



92-66-47-71
(160.1)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Москва
город

Земля

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ПВГ
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Калачевой Камиллы Кирилловны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«05» апреля 2026 года

Подпись участника

[Handwritten signature]

92-66-47-71

(160.1)

Четвертое

$$1 - (2 - (3 - (4 - (5 - (6 - (7 - \dots - (2024 - (2025 - (2026 - x))))))))$$

$$= 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7$$

~~$$+ 8 - 9$$~~

$$1 - (2 - (3 - (4 - (5 - (6 - (7 - x)))))) = 7$$

~~$$+ 8$$~~

$$5 - 6 + 7 - x$$

$$4 - 5 + 6 - 7 + x$$

$$3 - 4 + 5 - 6 + 7 - x$$

$$2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + x$$

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - x = 7$$

$$\underbrace{1}_{1} - \underbrace{2}_{1} + \underbrace{3}_{1} - \underbrace{4}_{1} + \dots$$

$$4 - x = 7$$

$$4 - 7 = x$$

$$x = (-3)$$

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - \dots - 2024 + 2025 - 2026 + x = 2026$$

Вот оно нар которое равно 1

$$1013$$

$$1013 - 2026 + x = 2026$$

$$+ x - 1013 = 2026$$

$$x = 3039$$

$$n(n+4001)$$

n	$n+4001$	$n(n+4001)$	4001	n^2
0	2	0	2	0
1	4002	4002		1
2	4003	8006		4

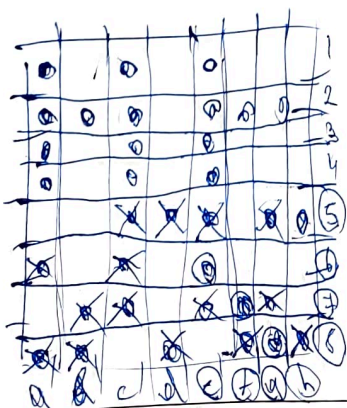
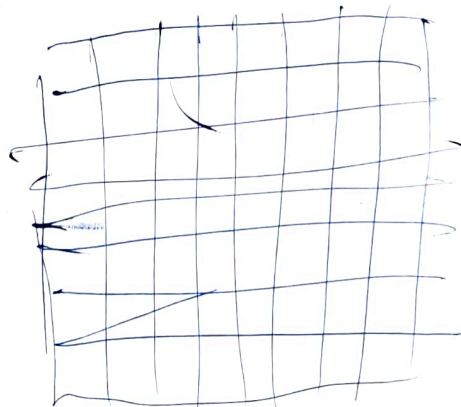
либо $n:3$ либо $n+4001:3$

Число

n	$n+4001$	$n(n+4001)$	n^2
0	1	0	0
1	2	2	1
2	3	2	0
3	0	0	1

n	$n+4001$	$n(n+4001)$	n^2
0	1	0	0
1	2	2	1
2	3	1	4
3	4	2	4
4	0	0	1

$n-2$
 $n+4001-n4$
 $n(n+4001)$ - квадрат
 $n(n+4001)$



2011/3/

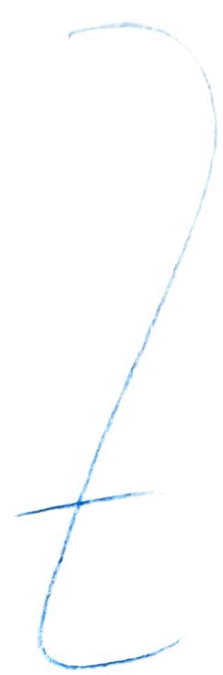
92-66-47-71
(160.1)

Черновик

o	x	o	x	o	x	x
x	x	o	x	x	x	x
o	x	o	x	o	x	x
o	x	o	x	o	x	x
x	x	x	x	x	x	o
o	x	o	x	o	x	x
x	x	x	x	o	x	x
x	x	o	x	x	x	x

	a	b	c	d	e	f	g	h	
1									1
2									2
3									3
4									4
5									5
6									6
7									7
8									8

