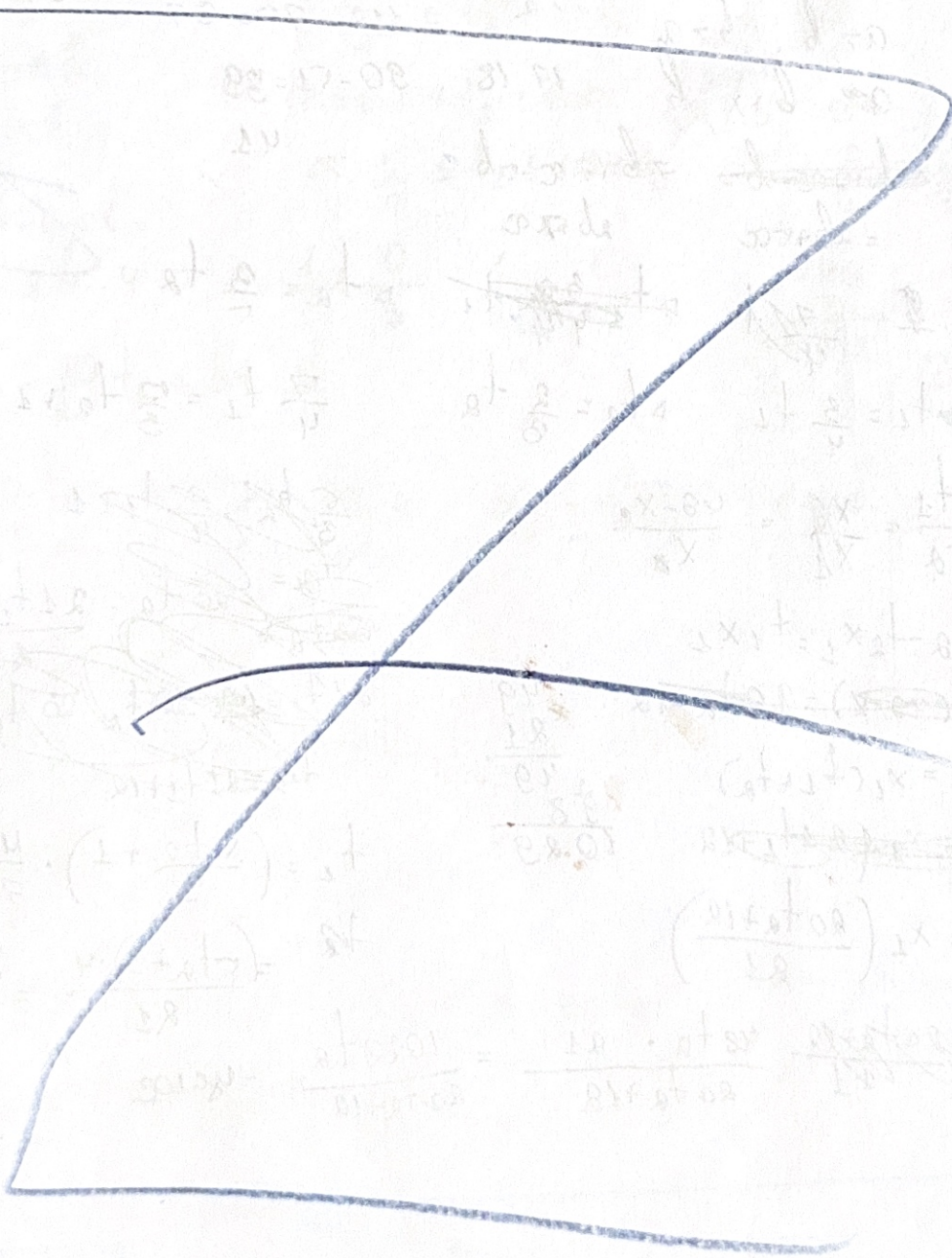
$$\frac{20t_2 + 12}{21t_2} = \frac{49-x}{x}$$

$$t_1 = \left(\frac{5}{3} t_2 + 1\right) \cdot \frac{4}{7}$$

$$t_1 = \left(\frac{5t_2 + 3}{3}\right) \cdot \frac{4}{7} = \frac{20t_2 + 12}{21}$$

$x = \frac{21t_2(49-x)}{20t_2 + 12}$ - целое. Знаки, 21 Знаки, 21 $t_2(49-x)$:

$$20t_2 + 12 \quad \cancel{12} \quad 1 \leq \frac{2}{3} t_2 \leq \frac{4}{3} \Rightarrow 1,5 \leq t_2 \leq 2.$$



Лист ч. Численн.
Варья ч.

[Faint handwritten notes and scribbles, including mathematical symbols like H, V, and numbers, are visible through the paper.]

Лиси Черновик.

$2a+5x = 36$

35 37 39 ... 85



15 16

$75-48 = 27$

$70+10=80$



$105-80=25$

15 18
35 37

$7 = 7H - 5H = 44$

$H U = HH$

$74 - 54 = 44$

$HH = 44$

27 25 $20 \equiv 1$ Черны +1, -2 +0.

$15 \equiv 3$



40 15

$20 \equiv 10 \equiv 2$

$20 \equiv 8 \equiv 2$

$11 \rightarrow 22$

13 →

$33 \rightarrow 22$

$10 \rightarrow 13$

$12 \rightarrow 31$



1 1 →

