+1 лист
+1 лист

0 653392 960003

65-33-92-96

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант Е-1

Место проведения МОСКВА
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ПВГ
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

СУДАНОВА НИКИТЫ СЕРГЕЕВИЧА
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«05» АПРЕЛЯ 2026 года

Подпись участника

65-33-92-96 (164,5)

ЧЕРНОВИК 1

$2^{\sin x}=a,\ 7^{\sin x}=b,\ a,b>0$

$a^2+b^2+1=ab+a+b$

$a^2-ab-ab+b^2+\cancel{ab}+1-a-b=0$

$(a-b)^2+ab+1-a-b$

$a^2+b^2-ab-a-b+1=0$

$a^2+(-b-1)a+b^2-b+1=0$

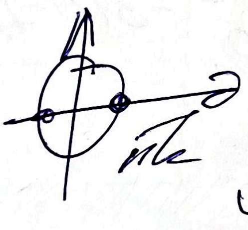
$D=(b+1)^2-4(b^2-b+1)=$

$=b^2+2b+1-4b^2+4b-4=$

$=-3b^2+6b-3=$

$=-3(b^2-2b+1)=$

$=-3(b-1)^2$



$b=1$

$a=\frac{b+1}{2}=1$

$\frac{2\pi}{3}$

$0,\ \pi \ldots\ldots 100\pi$

101.

$x^3+(23+10\sqrt{3})x=(10+\sqrt{3})x^2+23\sqrt{3}$

$\begin{cases} a+b+c=10+\sqrt{3} \\ ab+ac+bc=23+10\sqrt{3} \\ abc=23\sqrt{3} \end{cases}$

$-\frac{b}{a};\ \frac{c}{a};\ -\frac{d}{a}.$

$(a+1)(b+1)(c+1)=(ab+a+b+1)(c+1)=$

$=abc+ac+bc+c+ab+a+b+1=$

$=abc+(ab+bc+ac)+(a+b+c)+1$

$23\sqrt{3}+23+10\sqrt{3}+10+\sqrt{3}+1=34\sqrt{3}+34$

ЧИСТОВИК 1)

№1

$2^{2\sin x}+7^{2\sin x}+1=14^{\sin x}+2^{\sin x}+7^{\sin x}$

Пусть $2^{\sin x}=a$, $7^{\sin x}=b$; $a>0, b>0$

$a^2+b^2+1=ab+a+b$

$a^2+(-b-1)a+b^2-b+1=0$

Рассмотрим как квадратное уравнение относительно a.

$D=(-b-1)^2-4(b^2-b+1)=b^2+2b+1-4b^2+4b-4=$

$=-3b^2+6b-3=-3(b^2-2b+1)=-3(b-1)^2\leq 0$

Чтобы решения имелись, $D=0$.

$-3(b-1)^2=0$; $b=1$.

Найдём a: $a=\frac{b+1}{2}$. $a=1$.

$\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$; $\begin{cases} 2^{\sin x}=1 \\ 7^{\sin x}=1 \end{cases}$; $\sin x=0$; $x=\pi k$, $k\in Z$.

$\pi\approx 3{,}1415...$

$315>100\pi$; $-3{,}14>-\pi$; $315<101\pi$

Корни ~~в~~ на отрезке $[-3{,}14; 315]$:

$0; \pi, 2\pi, ..., 100\pi$.

Всего 101 ~~корня~~.

Ответ: 101.

65-33-92-96 (164.5)

ЧИСТОВИК 2

№2 (начало)

