0 083687 670001

08-36-87-67
(163.4)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 10 Е - 2

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ПВГ
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Пак Дианы Александровны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«5» апреля 2026 года

Подпись участника

100(СТО)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

08-35-87-67 (163-)

Чистовик 1

№1

$3^{2\sin x}+5^{2\sin x}+1=15^{\sin x}+3^{\sin x}+5^{\sin x}$

$3^{2\sin x}+5^{2\sin x}+1=(3\cdot5)^{\sin x}+3^{\sin x}+5^{\sin x}$

$3^{2\sin x}+5^{2\sin x}+1=3^{\sin x}\cdot5^{\sin x}+3^{\sin x}+5^{\sin x}$

$3^{\sin x}=a,\ 5^{\sin x}=b$

$a^2+b^2+1=ab+a+b$

$a^2-ab+b^2-a-b+1=0 \quad |\cdot 2$

$\cancel{a^2-2ab+b^2-a-b+1+ab=0}$

$\cancel{(a-b)^2-a-b+ab+1=0}$

$2a^2-2ab+2b^2-2a-2b+2=0$

$a^2-2ab+b^2+a^2+b^2-2a-2b+2=0$

$a^2-2ab+b^2+a^2-2a+1+b^2-2b+1=0$

$(a-b)^2+(a-1)^2+(b-1)^2=0$

$a=b \quad a=1 \quad b=1$

$3^{\sin x}=1 \qquad 5^{\sin x}=1$

$\sin x=0 \qquad \sin x=0$

$x=\pi n, n\in Z \qquad x=\pi n, n\in Z$

$[-3,15;314]$

$-3,15\le\pi n\le314$

$-\frac{3,15}{\pi}\le n\le\frac{314}{\pi}$

$\cancel{-\frac{3,15}{3,14}\le n\le\frac{314}{3,1415}}$

$100\pi>314$

$99\pi<314 \quad \pi<\frac{314}{99}$

$$\begin{array}{r|l} 314 & 99 \\ \underline{297} & 3,17... \\ 170 & \\ \underline{99} & \\ 710 & \\ \underline{693} & \\ 17 & \end{array}$$

$-3,15<-\pi$

$-3,15 \quad -\pi \quad 99\pi \quad 314 \quad 100\pi$

$-1\le n\le99$

$99-(-1)+1=101$

Ответ: 101

№2

$x^3+(22+10\sqrt2)x=(10+\sqrt2)x^2+22\sqrt2 \qquad x_1=a,\ x_2=b,\ x_3=c$

$x^3-(10+\sqrt2)x^2+(22+10\sqrt2)x-22\sqrt2=0$

$V=(a+1)(b+1)(c+1)=(ab+a+b+1)(c+1)=$

$=abc+ab+ac+a+bc+b+c+1=$

$=abc+ab+bc+ac+a+b+c+1$

Чистовик 2

По т Виета:

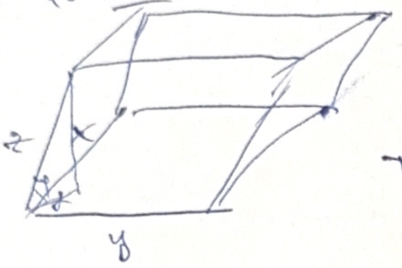
$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a} = 22\sqrt{2} = abc$

$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} = 10 + \sqrt{2} = a + b + c$

$x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = \frac{c}{a} = 22 + 10\sqrt{2} = ab + bc + ac$