√2



⇒ меза



14.15 мм

$$\frac{1}{4} \cdot \sqrt{1} = \frac{1}{4} \sqrt{2}$$

$$\frac{5}{4} \cdot \sqrt{n} = \frac{1}{4} \sqrt{8}$$

$$5\sqrt{n} = \sqrt{8}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \sqrt{n} = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{8} : 5 = \frac{3}{20} \cdot \sqrt{8}$$

$$\frac{3}{20} = 9.51$$

Черновик

~~5a - 3b~~

~~7a - 5b - 5a + 3b~~

~~2a - 2b~~

~~2(a - b) = 2~~

~~min(a - b) = 1~~

~~a → y
y - a = y
a - a = 0~~

~~a → ny
n - ny
n - ny = ny
n - ny = ny
ny ny
ny - ny = y
ny - ny = y~~

~~2 3 4 5 6 7 8 9~~

~~ny: 2 = 22 12 3 4 5 6 7 8 9~~

~~22 =~~

~~1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25~~

~~2 + 4 + 6 + 8 = 20~~

~~4! · 4! = 24² = 576~~

1 → 2 a = e

10 - 3 = 7 b = m

11 - 5 = 6 a + b = aA

5 - 3 = 2 2a - 8b =

= 11e - 8m - m =

10 - = 11e + 3e + 8A - m =

= 3e - m + 8A

y

- 2a
+ 2

ny

- 1

- 1

~~min n min n + 4001 : 4 + 2~~

+ 2

- 2

(a+1)(a+1)

~~a² + 2a + 1 - n² - 4001n = 0~~

4 ± 48 минут

~~(a-n)(a+n) = 4001n - 2a - 1~~

√5

~~17 280 | 60
- 120
520
- 480
480
- 480
0~~

~~288 | 60
- 240
48
48~~

~~13 79~~

~~24 68~~

a, a₂, a₃, a₄, a₅, a₆, a₇, a₈

~~24
x 24
480
56
576~~

~~x 576
30
17 280~~

92-66-47-71
(16С.1)

нч "сробики"

$$n(n+4001) = n^2 + 4001n$$

$$n(n+4001) = a^2 \Rightarrow a - n = 4$$

$$a^2 - n^2 = (a-n)(a+n)$$



$$n^2 + 4001n - n^2 =$$

$$4001n = (a-n)(a+n)$$

$$4001n = (4-n)(4+n)$$

$$n \cdot n = 4001 \cdot n$$

~~4001~~

$$n \cdot n = 4 \cdot 4$$

$$4001 \cdot n = a^2 - n^2$$

n	n ²
0	0
1	1
2	1

$$4001 \cdot n$$

$$0 = 0 - 0$$

$$0 = 0 - 0 \neq$$

$$1 =$$

$$2a - 2b$$

$$11a - 9b \leftarrow a+b$$

$$+2a - 9b \leftarrow :4$$

$$11a - 9b$$

11a	9b	11a - 9b
0	0	0
2	1	2
1	2	1

либо $2n+k:4001$ либо $k:4001$

$$2n+k:4001$$

$$k:4001$$

$$n^2 + 2nk + k^2 = (n+k)^2$$

$$n(n+4001) > n^2 \Rightarrow$$

$$n(n+4001) = (n+k)^2$$

$$(n+k)^2 - n^2$$

$$4001n = 2nk + k^2$$

$$(4001 - 2k)n = k^2$$

$$4001n = (2n+k)k$$

$n \equiv k$
 $7 \cdot n = n + 4001$
 т.к.
 $n(n+4001) = k^2$

Числовая
л1

$$1 - (2 - (3 - (4 - \dots - (2024 - (2025 - (2026 - x)) = 2026$$

Раскроем скобки. Тогда будет так.

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 \dots - 2024 + 2025 - 2026 + x = 2026$$

Разобьем все на пары

1-2; 3-4; 5-6 и т.д., где каждая пара равна -1

Тогда:

$$x - (1 \cdot \frac{2026}{2}) = 2026$$

$$x = 2026 + 1013$$

$$x = 3039$$

Ответ: 3039

л2

v_1 - скорость пешехода

v_2 - скорость велосипедиста

с 9.15 до 10.30 - 1 час $t_{пешк} = \frac{5}{4}$ часа

с 10.15 до 10.30 - $\frac{1}{4}$ часа

$$\text{Тогда } v_1 \cdot \frac{5}{4} = v_2 \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow v_2 = 5v_1, \text{ т.е.}$$

велосипедист быстрее в 5 раз. Тогда если он догонит пешехода в 10.00, то пешеход

пройдет $10.00 - 9.15 = \frac{3}{4}$ часа = 45 мин, а

велосипедист в 5 раз меньше т.е. $\frac{45}{5}$ т.е. 9 мин

10.00 - 9 мин = 09.51 минута - надо было выехать.