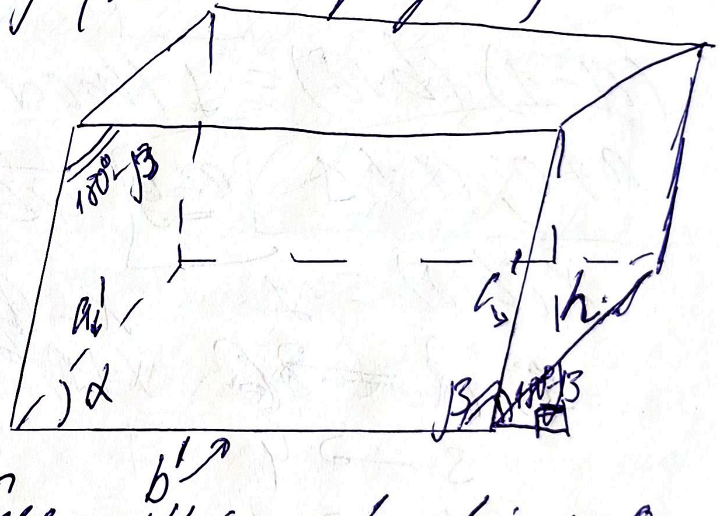
$$x^3+(23+10\sqrt{3})x=(10+\sqrt{3})x^2+23\sqrt{3}.$$

$$x^3-(10+\sqrt{3})x^2+(23+10\sqrt{3})x-23\sqrt{3}=0.$$

По теореме Виета:

$$\begin{cases} a+b+c=10+\sqrt{3} \\ ab+bc+ac=23+10\sqrt{3} \\ abc=23\sqrt{3}. \end{cases}$$

Рассмотрим произвольный параллелепипед со сторонами a', b', c' ~~(не являющимися)~~ и углами α и β (как на рисунке)



$V_{пар.}=S_{осн}\cdot h$; $S_{осн}=a'b'\sin\alpha$; $h=c'\sin(180^\circ-\beta)=$
$=c'\sin\beta.$

$V_{пар.}=a'b'c'\sin\alpha\sin\beta$

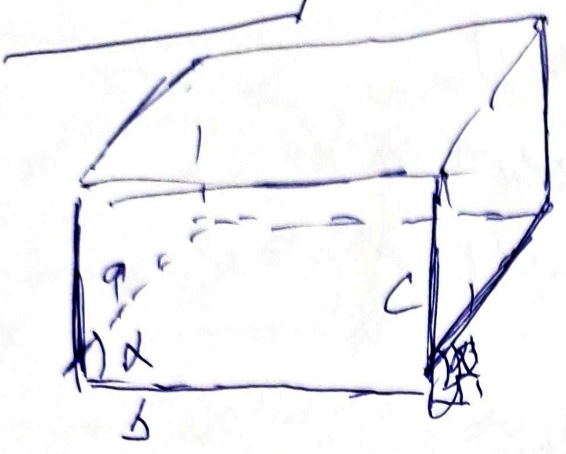
$V^{max}_{пар.}=a'b'c'$ ($\sin\alpha=1$, $\sin\beta=1$)

Пусть объем параллелепипеда из условия будет V

$$V\le(a+1)(b+1)(c+1)$$

$$V\le abc+(ab+bc+ac)+(a+b+c)+1$$

ЧЕРНОВИК 2



$V = S_{осн} \cdot h$

$h = c \sin\beta$

$S_{осн} = ab \sin\alpha$ (и/г)