$V = abc + ab + bc + ac + a + b + c + 1 = 22\sqrt{2} + 22 + 10\sqrt{2} +$

$+ 10 + \sqrt{2} + 1 = 33\sqrt{2} + 33 = 33(\sqrt{2} + 1)$

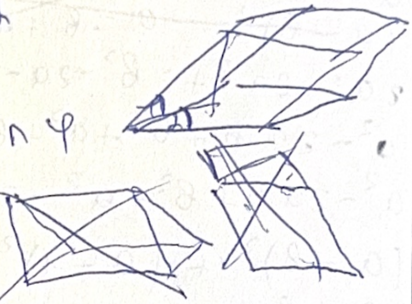


$V = S_{осн} \cdot H$

$S_{осн} = xy \sin\alpha$

$H = z \sin\varphi$

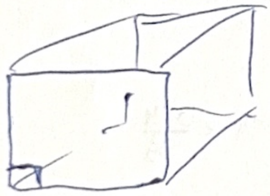
$V = xy \sin\alpha \, z \sin\varphi$



$\sin\alpha \in [0; 1]$

$\sin\varphi \in [0; 1]$

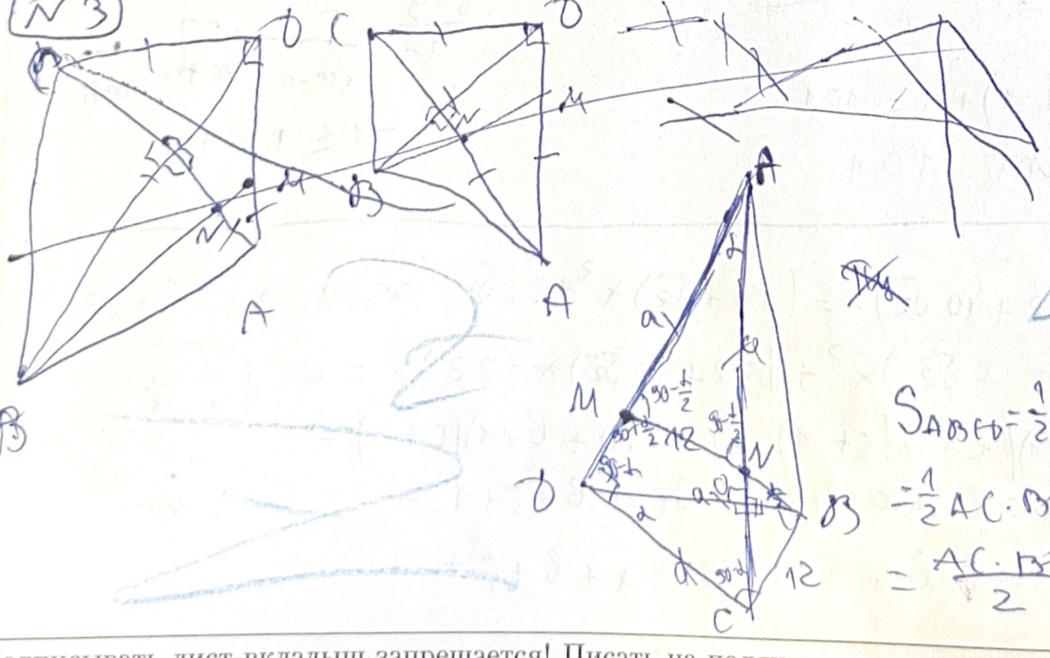
$V = xy \sin\alpha \, z \sin\varphi, \ \sin\alpha, \sin\varphi \in [0; 1]$



$\sin = 1$ max $\Rightarrow V = (0; 33(\sqrt{2}+1)]$

Ответ: $(0; 33(\sqrt{2}+1)]$

№3



$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin\alpha$

$= \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin 90°$

$= \frac{AC \cdot BD}{2}$

Решение: №1 Чистовик 3

1) Пусть $\angle DAC = \alpha$, тогда по сумме углов Δ-ка
$\angle AMN = \angle ANM = \frac{180-\alpha}{2} = 90 - \frac{\alpha}{2}$ (т.к. ΔAMN – р/б)

2) $\angle ACD = 90° - \angle DAC =$ (по сумме острых углов в п/у Δ-ке) $= 90 - \alpha$, тогда в Δ-ке DOC $\angle COD = 90 - (90-\alpha) = \alpha$ (по сумме остр. уг)

3) Рассмотрим ΔANM и ΔDBC
а) $AM = DC$
б) $AN = DB$
в) $\angle MAN = \angle CDB = \alpha$
$\Rightarrow \Delta ANM = \Delta CDB$, а в равных ф. соотв. эл. равны $\Rightarrow MN = BC = 12$

4) Пусть $AM = AN = DB = DC = a$

~~5) По т синусов~~ $\cancel{\frac{MN}{\sin\alpha} = \frac{AM}{\sin(90-\frac{\alpha}{2})}}$ $\frac{12}{\sin\alpha} = \frac{a}{\cos\frac{\alpha}{2}}$

5) $\angle MNA = \angle CND = 90 - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \angle NBD = \frac{\alpha}{2}$ (по сумме острых уг)
$\angle BDM = 90 - \angle CDB = 90 - \alpha$, тогда по сумме углов Δ-ка $\angle DMB = 90 + \frac{\alpha}{2}$

6) По т. синусов: $\frac{BD}{\sin(90+\frac{\alpha}{2})} = \frac{MD}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{MB}{\sin(90-\alpha)}$

$\frac{BD}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{MD}{\sin\frac{\alpha}{2}}$ $\quad \frac{a}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{MD}{\sin\frac{\alpha}{2}}$ $\quad MD = \frac{a\cdot\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = a\,tg\frac{\alpha}{2}$

