

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Москва
город

дешифр

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Любимы Вербовые горы“
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Мамичева Таalia Евгеньевна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«05» апреля 2026 года

Подпись участника
Т.А.

[Handwritten signature]

15-03-05-57
(150)

ЧП ПИК ВМК

a_1 - номерок, a_2 - величина разности

$S = 74 \cdot a_1$

$\frac{S}{a_1 \cdot a_1} = \frac{7}{1} z$

$a_2 - a_1 = 4 \cdot a_1$

$\frac{S}{4 \cdot a_1} = \frac{3}{4}$

$a_2 = 5a_1$

[Large handwritten mark]

[Crossed-out scribbles]

[Large handwritten mark]

~~$a_1 + (a_1 + a_1) + \dots$~~

$S_n = \frac{3}{4} \cdot a_1$

$\frac{S_0}{4 \cdot a_1} = 45 - t_0$

$S = \frac{3}{4} a_1 = (45 - t_0) \cdot 4 a_1 + t_0 a_1$

t_0

$\frac{t_0 a_1}{4 a_1} = 45 - t_0$

$\frac{t_0}{4} = 45 - t_0$

~~$t_0 = 45 - 4t_0$~~

~~$t_0 = 9$~~

[Large handwritten mark]

~~$t_0 = t_0$~~

~~$t_0 = t_0$~~

~~$t_0 = t_0$~~

~~$\frac{3}{4} a_1 = \frac{3}{80} a_1$~~

~~t_0~~

~~$\frac{36 a_1}{4 a_1} = 9$~~

$n(n+4007) = a^2$

$\text{НОД}(n; n+4007) = 7$

$n = a^2 \quad n+4007 = b^2$

$(b-a)(b+a) = 4007$

$b = 2007$

$a = 2000$

$n = 4\,000\,000$

[Large handwritten mark]

$$\frac{13 \cdot 28 \cdot 3}{3} = 42$$

ЧЕТЮВИК

$$\frac{523}{344} = 1 \frac{179}{344}$$

Генератор

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26

$$2+4+6+8+10+12+14+16+18+20+22+24+26 = 220$$

$$a+b=52 \quad \frac{1}{2} \leq \frac{1}{a} < \frac{1}{3}$$

Сумма цифр $4+3+2+9+9+7+6+7+7+2+6+6+5+6+3+5+5+d+b = 27+a+b = 69+a+b$

$$a+b=3 \quad \begin{cases} a+b=3 \\ a+b=72 \end{cases} \quad \begin{cases} b-a+9 \leq 75 \\ b-a \leq 9 \end{cases}$$

$$45 - \frac{8}{6} = 6 \frac{1}{2}$$

$$b-a + 3 - 6 + 5 - 0 + 2 - 7 + 7 - 6 + 7 - 4 + 9 = 2 + 3 - 0 + 4 = 28 - 75 = -47$$