$V = ab \underbrace{\sin\alpha}_{\le 1} c \underbrace{\sin\beta}_{\le 1}$

$V \le abc$

$7930 + a \equiv 10 + a \pmod{11}$

$a - 1$

$1009 + 100b \equiv 8 + b \pmod{11}$

$(a-1)(b+8) \equiv 1 \pmod{11}$

$a \ne 0;\ a \ne 1$ $\boxed{a \le 9}$ $\overline{ab}$ $a \ne 1$

$x(b+8) \equiv 1$

$x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

$x \ne 10$

$2 \to 6$

$3 \to 4$

$4 \to 3$

$5 \to 9$

$6 \to 2$

$7 \to 8$

$8 \to 7$

7930 : 11 = 720; 77; 23; 22; $\boxed{10}$

1009 : 11 = 91; 99; 19; 11; 8

1000 : 11 ... 1

$\boxed{6 \cdot 2 = 12}$

$6 \cdot 3 = 18$

$6 \cdot 4 = 24$

$6 \cdot 6 = 36$

$6 \cdot 7 = 42$

$6 \cdot 8 = 48$

$6 \cdot 9 = 54$

$6 \cdot 10 = 60$

$2 \to 6$

$2 \cdot 6 = 12$

$3 \cdot 4 = 12$

$5 \cdot 6 = 30$

$5 \cdot 7 = 35$

$5 \cdot 8 = 40$

$\boxed{5 \cdot 9 = 45}$

$5 \cdot 10 = 50$

$5 \cdot 11 = 55$

$5 \cdot 2 = 10$

$5 \cdot 3 = 15$

$5 \cdot 4 = 20$

39

2: $a = 3$. $(b+8) \equiv 6 \pmod{11}$ 6

$\boxed{b = 9.}$

$a = 4$ → $(b+8) \equiv 4 \pmod{11}$

47.

$(b+8) \equiv 9 \pmod{11}$

$7 \cdot 5 =$

$7 \cdot 6 = 42$

$7 \cdot 7 = 49$

$7 \cdot 8 = 56$

$\boxed{81}$

65-33-92-96 (164.5)

ЧИСТОВИК 3

№2 (прод.)

Подставим то, что получили в т. Виета

$V \le 23\sqrt{3} + (23+10\sqrt{3}) + (10+\sqrt{3}) + 1$

$V \le 34\sqrt{3} + 34$.

Ответ: $(0; 34\sqrt{3}+34]$.

№4. (начало)

$\overline{793a} = 7930 + a$

$\overline{1b09} = 1009 + 100b$.

$7930 + a \equiv a + 10 \equiv a - 1 \pmod{11}$

$1009 + 100b \equiv b + 8 \pmod{11}$

$(a-1)(b+8) \equiv 1 \pmod{11}$

$a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, 1 \le a \le 9$ ($a \ne 0$, т.к. число $\overline{ab}$ не может начинаться с 0)

$0 \le b \le 9$.

$a \ne 1$, т.к. $a - 1 = 0$, $0 \cdot (b+8) \not\equiv 1 \pmod{11}$

Пусть $a - 1 = x$. $x \in \mathbb{Z}$; $1 \le x \le 8$

$x(b+8) \equiv 1 \pmod{11}$

Найдём обратные по модулю 11 числа для каждого значения x.

$x = 1 \to 1$ $(1 \cdot 1 = 1)$

$x = 2 \to 6$ $(2 \cdot 6 = 12)$

$x = 3 \to 4$ $(3 \cdot 4 = 12)$

$x = 4 \to 3$ $(4 \cdot 3 = 12)$

$x = 5 \to 9$ $(5 \cdot 9 = 45)$

$x = 6 \to 2$ $(6 \cdot 2 = 12)$

$x = 7 \to 8$ $(7 \cdot 8 = 56)$

$x = 8 \to 7$ $(8 \cdot 7 = 56)$

чистовик 4

№4 (прод.)

Разберём отдельно каждый случай

① $x=1$; $a=2$;
$(b+8)\equiv 1 \pmod{11}$
$b=4$ 24 – составное

② $x=2$; $a=3$
$(b+8)\equiv 6 \pmod{11}$
$b=9$ 39 – составное

③ $x=3$; $a=4$
$(b+8)\equiv 4 \pmod{11}$
$b=7$ 47 – простое

④ $x=4$; $a=5$
$(b+8)\equiv 3 \pmod{11}$
$b=6$ 56 – составное

⑤ $x=5$; $a=6$
$(b+8)\equiv 9 \pmod{11}$
$b=1$ 61 – простое

⑥ $x=6$; $a=7$
$(b+8)\equiv 2 \pmod{11}$
$b=5$ 75 – составное

⑦ $x=7$; $a=8$
$(b+8)\equiv 8 \pmod{11}$
$b=0$ 80 – составное

⑧ $x=8$; $a=9$
$(b+8)\equiv 7 \pmod{11}$
таких b нет ($b\in\mathbb{Z}$; $0\le b\le 9$)

Ответ: 47; 61.