Ответ: 09.51

№3 Условие

	a	b	c	d	e	f	g	h
1	○		○		○			
2	○	○	○		○	○	○	
3	○		○		○			
4	○		○		○			
5			○	○	○		○	○
6	○		○		○			
7		○	○		○	○	○	
8	○	○		○		○	○	○

Заметим, что
 1. Если в строке заняты
 2. Если в строке заняты
 3. Если в строке заняты
 4. Если в строке заняты
 5. Если в строке заняты
 6. Если в строке заняты
 7. Если в строке заняты
 8. Если в строке заняты

Заметим, что в конце в каждой строке должно быть по 1 фишке, не больше и не меньше.
 Назовём строку или столбец занятым, если там есть хотя бы одна фишка.
 Будет занят(а). Рассмотрим строку d и h. Заметим, что если фишка в 5 займёт строку d и строку 5, то строку h и строку f займёт h f т.к. h и f не может занять строку 5. Аналогично для h 5 и f d f. Выбрав известно что эти точки точно займёт f и 5 строки и h и d столбцы. Далее рассмотрим столбцы b и f и фишки в них. Фишки в b и f занять никто не может т.к. их строка уже занята. Тогда в столбце f в фишки могут быть взяты, либо в 7 f2 и в том и в другом случае занят строки f и 1.
 Рассмотрим столбец g. Его не может занять ни одна фишка i. k. g2, g7, g8, g5 находится в строках 2, 7, 5, 8 => либо будет 2 фишка в строке, либо 0 фишек => не может

Ответ: - 1

25 Числовик

Рассмотрим какие комбинации

цифры: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Найдём цифру, которой не будет (какой-то не будет ч.к. 4 ч.к. и 4 н.к. \Rightarrow не будет 1!)
 Т.к. суммы равны и и не равны

выпадают во всех ни все ч и найдём
 сумму н.к.

$$25 - 20 = 5 \Rightarrow \text{минимум } 5.$$

Тогда все: на н.к. местах 1, 3, 7, 9
 на ч.к. местах 2, 4, 6, 8

Вариантов на ч.к. местах $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

на н.к. местах $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

всего: $4! \cdot 4!$

$$4! \cdot 4! \cdot 30 = 24^2 \cdot 30 - \text{секунд}$$

$$\frac{24^2 \cdot 30}{60} - \text{минут} = 24 \cdot 12 \text{ минут} =$$

$$= \frac{24 \cdot 12}{60} \text{ часов} = 4 \frac{4}{5} \text{ часа} = 4 \text{ ч } 48 \text{ минут}$$

Всего: 4 часа 48 минут

н.к. - нечётное

ч.к. - чётное

Уравнение

$$n(n+4001) = n^2 = 2n(n+4001) \quad (n+4001)$$

$$n = 4001n - 2nk + k^2$$

$$\begin{array}{r} 5026 \\ - 40 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ - 26 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$2001 - 14 = 1986$$

$$11a - 9b = 2a$$

$$2a$$

$$4001n = n^2 + k^2$$

$$4001n = (2n+k)k$$

$$\cancel{2n+k} : 4001$$

$$4001 = \frac{2nk + k^2}{n}$$

$$4001 = 2k + \frac{k^2}{n}$$

$$4001 = 2k \left(2 + \frac{k}{n} \right)$$

Если $\frac{k}{n}$ - простое, то k не $\vdash n$, но $k^2 \vdash n \Rightarrow (3999 + k - x) \cdot x$

$$\frac{4001n}{kn} = \frac{2nk + k^2}{nk}$$

$$\frac{4001}{k} = \frac{2n+k}{n}$$

если $4001 \vdash k$, то $\frac{k}{n}$ - простое, тогда

$$4001 = k \left(2 + \frac{k}{n} \right)$$

Тогда k либо 1 либо простое число, но не 4001

$$\frac{4001}{k} = 2 + \frac{1}{n}, \text{ тогда } n \text{ - простое, целое не может}$$