7) ~~$tg\frac{\alpha}{2}$ в Δ-ке AOD~~

$tg\alpha = \frac{DC}{AD}$ $\quad tg\alpha = \frac{a}{a + a\,tg\frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{1+tg\frac{\alpha}{2}}$

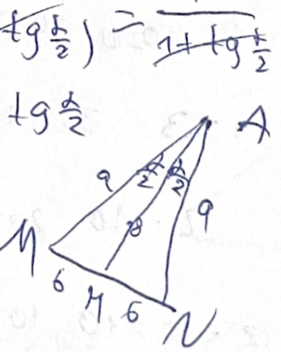
$tg\alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}$ $\quad \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{1+tg\frac{\alpha}{2}}$

$\frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{(1-tg\frac{\alpha}{2})\cancel{(1+tg\frac{\alpha}{2})}} = \frac{1}{\cancel{1+tg\frac{\alpha}{2}}}$

$1 - tg\frac{\alpha}{2} = 2tg\frac{\alpha}{2}$

$3tg\frac{\alpha}{2} = 1$

$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}$



$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{MH}{AH}$

$\frac{1}{3} = \frac{6}{AH}$

$AH = 18$

По т. Пифагора:
$AM^2 = MH^2 + AH^2 = 36 + 324 = 360$

$AM = 6\sqrt{10}$ $\quad a = 6\sqrt{10}$

~~8)~~ $\cancel{S_{ABCD} = \frac{AC\cdot a}{2}}$ $\quad$ 8) $S_{ABCD} = \frac{AC\cdot a}{2}$

9) $\sin\alpha = \frac{DC}{AC}$ $\quad AC = \frac{DC}{\sin\alpha} = \frac{a}{\sin\alpha}$ $\quad S_{ABCD} = \frac{a^2}{2\sin\alpha}$

Чистовик

10) $S_{AMN} = \frac{1}{2} a^2 \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 12$

$a^2 \sin\alpha = 18 \cdot 12$

$\sin\alpha = \frac{18 \cdot 12}{300} = \frac{3}{5}$

11) $S_{ABCD} = \frac{a^2}{2\sin\alpha} = \frac{300 \cdot 5}{2 \cdot 3} = 300$

Ответ: 300

№4

$\overline{ab}$ - простое

Простые двузн. числа: ~~11~~; ~~13~~; ~~17~~; ~~19~~; ~~23~~; ~~29~~; ~~31~~; ~~37~~; ~~41~~; ~~43~~; ~~47~~; ~~53~~; ~~59~~; ~~61~~; ~~67~~; ~~71~~; ~~73~~; ~~79~~; ~~83~~; ~~89~~; ~~97~~

$\frac{\overline{4a89} \cdot \overline{290b}}{11}$ (ост 1)

~~11~~ $\frac{4189 \cdot 2901}{11}$ 4189 : 11 (ост 9) 2901 : 11 (ост 8) $9 \cdot 8 = 72$ 72 : 11 (ост 6) не подх