65-33-92-96 (16/2)

Чистовик 11

За 3 раунда: №5 (продолжение)

$P(\text{Вася выиграл}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} =$

$= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{12} + \left(\frac{1}{12}\right)^2\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{157}{144} = \frac{157}{288}.$

$\cancel{\frac{157}{288} = \frac{942}{}}$

$\frac{157}{288} > \frac{785}{1728}$

$\left(\frac{157}{288} = \frac{942}{1728}\right)$

~~У Васи~~ У Васи вероятность выиграть больше

Ответ: а) $\frac{5}{12}$; б) $\frac{1}{1728}$; в) у Васи; $\frac{157}{288}$.

65-33-92-96 (1645)

ЧЕРНОВИК 5

Васи: $12 \cdot 6 \cdot 6 = 12 \cdot 36 = 432$

Петя $\geq$ Вася+1

$\leq$ Васи:

$\leq 2 - 1$
$\leq 3 - 3$
$\leq 4 - 6$
$\leq 5 - 10$
$\leq 6 - 15$
$\leq 7 - 21$
$\leq 8 - 26$
$\leq 9 - 30$
$\leq 10 - 33$
$\leq 11 - 35$
$\leq 12 - 36$.

10

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 12 \\ \hline 72 \\ +36 \\ \hline 432 \end{array}$$

12
21

22
31

12 Петя $\geq$ Вася +1 13

$432 : 12 = 36$

14
41
23
32

$5 \cdot 36 = 180$

33
24
42
15
51

12
21

43
34
25
52
16
61

$10 + 25 + 65 + 47 + 33 =$

$= 80 + 90 + 10 = 180$

35 $\frac{180}{432} = \boxed{\frac{5}{12}}$

45
54
36
63

44
62
53
26
35

$\frac{90}{216} = \frac{45}{108} = \frac{5}{12}$

55
64
46

56
65

ЧИСТОВИК 9

№5.

а) Всего исходов бросков: $6 \cdot 6 \cdot 12 = 432$

Петя выигрывает, когда:

$\underbrace{\text{его число}} \geq \underbrace{\text{сумма чисел Васи}} + 1$

Посчитаем количество способов набрать $\leq \ldots$ у Васи:

$\leq 2 - 1$
$\leq 3 - 3$
$\leq 4 - 6$
$\leq 5 - 10$
$\leq 6 - 15$
$\leq 7 - 21$
$\leq 8 - 26$
$\leq 9 - 30$
$\leq 10 - 33$
$\leq 11 - 35$
$\leq 12 - 36$

Вася при условии победы Пети не мог набрать 12 очков.

Просуммируем кол-во способов набрать до 11 очков Васей включительно

$1+3+6+10+15+21+26+33+35=180$

ЧИСТОВИК 10

Итого: в 180 исходах (№5 (прод.)) из 432 Вася проиграет в первый ход

~~[illegible]~~

$P\left(\begin{matrix}\text{победа } \cancel{\text{Ва}}\text{Пети} \\ \text{за 1 раунд}\end{matrix}\right) = \frac{180}{432} = \frac{5}{12}$.

б) Пусть Вася выкинул некоторое количество очков. Тогда Петя выкинет то же число с вероятностью $\frac{1}{12}$.

Победитель за 3 раунда не выявлен

⇕

3 ничьи

$P(\text{3 ничьи}) = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{1728}$.

в). ~~P(...)~~ За 1 раунд:

$P(\text{победа Пети}) = \frac{5}{12}$.

$P(\text{ничья}) = \cancel{\frac{1}{12}}\ \frac{1}{12}$

$P(\text{победа Васи}) = 1 - \frac{1}{12} - \frac{5}{12} = \frac{1}{2}$.

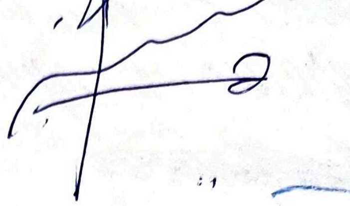
За 3 раунда:

$P(\text{Петя выиграл}) = \frac{5}{12} + \frac{1}{12} \cdot \frac{5}{12} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{5}{12} =$

$\cancel{= \frac{5}{12}\left(1 + \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{12}\right)}$

$= \frac{5}{12} \cdot \left(1 + \frac{1}{12} + \left(\frac{1}{12}\right)^2\right) = \frac{785}{1728}$.

