

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Токери Варабьевы 2015
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Ладнова Владислава Андреевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«05» апреля 2026 года

Подпись участника
ЛВ

76-15-98-72
(161.4)

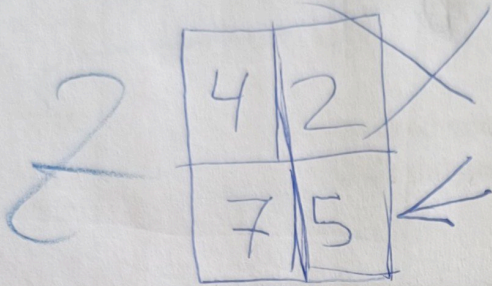
Черновик.

n^2

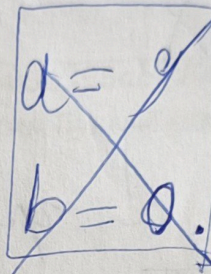
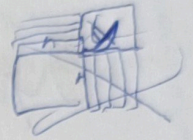
$c, d = 0$ (5, 10, 15, 20, 25-5.5.)

$$n^2 + 4001n = y^2$$

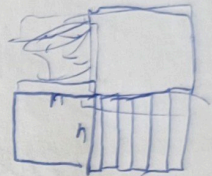
4032941611266056355ab0000



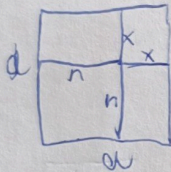
39b
30+d
(69)



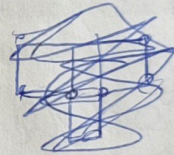
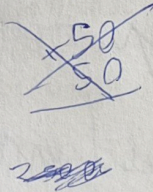
g:51



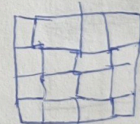
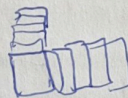
$$4001 \cdot n = 2xh + x^2$$



$$\begin{array}{r} \times 21 \\ \hline 21 \\ + 42 \\ \hline \end{array}$$



$$(4001 - 2x) \cdot n = x^2$$



$$\begin{aligned} 4001n &= 2xn + 0 \\ 4001n &= (2x+1)n \\ x &= 2000 \end{aligned}$$

$$n(n + 4001) = a^2$$

$$n^2 + 4001n = a^2$$

$$4001n = 2xh + x^2$$

нам.

век.

v	t	s
a	75	x
b	15	x

$$b = 5d$$

0, 1, 2, 3, 4

$$4001n = x^2$$

$$n = x^2$$

$$n = x \cdot y$$

$$4001x + 4001y$$

$$4001x \cdot y = 2x^2y + x^2$$

$$4001^2 \cdot xy : x^2$$

$$xy : x^2$$

$$n : x^2$$

$$x^2 : n$$

№1.

Четовик

 $v_{\text{пешехода}} = a$ $v_{\text{велосипедиста}} = b$ По условию $1ч \cdot 15 \text{ мин.} \cdot a = 15 \text{ минут} \cdot b$

$$75 \text{ мин.} \cdot a = 15 \text{ мин.} \cdot b$$

(так как го встретил пешеход шёл 75 минут, а велосипедист - 15.)

$$\text{Тогда } 15 \cdot 5 \cdot a = 15 \cdot b$$

$$5a = b.$$

Тогда велосипедист едет в 5 раз быстрее пешехода.

Значит, если бы они встретились в 10:00, то пешеход бы шёл 45 минут $10:00 - 9:15$, а велосипедист ехал в 5 раз меньше $= 45 : 5 = 9$.

А значит, велосипедист поехал бы в 9:51.

Ответ: 9:51

①

№2

числовик

По условию $n(n+4001) = a^2 =$

$$= n^2 + 4001n = a^2$$

$$4001n = 2nx + x^2 \text{ (рис. 1)}$$

Тогда

$4001n : x$, а так как 4001 - простое, то $n : x$

Данное равенство можно из геометрической соображений:

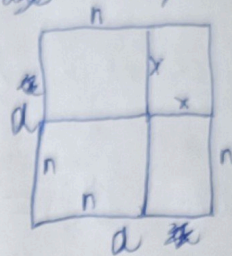


рис. 1.