~~13~~ $\frac{4189 \cdot 2903}{11}$ $9 \cdot 10 = 90$ 90 : 11 (ост 2) ×

~~17~~ $\frac{4189 \cdot 2907}{11}$ $9 \cdot 3 = 27$ 27 : 11 (ост 5) ×

19 $\frac{4189 \cdot 2909}{11}$ $9 \cdot 5 = 45$ 45 : 11 (ост 1) ✓

23 $\frac{4289 \cdot 2903}{11}$ $10 \cdot 10 = 100$ 100 : 11 (ост 1) ✓

~~29~~ $\frac{4289 \cdot 2909}{11}$ $10 \cdot 5 = 50$ 50 : 11 (ост 6) ×

~~31~~ $\frac{4389 \cdot 2901}{11}$ $0 \cdot 8 = 0$ ×

~~37~~ $\frac{4389 \cdot 2907}{11}$ $0 \cdot 3 = 0$ ×

~~41~~ $\frac{4489 \cdot 2901}{11}$ $1 \cdot 8 = 8$ 8 : 11 (ост 8) ×

~~43~~ $\frac{4489 \cdot 2903}{11}$ $1 \cdot 10 = 10$ 10 : 11 (ост 10) ×

~~47~~ $\frac{4489 \cdot 2907}{11}$ $1 \cdot 3$ 3 : 11 (ост 3) ×

~~53~~ $\frac{4589 \cdot 2903}{11}$ $2 \cdot 10$ 20 : 11 (ост 9) ×

~~59~~ $\frac{4589 \cdot 2909}{11}$ $2 \cdot 5 = 10$ 10 : 11 (ост 10) ×

~~61~~ $\frac{4689 \cdot 2901}{11}$ $3 \cdot 8 = 24$ 24 : 11 (ост 2) ×

~~67~~ $\frac{4689 \cdot 2907}{11}$ $3 \cdot 3 = 9$ 9 : 11 (ост 9) ×

~~71~~ $\frac{4789 \cdot 2901}{11}$ $4 \cdot 8 = 32$ 32 : 11 (ост 10) ×

чистовик 5

(73) $\frac{4789 \cdot 2903}{11}$ $4 \cdot 10 = 40$ $40 : 11$ (ост 7) ×

(79) $\frac{4789 \cdot 2909}{11}$ $4 \cdot 5 = 20$ $20 : 11$ (ост 9) ×

(83) $\frac{4889 \cdot 2903}{11}$ $5 \cdot 10 = 50$ $50 : 11$ (ост 6) ×

(89) $\frac{4889 \cdot 2909}{11}$ $5 \cdot 5 = 25$ $25 : 11$ (ост 3) ×

(97) $\frac{4989 \cdot 2907}{11}$ $6 \cdot 3 = 18$ $18 : 11$ (ост 7) ×

значит подходят только 19 и 23

Ответ: 19; 23

№ 5

20, 21, 22, ..., 45

a, в

2001, 2002, 2003, ..., 2026

↓

$5a - 3в$, $7a - 5в$

1) 20, 21 (~~чёт~~, ~~нечет~~)

↓

$5 \cdot 20 - 3 \cdot 21 = 100 - 63 = 37$ (нечет), $7 \cdot 20 - 5 \cdot 21 = 140 - 105 = 35$ (нечет)

↓

...

2) 21, 22

↓

$5 \cdot 21 - 3 \cdot 22 = 105 - 66 = 39$

$7 \cdot 21 - 5 \cdot 22 = 147 - 110 = 37$

3) 22, 24

↓

$5 \cdot 22 - 3 \cdot 24 = 110 - 72 = 38$

$7 \cdot 22 - 5 \cdot 24 = 154 - 120 = 34$

4) 23; 25

↓

$5 \cdot 23 - 3 \cdot 25 = 115 - 75 = 40$

$7 \cdot 23 - 5 \cdot 25 = 161 - 123 = 36$

$5a - 3в$, $7a - 5в$

$5a - 3в = \cancel{3(a-в)+2a}\ 5(a - в) + 2в$

$7a - 5в = 5(a - в) + 2a$ ⋮5

⋮5

20, 25

↓

$5 \cdot 20 - 3 \cdot 25 = 25$

$7 \cdot 20 - 5 \cdot 25 = 140 - 125 = 15$

30, 40

↓

$5 \cdot 30 - 3 \cdot 40 = 150 - 120 = 30$

$7 \cdot 30 - 5 \cdot 40 = 10$

Если a, в ⋮ 5, то и числа ~~после операций~~ $5a - 3в$, $7a - 5в$ будут тоже ⋮ 5

Число чисел ⋮ 5 не изменяется

20, 21, 22, ..., 45 Чистовик

числа : 5 :

20, 25, 30, 35, 40, 45 – 6 чисел

2001, 2002, 2003, ..., 2026

2005, 2010, 2015, 2020, 2025 – 5 чисел

кол-во 5 умен на 1 а число чисел от не изм =>

невозможно

Ответ: нет

№6

A: 1, 2, ..., 12

T: 1, 2, .., 6 (2)

(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (1; 6)
(2; 1) (2; 2) (2; 3) (2; 4) (2; 5) (2; 6)
(3; 1) (3; 2) (3; 3) (3; 4) (3; 5) (3; 6)
(4; 1) (4; 2) (4; 3) (4; 4) (4; 5) (4; 6)
(5; 1) (5; 2) (5; 3) (5; 4) (5; 5) (5; 6)
(6; 1) (6; 2) (6; 3) (6; 4) (6; 5) (6; 6)

A: T:
1

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

~~8~~

12 · 36 всего

36

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Т+	36	35	33	30	26	21	15	10	6	3	1	0
А+	0	0	1	3	6	10	15	21	26	30	33	35
Ничья	0	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

а) $P(A) = \frac{1+3+6+10+15+21+26+30+33+35}{12 \cdot 36}$ и условия $=$

$= \frac{90+90}{12 \cdot 36} = \frac{180}{12 \cdot 36} = \frac{5}{12}$

б) победитель так и не будет выявлен, если в I р-ничья, II – ничья, III – р-ничья

$P(\text{ничья}) = \frac{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1}{12 \cdot 36} =$

$= \frac{2(1+2+3+4+5)+6}{12 \cdot 36} = \frac{36}{12 \cdot 36} = \frac{1}{12}$

в) I р   II р   III р

$P(A)$ $P(T)$ $н \cdot P(A)$ $н \cdot P(T)$ $н \cdot н \cdot P(A)$ $н \cdot н \cdot P(T)$