ЧЕРНОВИК 6



$$\left(\frac{1}{12}\right)^5 =$$

$P_n(x) =$ Равн(x)

Lim

$$\begin{array}{r} 144 \\ \times\ 12 \\ \hline 288 \\ +\ 144 \\ \hline 1728 \end{array}$$

$$1728 : 144 = 12$$

Равн(x)

$$1 + \frac{1}{12} + \frac{1}{144} = \frac{144 + 12 + 1}{144}$$

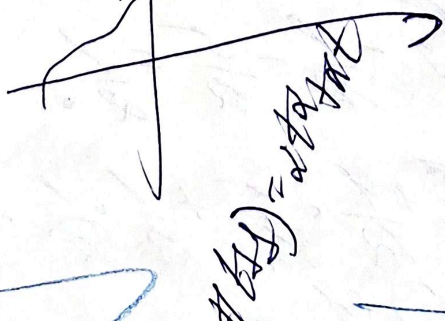
$$\begin{array}{r} 288 \\ \times\ 6 \\ \hline 1728 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 157 \\ \times\ 6 \\ \hline 942 \end{array}$$

$$= \frac{157}{144} \cdot \frac{5}{12} = \frac{785}{1728}$$

$$\begin{array}{r} 157 \\ \times\ 5 \\ \hline 785 \end{array}$$

144 + 12 + 1



$8 \cdot 8 = 64$

$8 \cdot 9 = 72$

$8 \cdot 10 = 80$

ЧЕРНОВИК 3

вот !