Быть $\Rightarrow 4001$ не $\vdash k$ и k не $\vdash 4001$

$$\frac{4001n - k^2}{kn} = 2$$

$$4001n = (2n+k)k \text{ и } k \text{ не } \vdash 4001 \Rightarrow$$

$$2n+k \vdash 4001$$

$$\frac{2n+k}{4001} = x$$

$$n = \frac{(2n+k)k}{4001}$$

$$\cancel{4001}n = k \left(2 + \frac{k}{n} \right)$$

$$2n + 2k + k = x \cdot \frac{k(2n+k)}{4001}$$

еще кол-во раз больше k

Черновик

n

$$\left(1 - \frac{1}{x} n\right)^2 = 4001 + \dots + n$$

$$n^2 \cdot \frac{(x+1)^2}{x^2} = 4001 + \dots + n$$

$$\frac{(x+1)^2 x^2}{x^2} n = 4001 + \dots + n$$

1988



$$-a - b + 5a + 7a - 3b - 5b$$

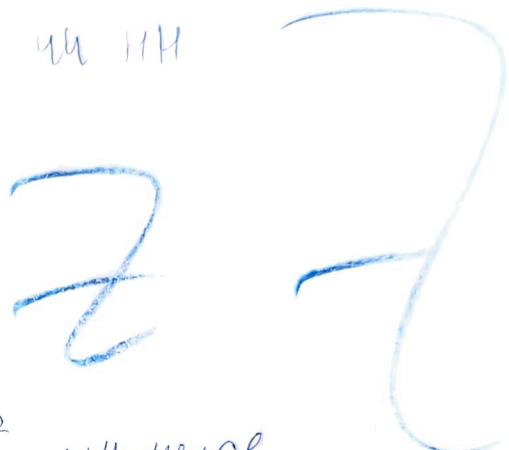
$$= 9a + 11a$$

$$\frac{x^2 + 2x + 1 - x^2}{x^2} n = 4001$$

или или

$$\frac{2x+1}{x^2} n = 4001$$

$$2xh + n = 4001 \times 2$$



4n

$$4001n = 2nk + k^2$$

$$4001 = 2k + \frac{k^2}{n}$$

$$4001 - \frac{k^2}{n} = 2k \Rightarrow \frac{k^2}{n} - \text{или, иначе}$$

$$4001k < \frac{n}{k}$$

$$4001 - 2k = \frac{k^2}{n}$$

$$a - n = 4001k$$

$$a + n = \frac{n}{k}$$

$$4001n - 2kn = k^2$$

$$a = \frac{n}{k} - n \Rightarrow a \rightarrow \dots \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{нелу}$$

$$5a - 3b \quad 7a - 5b$$

$$4001n =$$

$$n^2 + 4001n = a^2$$

$$4001n = (a-n)(a+n)$$

$$a-n; 4001 \text{ или } a+n; 4001$$

$$a-n; 4001, \text{ so } a-n = 4001k$$

$$4001n = 4001k(4001k + 2n)$$

$$4001n = (a-n)(a+n) = 4001k \cdot \frac{n}{k}$$

$$4001k > \frac{n}{k}, \text{ so}$$

$$a-n = \frac{n}{k}$$

$$a = \frac{n}{k} + n = \frac{1+k}{k}n$$

$$a+n = 2\frac{1+k}{k}n = 4001k$$

$$\frac{n}{k} = 2\frac{1+k}{k}n \cdot \frac{k}{k}$$

$$= \frac{(2k+1)n^2}{k^2} \quad 4001k(a+n)$$



Рассмотрим $n(n+4001)$ по модулю 3 и 4

Заметим, что $n(n+4001) \equiv 2 \pmod{4}$

n	$n+4001$	$n(n+4001)$	$a^2 \pmod{4}$
0	2	0	0
1	2	2	1
2	1	2	1

$2 \Rightarrow n \text{ или } n+4001 \equiv 2$

Заметим, что $n(n+4001)$

a	a^2	n	$n+4001$	$n(n+4001)$
0	0	0	1	0
1	1	1	2	2
2	0	2	3	2
3	1	3	0	0

\Rightarrow или n или $n(n+4001) \equiv 4$

a	a^2	n	$n+4001$	$n(n+4001)$
0	0	0	1	0
1	1	1	2	2
2	4	2	3	1
3	4	3	4	2
4	1	4	0	0

либо n , либо $n+4001$, либо $2n+4001 \equiv 5$

Тогда $n(n+4001) \equiv 3$ и $4 \Rightarrow 7 \pmod{12}$

Заметим $n(n+4001)$ имеет вид $(n+k)^2$ (т.е. -

$n(n+4001) > n^2$ и $n(n+4001) < (n+k)^2$)

$$n(n+4001) = (n+k)^2$$

$$n^2 + 4001n = n^2 + 2nk + k^2$$

$$4001n = 2nk + k^2 = k(2n+k)$$

Тогда или $k \equiv 4001$ или $2n+k \equiv 4001$

(2n) √4 квадрат

k: 4001, тогда

~~$n(n+4001) \equiv_{4001} h^2$~~

2

2

$n(n+4001) \equiv_{4001} h^2 \Rightarrow n^2 : 4001 \Rightarrow n : 4001$

$k(2n+k) \equiv_{4001} h^2$

$n = 4001y$

$k = 4001x$

$4001y(4001(y+1)) = 4001^2 \cdot y \cdot (y+1) \Rightarrow$ не квадрат

с.к. $y \cdot (y+1)$ не квадрат

~~$2k + k : 4001$, тогда~~

*

~~2~~