$$b-a+9 \leq 75 \quad b-a \leq 9$$

$$b=0 \quad a+a-9=3 \quad \begin{cases} b-a+9=77 \\ b=a+2 \end{cases}$$

$$d=6 \quad 2a+2=72 \quad a=5 \quad b=4$$

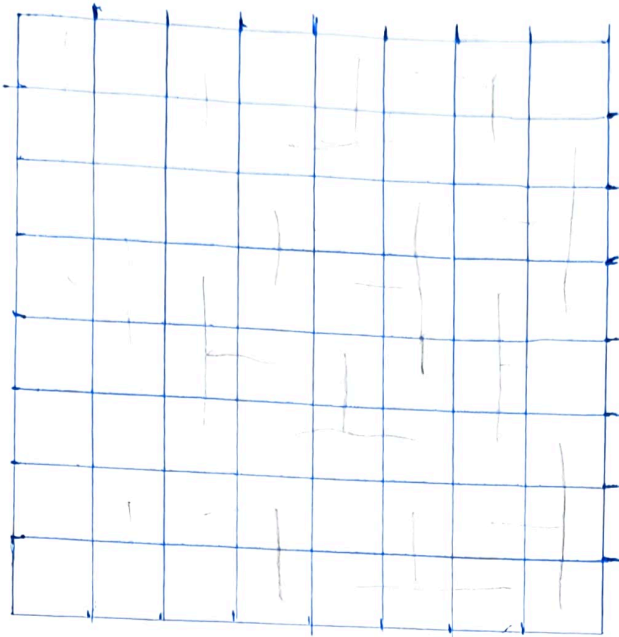
$$d \rightarrow 5a-3b \quad 25-15=10$$

$$d-b \rightarrow 5a-3b-2a+5b = 2(b-a)$$

$$k \rightarrow k \cdot 10 + 4 = 10k + 4$$

07-02-63-57
 (51)

$\frac{28 \cdot 28}{= 70}$ **7** ЧЕРНОВИК



$$\frac{765}{66} \leq t_0 \leq \frac{220}{66}$$

$$\frac{228}{66} t_0 = \frac{37}{11} \cdot \frac{42}{11}$$

$$t_0 + 7 = \frac{37}{11}$$

$$\frac{186}{66} = \frac{37}{11}$$



$$\frac{765}{66}$$

χ микроград
 где

a - 0 I

II-микроград
 микроград

b - 0 II

$$a + b = 49$$

$$\frac{29}{11}$$

$$t_0 - II$$

$$\frac{37}{11}$$

$$t_0 + 7 = I$$

$$1 \leq t_2 \leq 1\frac{2}{3}$$

$$ax = \frac{y}{4} ax - \frac{y}{4} ax \cdot \frac{3(t_0+7)}{2} \quad ax(t_0+7) = ax(t_0 - t_1 + 7) \cdot 7\frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{3}{4}(t_0+7) = 7$$

$$t_0 + 7 = 7\frac{3}{4}t_0 - 7\frac{3}{4}t_1 + 7\frac{3}{4}$$

$$\frac{y}{4} t_1 = \frac{3}{4} t_0 + \frac{3}{4}$$

$$\frac{a(t_0+7)}{b t_0} = \frac{7ax(t_0 - t_1 + 7)}{20 b (t_0 - t_2)}$$

$$y t_1 = 3 t_0 + 3$$

$$bx t_0 = bx(t_0 - t_2) \cdot \frac{5}{3}$$

$$\frac{t_0+7}{t_0} = \frac{t_0 - t_1 + 7}{t_0 - t_2}$$

$$t_0 = \frac{5}{3} t_0 - \frac{5}{3} t_2 \quad t = \frac{3(t_0+7)}{y}$$

$$t_0^2 + t_0 - t_2 = t_0 t_2$$

$$\frac{2}{3} t_0 = \frac{5}{3} t_2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{t_0}{t_0+7}$$

$$\Rightarrow t_2(t_0+7) = t_0 t_1$$

$$2 t_0 = 5 t_2$$

$$t_2 = \frac{2}{5} t_0$$

$$t_2 = \frac{2}{5} t_0 \quad 5 \leq 2 t_0 \leq \frac{20}{3}$$

$$a(t_0+7) = b t_0 \quad 5 \leq t_0 \leq \frac{70}{3}$$

$$b = \frac{t_0+7}{t_0} \cdot a$$

ЧИСТОВИК

(15)

Пусть скорость пешехода v_1 км/ч, а скорость велосипедиста v_2 км/ч. В момент выезда велосипедиста пешеход проехал

$$S = 14 \cdot v_1 = v_1 \text{ км. через } 15 \text{ мин} = \frac{1}{4} \text{ ч}$$

$$\text{Велосипедист догнал его} \Rightarrow \frac{S}{v_2 - v_1} = \frac{1}{4}$$

$$v_2 - v_1 = 4S$$

$$v_2 - v_1 = 4v_1$$

$$v_2 = 5v_1$$

Пусть в момент выезда велосипедиста пешеход шел t_0 ч. ~~Пеш.~~ П.к. весь путь (до момента выезда) он шел

$$45 \text{ мин} = \frac{3}{4} \text{ ч, то}$$

$$\frac{t_0 v_1}{v_2 - v_1} = \frac{3}{4} - t_0$$

$$\frac{4t_0 v_1}{4v_1} = \frac{3}{4} - t_0 \cdot 4$$

$$t_0 = 3 - 4t_0$$

$$t_0 = \frac{3}{5} \text{ ч} = 36 \text{ мин, т.е.}$$

Велосипедист должен выехать

в 9:57.