1 — 0 1

11+6=17

1 · 1

24

$8\cdot3=24$

$8\cdot2=16$

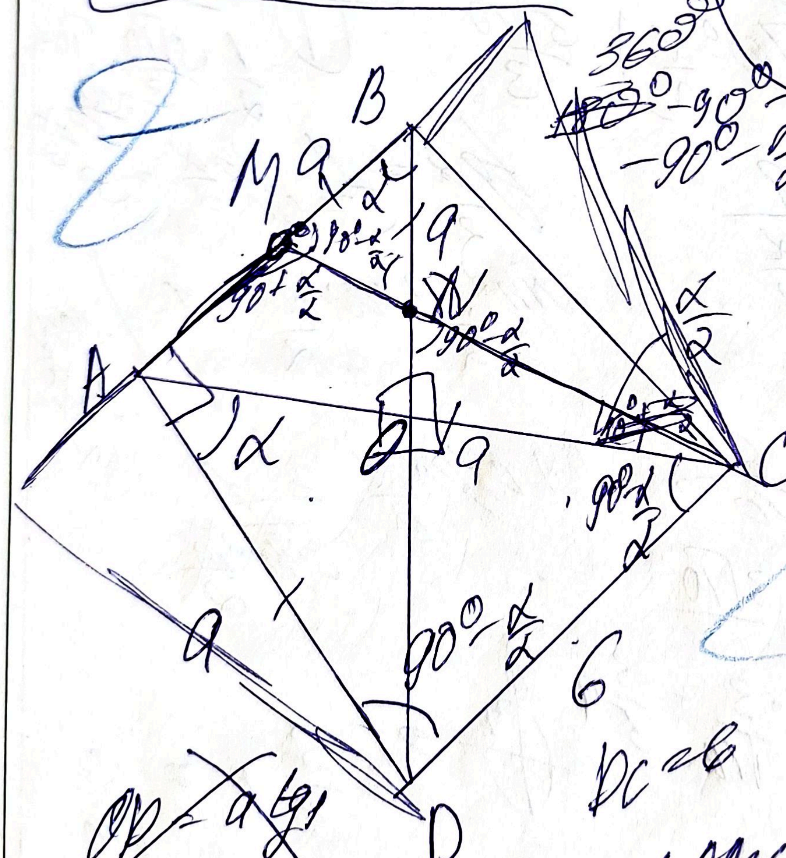
$8\cdot4=32$

$8\cdot5=40$

$8\cdot6=48$

$8\cdot7=56$

$\boxed{S_{ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD}$



360°

~~180°~~ − 90°

$-90^\circ-\frac{\alpha}{2}-\frac{\alpha}{2}$

$11+7=18$

$AC=a=AD=$

$BM=BN$

$S_{ABCD}-?$

$\frac{180^\circ-\alpha}{2}=90^\circ-\frac{\alpha}{2}$

$180^\circ-(90^\circ-\frac{\alpha}{2})=$

$90^\circ-90^\circ+\frac{\alpha}{2}=\frac{\alpha}{2}$

$DC=b$

~~$OD=a\,tg$~~

$\triangle AMC:$

$\frac{a}{\sin(90^\circ+\frac{\alpha}{2})}=\frac{AM}{\sin\frac{\alpha}{2}}$

$AB=a\,ctg\,\alpha$

$a\cdot ctg\,\alpha=$

$=a\cdot\frac{b}{a}=b$

$AB=a\,tg\frac{\alpha}{2}+a$

$\frac{a}{\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{AM}{\sin\frac{\alpha}{2}}$

$AM=\frac{a\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}=tg\frac{\alpha}{2}$

можем найти ф-ции.

ЧЕРНОВИК 4

$\frac{180-\alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

$180^\circ - \alpha - (90^\circ - \frac{\alpha}{2}) = 180^\circ - 180^\circ + \boxed{\alpha} = \alpha$

$BD \cdot \sin\alpha = a$

$tg\,2x = \frac{2tgx}{1-tg^2x}$

$BD \cdot \frac{3}{5} = \sqrt{10}$

$\frac{6}{\sin\alpha} = \frac{a}{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}$ $\frac{5\sqrt{10}}{3}$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{5\sqrt{10}}{3} \cdot \sqrt{10} = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$

$\frac{6}{\sin\alpha} = \frac{a}{\cos\frac{\alpha}{2}}$

$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}$ $ctg\frac{\alpha}{2} = 3$

$\sin^2\frac{\alpha}{2} + \cos^2\frac{\alpha}{2} = 1$ $| : \sin^2\frac{\alpha}{2}$

$\frac{3}{5}a = \frac{6}{\sqrt{10}}$ $1 + ctg^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sin^2\frac{\alpha}{2}}$