~~P(A)~~

$P(T) = 1 - P(A) - P(\text{ничья}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$P(A) = \frac{5}{12} + \frac{1}{12} \cdot \frac{5}{12} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{5}{12} =$

$= \frac{5}{12}\left(1 + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12}\right) =$

$= \frac{5}{12}\left(\frac{144+12+1}{144}\right) = \frac{5 \cdot 157}{12 \cdot 144}$

$P(T) = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} =$

$= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{12} + \frac{1}{12 \cdot 12}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{144+12+1}{144}\right) =$

$= \frac{157}{2 \cdot 144}$

$P(A) < P(T)$

$\frac{5 \cdot 157}{12 \cdot 144} < \frac{157}{2 \cdot 144} = \frac{157}{288}$

$\frac{157}{2 \cdot 144} \cdot \frac{5}{6} < \frac{157}{2 \cdot 144}$

ответ: а) $\frac{5}{12}$; б) $\frac{1}{12}$; в) $P(\text{Таня}) = \frac{157}{288}$

Черновик 1

a, b $\qquad$ $20, 21, 22, \dots, 45$

$2001, 2002, 2003, \dots, 2026$

$\downarrow$

$5a-3b, \; 7a-5b$

чет $\;$ нечет

$20, \; 21$

$\downarrow$

$5\cdot20-3\cdot21=, \; 7\cdot20-5\cdot21=140-105=35$ неч

$=37$ неч

чет $\;$ чет

$22, \; 24$

$\downarrow$

$5\cdot22-3\cdot24, \; 7\cdot22-5\cdot24$

$110-72=38 \qquad 154-120=34$

~~нечет~~ чет $\qquad$ чет

неч $\;$ чет

$21, \; 22$

$\downarrow$

$5\cdot21-3\cdot22=, \; 7\cdot21-5\cdot22=$

$=105-66=39 \qquad =147-110=37$

нечет $\;$ нечет

$23, \; 25$

$\downarrow$

$5\cdot23-3\cdot25, \; 7\cdot23-5\cdot25$

$115-75= \qquad 161-125=$

$=40$ чет $\qquad =36$ чет

~~$5a-3b=3(a-b)+2a$~~

~~$7a-5b=5(20$~~

$5a-3b=5(a-b)+2b$

$7a-5b=5(a-b)+2a$

если $a, b \,\vdots\, 5$, то $5a-3b$ ~~на~~, $7a-5b$ тоже $\vdots\, 5$

число чисел $\vdots\, 5$ не изменяется после опер

$20, 21, 22, \dots, 45$

$20, 25, 30, 35, 40, 45$ $\quad (6\ 7)$

$2001, 2002, 2003, \dots, 2026$

$2005, 2010, 2015, 2020, 2025$ $\quad (5\ 7)$

$5(a-b)+2b$

$\vdots\, 5$

$5(a-b)+2a$

$\vdots\, 5$

~~если~~

$20 \quad 25$

$5\cdot20-3\cdot25= \quad 7\cdot20-5\cdot25=$

$=100-75=25 \quad 140-125=15$

число 5 умен на 1, 9

$\Rightarrow$ ~~$a, b \,\vdots\, 5$~~ число чисел $\vdots\, 5$ не меняется $\Rightarrow$

Ответ: нет Невозможно

№6

Аня: $1, 2, \dots, 12$

Т: $1, 2, \dots, 6$ $\quad (2)$

$(1;1); (1;2); (1;3); (1;4); (1;5); (1;6)$

$(2;1); (2;2); (2;3)\ (2;4)\ (2;5)\ (2;6)$

$(3;1)\ (3;2)\ (3;3)\ (3;4)\ (3;5)\ (3;6)$

$(4;1)\ (4;2)\ (4;3)\ (4;4)\ (4;5)\ (4;6)$

$(5;1)\ (5;2)\ (5;3)\ (5;4)\ (5;5)\ (5;6)$

$(6;1)\ (6;2)\ (6;3)\ (6;4)\ (6;5)\ (6;6)$ $\quad 36$

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

~~А~~ $\quad$ Т

А

1

2

3 $\quad (1;1)$

а) $P(A)=\dfrac{1+3+6+10+15+21+26+30+33+35}{12\cdot36}$

$\dfrac{90+90}{12\cdot36}=\dfrac{180}{12\cdot36}=\dfrac{5}{12}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Т	36	35	33	30	26	21	15	10	6	3	1	0
А	0	0	1	3	6	10	15	21	26	30	33	35
Н	0	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