Допустим, $n = x \cdot y$.

Тогда

$$4001 \cdot x \cdot y = 2x^2y + x^2$$

Тогда $4001 \cdot x \cdot y : x^2$, а так как 4001 - простое, то $xy : x^2$, $n : x^2$.

При этом $x^2 : n$, т.к. (рис. 2)

$$4001n = 2nx + x^2$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 n n n

А значит, $n = x^2$

Тогда верно:

рис. 2.

$$4001n = 2nx + n \quad (\text{замена } x^2 \text{ на } n)$$

$$4001n = n(2x+1)$$

$$4001 = (2x+1)$$

$$x = 2000$$

$$n = 4000000$$

При $n = 4000000$ равенство ~~$4001 \cdot 4000000$~~

②

№ 2 (продолжение) ~~З~~ ~~Четовик~~

При $n = 4000000$

Равенство

$$4001 \cdot 4000000 = 2 \cdot 2000 \cdot 4000000 + 2000^2 \text{ верно.}$$

При этом n однозначно равно 4000000,
ведь мы разобрали все случаи.

Ответ: $n = 4000000$.

③

чистовик

№3

Заметим, что в ~~26!~~ 26! чисел
кратных 5 ровно 5

(5, 10, 15, 20, 25)

На каждый раз в конце приходится
1 пятерка и 1 четное число, а
значит, нулей в конце произведения
ровно 6 (т.к. $25 = 5 \cdot 5$ (2 пятерки), а четных
точно больше 6).

Значит, $c, d = 0$ Заметим, что $26! : 9, : 11$

Сумма цифр на четных местах
равна $39 + b$, а на четных $30 + a$.

По признаку делимости на 11:

$$(39 + b) - (30 + a) : 11$$

Если $(39 + b) - (30 + a) = 0$, то $a = 9, b = 0$,
но нулей в конце ровно 6. Противоречие.

Если $(39 + b) - (30 + a) = 11$, то $b - a = 2$,
при этом $39 : 30 : 3$, а значит, $(a + b) : 3$,
т.е. либо $a = 2; b = 4$, либо $a = 5; b = 7$.

Тогда заметим, что $39 + 30 + a + b : 9$ ($26! : 9$)
 $69 + a + b : 9$ $a + b =$ либо 3, либо 12.

Значит, $a = 5; b = 7$ подходит, а $a = 2; b = 4$
нет.

(4)

№3

числовик

(Продолжение)

Ищем ответ

$$a = 5$$

$$b = 7$$

$$c = 0$$

$$d = 0$$

При этом

$$(39 + b) - (30 + a) \neq 22 \text{ и } \neq -11.$$

(т.к. даже если $b=9, a=0$,

$$48 - 30 = 18 < 22.$$

А если $a=9, b=0$, то

$$39 - 39 = 0 > -11.$$

Таким образом, единственный
ответ:

$$a = 5$$

$$b = 7$$

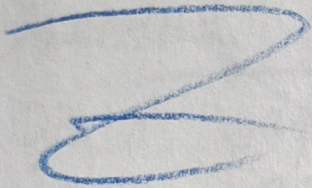
$$c, d = 0.$$

Заметим, что после подобной замены 2х чисел, количество чисел кратных 5 точно не станет меньше исходного.