$\frac{6 \cdot 5}{3} = 10$ $\frac{3\sqrt{10}}{}$

$\frac{6 \cdot 3}{\sqrt{10}} = \frac{3}{5}a$

$\frac{6}{\sqrt{10}}$

$\frac{3}{5}a = \frac{6}{\sqrt{10}}$

$\frac{a}{\cancel{3}}$ $\cancel{3\sqrt{10}}$ $\frac{\sqrt{10}}{3}a$

$\frac{30}{\sqrt{10}} = a$

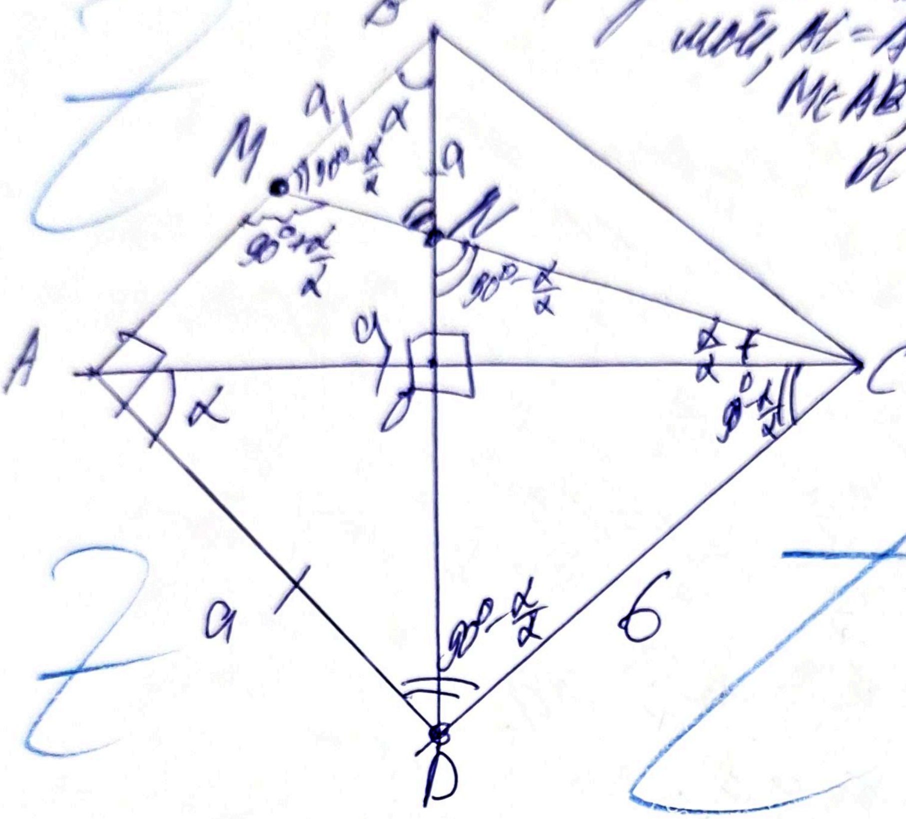
$a = \frac{3 \cdot 10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$

$3\sqrt{10} = a$

$a = \frac{3\sqrt{10}}{30} = \frac{1}{\sqrt{10}}$

Чистовик 5 | №3 (~~начало~~ начало)

Дано: выпуклый четырёхугольник $ABCD$, $\angle A$ — прямой, $AC = AD$; $AC \perp BD$; $M \in AB$; $CM \cap BD = N$; $DC = 6$; $BM = BN = AD$.



Найти: S_{ABCD}.

Решение:

1) Пусть $AC \cap BD = O$.
Пусть $\angle MBN = \alpha$, $BM = a$, тогда $BN = a$; $AD = a$; $AC = a$

2) $\triangle MBN$ — равнобедренный, MN — основание, сумма углов тр.-ка 180°, отсюда $\angle BMN = \angle BNM$

$\angle BNM = \angle BMN = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$.

3) $\angle MNB = \angle ONC$ как вертикальные
$\angle ONC = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

В п/у $\triangle ONC$ ($\angle NOC = 90^\circ$): $\angle OCN = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - \frac{\alpha}{2}) = \frac{\alpha}{2}$

$\angle BMN + \angle AMN = 180^\circ$ (смежные)

$\angle AMN = 180^\circ - (90^\circ - \frac{\alpha}{2}) = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$.

ЧИСТОВИК 6

4) В п/у $\triangle ABD$ ($\angle A = 90^\circ$) (№3 (прод.)):

$AB = AD \cdot \cancel{5}\, ctg \angle ABD$

$AB = a \cdot ctg\alpha$

5) ~~По~~ По теореме синусов в $\triangle AMC$:

$\frac{AM}{\sin\angle MCA} = \frac{AC}{\sin\angle AMC}$; $\frac{AM}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{a}{\sin(90^\circ + \frac{\alpha}{2})}$

$\sin(90^\circ + \frac{\alpha}{2}) = \cos\frac{\alpha}{2}$.

$AM = \frac{a \sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = a\,tg\frac{\alpha}{2}$

$AB = AM + MB = a\,tg\frac{\alpha}{2} + a$.

6) Из п.5 и п.4:

$AB = a\,ctg\alpha = a\,tg\frac{\alpha}{2} + a$

$ctg\alpha = tg\frac{\alpha}{2} + 1$.

$\frac{1}{tg\alpha} = tg\frac{\alpha}{2} + 1$. ($\alpha < 90^\circ$ т.к. находится в п/у $\triangle AOB$ ($\angle AOB = 90^\circ$))

Пусть $tg\frac{\alpha}{2} = t$

$\frac{1}{\frac{2t}{1-t^2}} = t+1$; $\frac{1-t^2}{2t} = t+1$.