Всего $12\cdot36$

Черновик 2

№1

$3^{2\sin x} + 5^{2\sin x} + 1 = 15^{\sin x} + 3^{\sin x} + 5^{\sin x}$ 1:

~~$3^{2\sin x} + 25^{\sin x} + 1 = 15^{\sin x} + 3^{\sin x} + 5^{\sin x}$~~

$3^{2\sin x} + 5^{2\sin x} + 1 = 3^{\sin x} \cdot 5^{\sin x} + 3^{\sin x} + 5^{\sin x}$

$3^{\sin x} = a, \quad 5^{\sin x} = b$

$a^2 + b^2 + 1 = ab + a + b$

$a^2 - ab + b^2 - a - b + 1 = 0 \quad | \cdot 2$

~~$a^2 - 2ab + b^2 + ab - a - b + 1 = 0$~~ ~~$(a-b)^2 + ab - a - b + 1 = 0$~~

$2a^2 - 2ab + 2b^2 - 2a - 2b + 2 = 0$

$a^2 - 2ab + b^2 + a^2 + b^2 - 2a - 2b + 2 = 0$

$a^2 - 2ab + b^2 + a^2 - 2a + 1 + b^2 - 2b + 1 = 0$

$(a-b)^2 + (a-1)^2 + (b-1)^2 = 0$

$a = b \quad a = 1 \quad b = 1$

$3^{\sin x} = 1 \quad 5^{\sin x} = 1$

$\sin x = 0 \quad \sin x = 0$

$x = \pi n, n \in Z \quad x = \pi n, n \in Z$

$[-3,15; 314]$

$-3,15 \le \pi n \le 314$

$-\frac{3,15}{\pi} \le n \le \frac{314}{\pi}$

$-\frac{3,15}{3,14} \le n \le \frac{314}{3,1415}$

$-1,\ldots \le n \le 99,\ldots$

$100\pi > 314$

$99\pi < 314$

$314 \,|\, 99$; 297; $3,17$; 170; 99; 710; 693; 17

$-1 \le n \le 99$

Отв: 101

$99 + 1 + 1 = 101$

Продолжение №6

б) ничья в I п, ничья во II п, ничья в III п, тогда не будет поб

$P(\text{ничьи}) = \frac{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1}{12 \cdot 36} = \frac{2(1+2+3+4+5)+6}{12 \cdot 36} = \frac{36}{12 \cdot 36} = \frac{1}{12}$

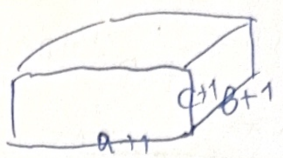
в) $P_I(A) = \frac{5}{12}$ по док в п а $P(н) = \frac{1}{12}$ => $P(T) = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

II п

$P(A) = \frac{5}{12}$ $P(T) = \frac{1}{2}$ $н \cdot P(A)$ $н \cdot P(T)$ $н \cdot$ ~~P(A)~~ $\cdot н\, P(A) \cdot$ ~~P(A)~~ $н \cdot н \cdot P(T)$

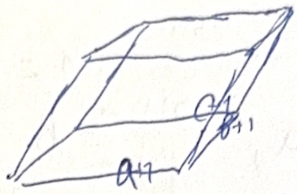
Черновик 3

$x^3+(22+10\sqrt{2})x=(10+\sqrt{2})x^2+22\sqrt{2}$



$x_1=a \quad x_2=b \quad x_3=c$

$x^3-(10+\sqrt{2})x^2+(22+10\sqrt{2})x-22\sqrt{2}=0$

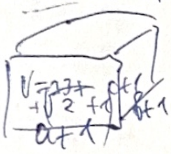


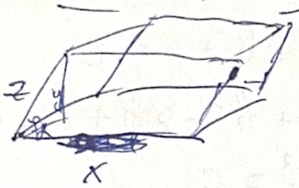
$x_1\cdot x_2\cdot x_3=-\frac{d}{a}=22\sqrt{2}=abc$

$x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a}=10+\sqrt{2}=a+b+c$

$x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=\frac{c}{a}=22+10\sqrt{2}=ab+bc+ac$

$V=(a+1)(b+1)(c+1)=(ab+a+b+1)(c+1)=abc+ab+ac+a+$
$+bc+b+c+1=abc+ab+bc+ac+a+b+c+1=$
$=22\sqrt{2}+22+10\sqrt{2}+10+\sqrt{2}+1=33\sqrt{2}+33=33+(\sqrt{2}+1)$