Ответ: в 9:57

Тур 8

ЧИСТОБРАК

№2

$n(n+4007) = x^2$

Заметим, что $\text{НОД}(n; n+4007) = \text{НОД}(n; 4007) = 1$

т.е. числа n и $n+4007$ взаимно просты \Rightarrow

$\Rightarrow n = a^2, n+4007 = b^2, a, b \in \mathbb{N}$.

$\begin{cases} n = a^2 \\ n+4007 = b^2 \end{cases} \Rightarrow 4007 = b^2 - a^2 = (b-a)(b+a)$. т.к.

4007 - простое, то ~~одна~~ одна из скобок

равна 1, а другая 4007. $a+b \geq 2$, т.к.

a и b - натуральные $\Rightarrow \begin{cases} a+b = 4007 \\ a-b = 7 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} a = 2000 \\ b = 2007 \end{cases}$

Получим $n = a^2 = 4000000$.

Ответ: 4000000

ЧИСТО ВК

123

В разложении на множители числа 76!
 $7+7+7+7+2=6$ множителей "5", множители
 $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$
 5 70 75 20 25

"2" больше \Rightarrow число кратно
 $2^6 \cdot 5^6 = 70^6 \Rightarrow$ на конце 6 "0" \Rightarrow
 $\Rightarrow c = d = 0.$

Сумма цифр числа равна $69+a+b$ и должна делиться на 9. Так, a и b - цифры, то $a+b \leq 18 \Rightarrow$
 $\begin{cases} 69+a+b=72 \\ 69+a+b=81 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ a+b=12 \end{cases}$

Знакопеременная сумма числа равна $b-a+9$ и должна делиться на 7.

Так, $b-a \leq 9$, то $\begin{cases} b-a+9=0 \\ b-a+9=77 \end{cases}$

1) $b-a+9=0$
 Тогда $b=a-9$, т.е. $b=0, a=9$.

Но тогда неверно $\begin{cases} a+b=3 \\ a+b=12 \end{cases} \Rightarrow$ этот случай невозможен



2) $b-a+9=77$
 Тогда $b=d+2$. Если $a+b=3$, то $2a=7$.
 Значит, $a+b=12$, Тогда $a=5, b=7$.

Ответ: $\begin{cases} a=5 \\ b=7 \\ c=0 \\ d=0 \end{cases}$

3 чз 8

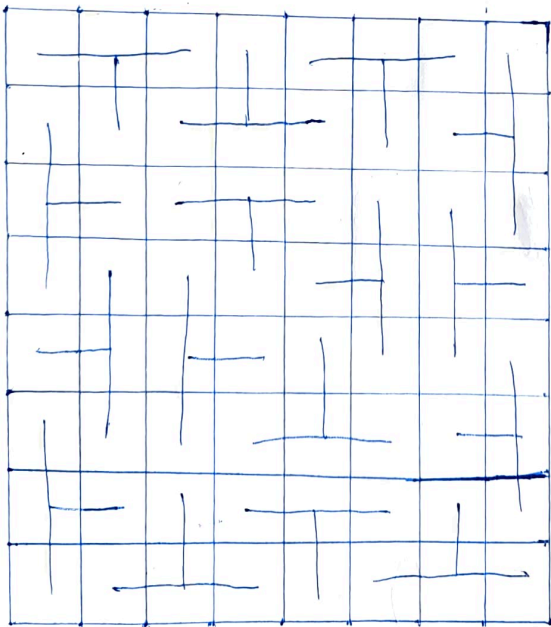
ЧИСТО ВК

100

Оценка: чем меньше площадь фигуры, тем большее количество этих фигур может уместиться в квадрате. Из 7 углов 2 клеток возможны только крайние углы (у низ и уша). Из 3 клеток -  или  4 фигуры "уголок" в угол, а не 8 \Rightarrow
 \Rightarrow нужны хотя бы 4-х клеточные фигуры \Rightarrow 8-угольников не более

$$\frac{8 \cdot 8}{4} = 76.$$

Пример (на 18):