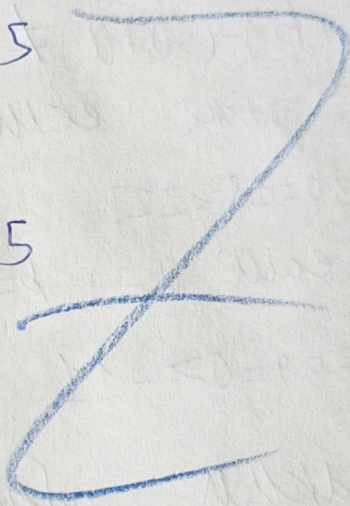
Докажем это:

1) Если $a, b \div 5$:

Тогда $5a - 3b \div 5$



$7a - 5b \div 5$



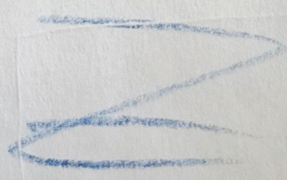
З (было 2, стало 2).

2) Если $a \div 5, b \nmid 5$.

$5a - 3b \nmid 5$, но $7a - 5b \div 5$

3) Если $b \div 5, a \nmid 5$

то $5a - 3b \div 5$



Разбирать остальные случаи не нужно, ведь в них мы не убираем числа $\div 5$.

2

6

№4
(продолжение)

Чистовик

Тогда в любой из следующих
позиций ~~число~~ кол-во чисел
кратных 5 не менее 6
(15, 20, 25, 30, 35, 40).

То в позиции из условия их 5
(2005, 2010, 2015, 2020, 2025).

Противоречие.

Ответ: нет, не может.

№5

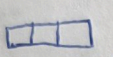

метовик

Заметим, что фигура состоит
 хотя бы из 4х клеток:

1) Если 1 клетка, то фигура - 4-х угольник

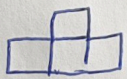
2) Если 2 клетки, то фигура - 4-х угольник

3) Если 3 клетки, то есть 2 варианта:

1) , 2) 

1 сторона - 4 угла

2 сторона - 6 углов.

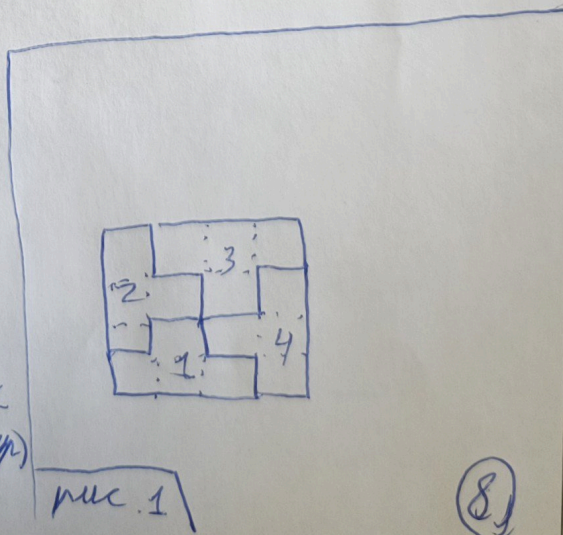
Три этажа есть фигура с 8 углами
 из 4х клеток: 

Данной фигурой можно полностью
 покрыть квадрат 8×8 , т.к.
 ей можно покрыть квадрат 4×4 (рис.1)

А квадратами
 4×4 покрыть
 квадрат 8×8 .

Тогда ~~16~~ фигур не
 более $4 \times 4 = 16$
 (при этом все меньше клеток
 в фигуре, тем больше фигур)

Ответ: 16



(8)

№ 6

Минимум.

Производительность 1 волонтера - с

Кол-во волонтеров в I команде - a

Кол-во волонтеров во II команде - 49-a

Кол-во собранных 1 командой мусора X

Перерыв I группы - t₁

Перерыв II группы - t₂ (часов)

Время работы II группы - t_{раб2}

Время работы I группы - t_{раб1} часов

~~¶~~ ~~¶~~

$$t \cdot (49-a) \cdot c - t_2 \cdot (49-a) \cdot c = t \cdot a \cdot c - t_1 \cdot a \cdot c = X$$

$$(49t - ta) \cdot c - (49t_2 - at_2) \cdot c = X$$

②