$V=S_{осн}\cdot H$

$S_{осн}=xy\sin\alpha \quad \sin\alpha\in[0;1]$

$H=z\sin\varphi \quad \sin\varphi\in[0;1]$

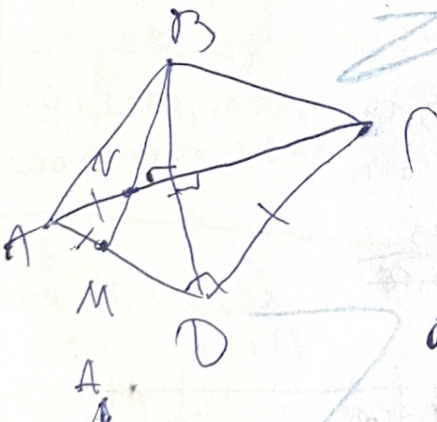
$V=xy\sin\alpha\cdot z\sin\varphi$

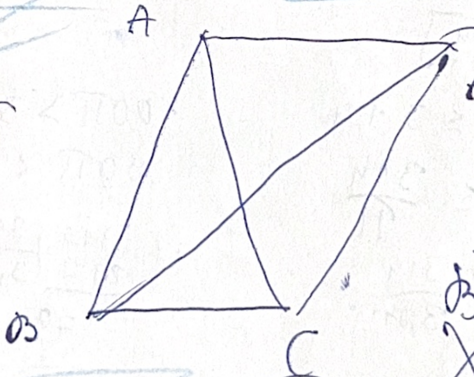
$\sin\alpha, \sin\varphi\in[0;1]$

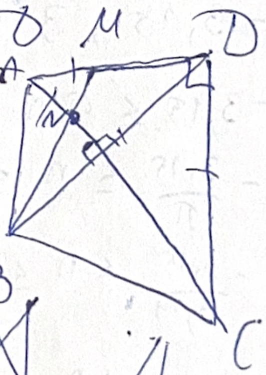
max при 1, т.е. 90°

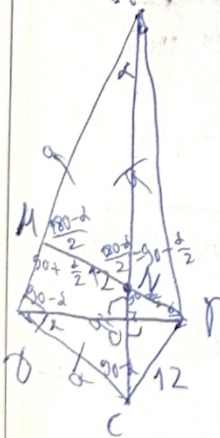
Ответ: $(0;\ 33+(\sqrt{2}+1)]$ $\quad V=(0;33+(\sqrt{2}+1)]$

№3





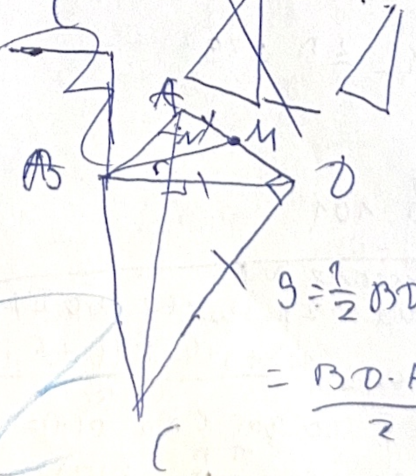




$\frac{MN}{\sin\alpha}=\frac{AM}{\sin(90-\frac{\alpha}{2})}$

$\frac{12}{\sin\alpha}=\frac{AM}{\cos\frac{\alpha}{2}}$

$AM=\frac{12\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\alpha}$



$S=\frac{1}{2}BD\cdot AC\sin 90=$

$=\frac{BD\cdot AC}{2}$

Черновику

1) Пусть $\angle MAN - \alpha$, $\angle DCA = 90-\alpha$,

$\angle AMN = \angle ANM = 90 - \frac{\alpha}{2} = \angle CNB = 90 - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \angle DBM = \frac{\alpha}{2}$

$\angle COB = \alpha$, $\angle AOB = 90-\alpha$, по сумме $\angle DMB = 90+\frac{\alpha}{2}$

2) Пусть $AM = AN = DC = OD = a$ $\cancel{\frac{12}{\sin\alpha} = \frac{a}{\sin(90-\frac{\alpha}{2})}}$ $MN = CB = 12$

$\frac{a}{\sin(90+\frac{\alpha}{2})} = \frac{MD}{\sin\frac{\alpha}{2}}$ $MD = \frac{a\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = a\,tg\frac{\alpha}{2}$

$\cancel{tg\,\alpha = \frac{a}{AC}}$ $tg\,\alpha = \frac{a}{a + a\,tg\frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{1+tg\frac{\alpha}{2}}$ $tg\,\alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}$

$\frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{1+tg\frac{\alpha}{2}}$ $\cancel{tg\frac{\alpha}{2} \neq 1}$

$\frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{(1-tg\frac{\alpha}{2})\cancel{(1+tg\frac{\alpha}{2})}} = \frac{1}{\cancel{1+tg\frac{\alpha}{2}}}$