$2t^2 + 2t = 1 - t^2$

$3t^2 + 2t - 1 = 0$

$D = 4 + 12 = 16$

$\left[\begin{array}{l} t = \frac{-2+4}{6} \\ t = \frac{-2-4}{6} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} t = \frac{1}{3} \\ t = -1 \end{array}\right.$ ~~$\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$~~ $\alpha < 90^\circ$. $t = \frac{1}{3}$.

$\boxed{tg\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{3}.}$ №3 (прод.) (Чистовик 7

7) $\triangle ACD$ – равнобедренный, CD – основание
$\angle ACD=\angle ADC$.

Сумма углов четырёхугольника $360°$.
В $AMCD$:
$\angle DAM+\angle AMC+\angle MCD+\angle CDA=360°$
$\angle MCD=\angle MCA+\angle ACD$
$\angle DAM+\angle AMC+\angle MCA+\angle ACD+\angle CDA=360°$

$$\angle ACD=\angle ADC=\frac{360°-90°-\left(90°+\frac{\alpha}{2}\right)-\frac{\alpha}{2}}{2}=$$

$$=\frac{180°-2\cdot\frac{\alpha}{2}}{2}=90°-\frac{\alpha}{2}.$$

8) $\angle DAC=180°-\angle ADC-\angle ACD$
$\angle DAC=180°-2\cdot\left(90°-\frac{\alpha}{2}\right)=\alpha.$

По т. синусов в $\triangle ACD$:

$$\frac{CD}{\sin\angle DAC}=\frac{AD}{\sin\angle ACD}$$

$$\frac{6}{\sin\alpha}=\frac{a}{\sin\left(90°-\frac{\alpha}{2}\right)}\qquad \sin\left(90°-\frac{\alpha}{2}\right)=\cos\frac{\alpha}{2}.$$

$$\frac{6}{\sin\alpha}=\frac{a}{\cos\frac{\alpha}{2}}\quad(1)$$

9) $$\frac{1}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}=1+tg^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{1+\frac{1}{9}}=\frac{9}{10}.$$

№3 (прод.)

ЧИСТОВИК 8

$\frac{\alpha}{2} < 90^\circ$.

$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$. $\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{1-\cos^2\frac{\alpha}{2}}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{1-\frac{9}{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

$\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$

$\sin\alpha = 2\cdot\frac{3}{\sqrt{10}}\cdot\frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

Вернёмся к (1):

$\frac{6}{\frac{3}{5}} = \frac{a}{\frac{3}{\sqrt{10}}}$; $\cancel{10 = \sqrt{10}\,a}$; $\cancel{a = \sqrt{10}}$.

$\frac{18}{\sqrt{10}} = \frac{3}{5}a$; $\frac{a}{5} = \frac{6}{\sqrt{10}}$;

$a = 3\sqrt{10} = AC$

~~10) В п/у $\triangle ABD$:~~

~~$AD = BD\cdot\sin\angle ABD$~~

~~$\cancel{AD =} a = BD\cdot\frac{3}{5}$~~

~~$BD = \frac{5}{3}a = \frac{5\sqrt{10}}{3}$.~~

~~$AC = a = \sqrt{10}$.~~

~~$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC\cdot BD$ ($AC \perp BD$)~~

~~$S_{ABCD} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{10}\cdot\frac{5\cdot\sqrt{10}}{3} = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$.~~

~~Ответ: $\frac{25}{3}$.~~

10) В п/у $\triangle ABD$:

$AD = BD\cdot\sin\angle ABD$

$a = BD\cdot\sin\alpha$

$3\sqrt{10} = BD\cdot\frac{3}{5}$

$BD = 5\sqrt{10}$.

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC\cdot BD$ ($AC \perp BD$)

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}\cdot 3\sqrt{10}\cdot 5\sqrt{10} = 75$.

Ответ: 75.