Ответ: 76

4 из 8

7

ЧИСТОВИК

7

№ 6

Пусть производительность одного
 телецентра x , в первой группе a
 машин, во второй b машин. Пусть
 первая группа работала $t_0 + 7$ часов
 (тогда вторая t_0 часов). Пусть
 перемены в I группе длились t_1 часов,
 а во второй t_2 часов. Тогда:

$$\begin{cases} ax(t_0 + 7) = \frac{4}{3}ax(t_0 + 7 - t_1) & (1) \\ bx t_0 = \frac{5}{3}bx(t_0 - t_2) & (2) \\ ax(t_0 + 7 - t_1) = bx(t_0 - t_2) & (3) \end{cases}$$

кол-во собранной продукции

$$1 \text{ ч} \leq t_2 \leq \frac{4}{3} \text{ ч}$$

$a+b=49$

~~$ax(t_0 + 7) = \frac{4}{3}ax t_0$~~

~~$b = \frac{ax(t_0 + 7)}{t_0}$~~

~~т.к. это кол-во машин, то оно целое~~

~~$\frac{t_0 + 7}{t_0} = \text{целое}$~~

из (2): $t_0 = \frac{5}{3}(t_0 - t_2) \quad | \cdot 3$

$3t_0 = 5t_0 - 5t_2$

$2t_0 = 5t_2$

$5k \cdot 2t_0 \leq \frac{20}{3} \text{ ч}$

$\frac{5}{2} \text{ ч} \leq t_0 \leq \frac{10}{3} \text{ ч}$

7

7

(5 ч; 8)

~~2~~ ЧИСТОВИК
 (106) (продолжение)

Поделим (1) на (2):

$$\frac{d(t_0+7)}{b t_0} = \frac{4+3}{5+4}$$

$$27 b t_0 = 20 d (t_0+7)$$

$$b = \frac{20(t_0+7)}{27 t_0} \cdot d$$

П.к. это цел-во может, но оно целое \Rightarrow

$$\Rightarrow 20d(t_0+7) : 27 t_0 \Rightarrow 20d(t_0+7) \geq 27 t_0$$

$$27 t_0 \leq 40$$

$$20d \leq 20d(t_0+7) \leq \frac{260}{3} d$$

Из (1) найдем, что $t_1 = \frac{3}{4}(t_0+7)$.

Подставим в (3):

$$a x (t_0+7 - \frac{3}{4}(t_0+7)) = b x (t_0-t_2)$$

$$d(\frac{4}{7}t_0 + \frac{4}{7}) = b(t_0-t_2)$$

$$\frac{4}{7} a (t_0+7) = b(t_0-t_2)$$

$$b = \frac{4(t_0+7)}{7(t_0-t_2)} a - \text{целое число}$$

~~Суммарный коэффициент~~ $b = \frac{4(t_0+7)}{7(t_0-t_2)} (49-b)$

$$t_0 = 2,5, t_2 = 7$$

$$b = \frac{28(t_0+7)}{t_0-t_2} - \frac{4(t_0+7)}{7(t_0-t_2)} b$$

6 из 8

~~2~~

ЧИСТО ВНК

7

№6 (продолжение)

$$b \left(1 + \frac{4/(t_0+7)}{2(t_0-t_2)} \right) = \frac{28(t_0+7)}{t_0-t_2}$$

$$1 + \frac{4/(t_0+7)}{2(t_0-t_2)} = \frac{28(t_0+7)}{2(t_0-t_2)} = \frac{14(t_0+7)}{t_0-t_2}$$