$1 - tg\frac{\alpha}{2} = 2tg\frac{\alpha}{2}$

$3tg\frac{\alpha}{2} = 1$

$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}$

$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{6}{AH}$ $AH = \frac{6}{tg\frac{\alpha}{2}} = 18$

$a^2 = 36 + 324 = 360$ $a = 6\sqrt{10}$

$S = \frac{1}{2}BD \cdot AC$

$BD = a$

$\cancel{AC}$ $\sin\alpha = \frac{DC}{AC}$

$AC = \frac{DC}{\sin\alpha}$

$AC = \frac{a}{\sin\alpha}$

$S_{AMN} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot 18 \cdot 12 = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot a^2\sin\alpha$

$\sin\alpha = \frac{18\cdot 12}{a^2} = \frac{\cancel{18}^3 \cdot \cancel{12}^2}{\cancel{360}_5} = \frac{3}{5}$

$\cancel{AC = \frac{a^3}{18\cdot 12}}$

$\cancel{S = \frac{1}{2}\cdot\frac{a^4}{18\cdot 12 \cdot 2} = \frac{33\cdot 36\cdot 10\cdot 10}{18\cdot 12\cdot 2}} = \frac{33\cdot 25}{3}$

$AC = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{6\sqrt{10}\cdot 5}{3} = 10\sqrt{10}$

$S_{ABCD} = \frac{BD\cdot AC}{2} = \frac{a \cdot 10\sqrt{10}}{2} = \frac{6\sqrt{10}\cdot 10\sqrt{10}}{2} = \frac{\cancel{60}^{30}\cdot 10}{\cancel{2}} = 300$

Отв: 300

Черновик
№4
ав - простые

$\frac{\overline{4a89} \cdot \overline{290в}}{11}$ = (ост 1)

ав - ?

~~11~~, ~~13~~, ~~17~~, ~~19~~, ~~23~~, ~~29~~, ~~31~~, ~~37~~, ~~41~~, ~~43~~, ~~47~~, ~~53~~, ~~59~~, ~~61~~, ~~67~~, ~~71~~, ~~73~~, ~~79~~, ~~83~~, ~~89~~, 97

~~11~~ $\frac{4189 \cdot 2901}{11}$ 9 · 8 = 72 72 : 11 (ост 6) не подх

~~13~~ $\frac{4189 \cdot 2903}{11}$ 9 · 10 = 90 90 : 11 (ост 2) не подх

~~17~~ $\frac{4189 \cdot 2907}{11}$ 9 · 3 = 27 27 : 11 (ост 5) ×

19 $\frac{4189 \cdot 2909}{11}$ 9 · 5 = 45 45 : 11 (ост 1) V

23 $\frac{4289 \cdot 2903}{11}$ 10 · 10 = 100 100 : 11 (ост 1) V

~~29~~ $\frac{4289 \cdot 2909}{11}$ 10 · 5 = 50 50 : 11 (6) ×

~~31~~ $\frac{4389 \cdot 2901}{11}$ 0 · 8 = 0 ×

~~37~~ $\frac{4389 \cdot 2907}{11}$ 0 · 3 = 0 ×

~~41~~ $\frac{4489 \cdot 2901}{11}$ 1 · 8 = 8 8 : 11 (ост 8) ×

~~43~~ $\frac{4489 \cdot 2903}{11}$ 1 · 10 10 : 11 (ост 10) ×

~~47~~ $\frac{4489 \cdot 2907}{11}$ 1 · 3 3 : 11 (ост 3) ×

~~53~~ $\frac{4589 \cdot 2903}{11}$ 2 · 10 20 : 11 (ост 9) ×

~~59~~ $\frac{4589 \cdot 2909}{11}$ 2 · 5 (ост 10)

~~61~~ $\frac{4689 \cdot 2901}{11}$ 3 · 8 24 : 11 (ост 2)

~~67~~ $\frac{4689 \cdot 2907}{11}$ 3 · 3 (ост 9)

~~71~~ $\frac{4789 \cdot 2907}{11}$ 4 · 8 (ост 10)

~~73~~ $\frac{4789 \cdot 2903}{11}$ 4 · 10 (ост 7

~~79~~
$\frac{4789 \cdot 2909}{11}$
4 · 5 (ост 9)

~~83~~
$\frac{4889 \cdot 2903}{11}$
5 · 10 (6)

~~89~~
$\frac{4889 \cdot 2909}{11}$
5 · 5 25 : 11 (ост 3)

97
$\frac{4989 \cdot 2907}{11}$
6 · 3 = 18 : 11 (ост 7)

Отв: 19; 23