~~2~~

$$b = \frac{28(t_0+7) \cdot 2(t_0-t_2)}{(t_0-t_2)(14t_0-7t_2+4)} = \frac{28 \cdot 2(t_0+7)}{14t_0-7t_2+4}$$

Самостоятельно подбираем $t_0 = 3$

$t_2 = \frac{9}{7}$. Тогда $b = \frac{28 \cdot 2 \cdot 4}{33-9+4} = 28$

$a = 49 - 28 = 27$. ($t_2 > \frac{9}{7}$ уже больше $\frac{4}{3}$, но

Ответ: 27 человек.

при этом t_2 должно быть целым (при выборе t_0 все дроби целые, т.е. $t_0 \in \mathbb{Z}$, т.е. $t_0 = 3$).

~~Если $t_2 < \frac{9}{7}$ значит~~
 $t_2 \geq \frac{9}{7} = 1, t_2 = 1$

и $t_2 = \frac{8}{7}$ не подходит, а

$t_2 = \frac{9}{7}$ - не подходит

Генерал

4 13 8

ЧИСТОВИК

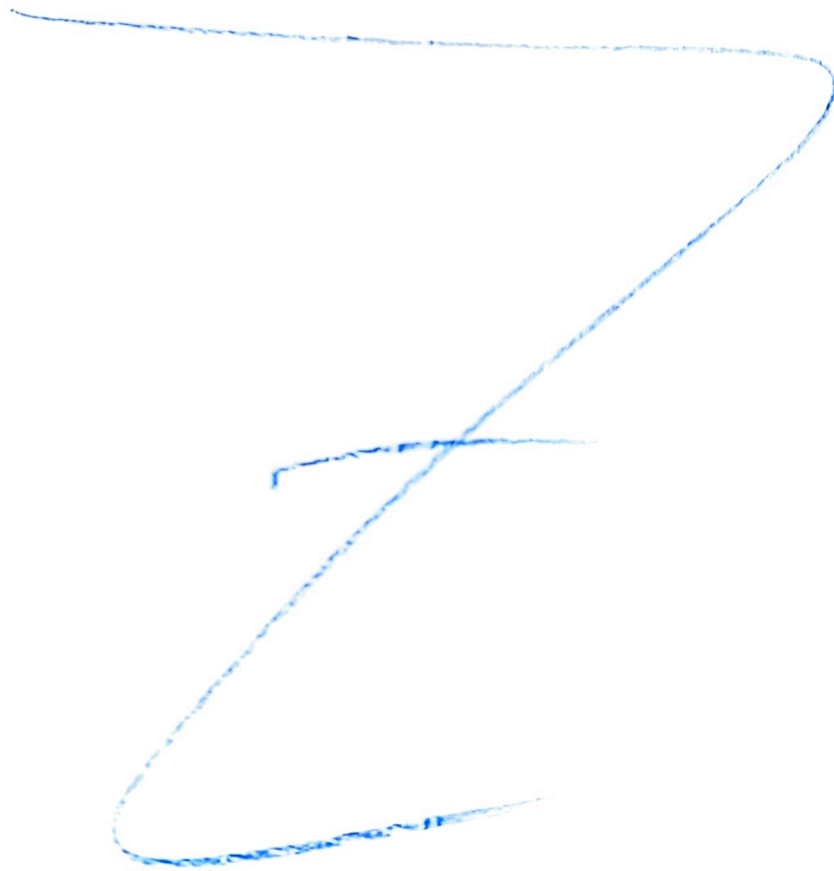
№4

После каждой операции
разность чисел становится
 $(5a-3b) - (4a-5b) = 2(b-a)$, т.е.

после каждого шага разность
между левыми двумя числами
не уменьшается \Rightarrow получить
числа 2007, 2002, ..., 2026 нельзя, т.к.

числа измени-
лись, а наименьшая
разность - нет.

Ответ: Нельзя



8 438