0 002278 700002

00-22-78-70
(164.1)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант Е-4

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ПВГ
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Квасова Николая Евгеньевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«05» апреля 2026 года

Подпись участника

Черновик

№1

$$\left(\frac13\right)^{2\sin x}+\left(\frac15\right)^{2\sin x}+1=\left(\frac1{15}\right)^{\sin x}+\left(\frac13\right)^{\sin x}+\left(\frac15\right)^{\sin x}$$

Зам $\sin x = t$

$$\left(\frac13\right)^{2t}+\left(\frac15\right)^{2t}+1=\left(\frac13\right)^{t}\cdot\left(\frac15\right)^{t}+\left(\frac13\right)^{t}+\left(\frac15\right)^{t}$$

$$\cancel{\left(\frac13\right)^{2t}+\left(\frac13\right)^{t}\cdot\left(\frac15\right)^{t}}$$

$xy+x-1y \geq 2xy+1$

$x+y \geq xy+1$

$$x^2+y^2+1 = xy+x+y$$

$\forall$, $\cancel{x^2+y^2 =}$ $2xy$

$x - xy + y - 1 \geq 0$

$-x(y-1)+(y-1)\geq 0$

$(y-1)(1-x)\geq 0$

$(y-1)(x-1)\leq 0$

$$x^2+y^2-xy-x-y+1=0$$

$$x^2-x(y+1)+(y^2-y+1)=0$$

$$D_x=(y+1)^2-4(y^2-y+1)=$$

$$=y^2+2y+1-4y^2+4y-4=$$

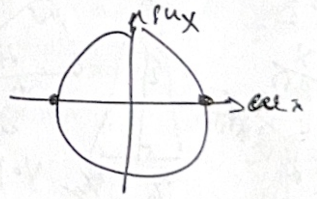
$$=-3y^2+6y-3=-3(y^2-2y+1)=$$

$$=-3(y-1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=1 \Rightarrow D=0 \Rightarrow x=\frac{y+1}{2}=\frac22=1$$

$$\begin{cases}x=1\\ y=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\left(\frac13\right)^{2t}=1\\ \left(\frac15\right)^{2t}=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}t=0\\ t=0\end{cases} \Rightarrow \sin x=0$$

$x=\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$



$\pi < 3{,}15$

$-100\pi \geq -314$

$99+0+1 \Rightarrow 101$ Ответ: 101

$-314 \leq \pi k \leq 3{,}15$

πk

Черновик

№2

$x^3 + (13+8\sqrt{2})x = (8+\sqrt{2})x^2 + 13\sqrt{2}$

$x^3 - x^2(8+\sqrt{2}) + x(13+8\sqrt{2}) - 13\sqrt{2} = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} = 8+\sqrt{2} \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = \frac{c}{a} = 13+8\sqrt{2} \\ x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a} = 13\sqrt{2} \end{cases}$$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$\cancel{x^2 - 8x + 1}$

$x^2 - 4x + x - 4 = 0$

$x(x-4) + (x-4) = 0$

$(x+1)(x-4) = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

$(a+1)(b+1)(c+1) = (ab+a+b+1)(c+1) =$

$= abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1 =$

$= abc + ab + bc + ac + a + b + c + 1 =$

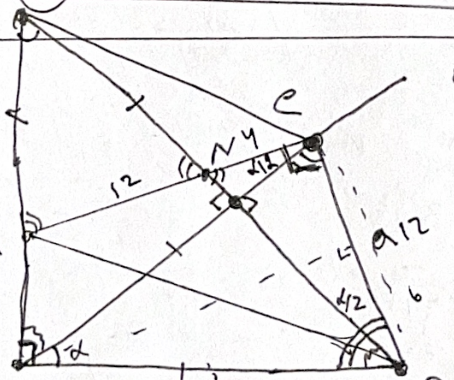
$= 13\sqrt{2} + 13 + 8\sqrt{2} + 8 + \sqrt{2} + 1 =$

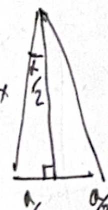
$= 22\sqrt{2} + 22$

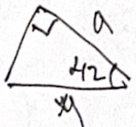
$\boxed{\text{Ответ: } 22\sqrt{2}+22}$

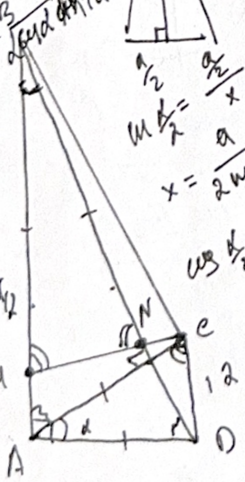
$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{NC}{a}$

№3









$\cos\alpha = \frac{x}{BD}$

$BD = \frac{x}{\cos\alpha} = \frac{a}{2\cos\alpha\sin\alpha/2}$

$\frac{x}{\cos\alpha} \cdot x =$

$= \frac{x}{\cos\alpha} =$

$= \frac{a}{2\cos\alpha\sin\alpha/2}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{a/2}{x}$

$x = \frac{a}{2\sin\alpha/2}$

$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{a}{y}$

$y = \frac{a}{\cos\alpha/2}$

$AC = x = \frac{a}{2\sin\alpha/2}$

$BD = \frac{a}{2\sin\alpha/2} + \frac{a}{\cos\alpha/2}$

$S = \frac{1}{2}\frac{a}{2\sin\alpha/2}\cdot\left(\frac{a}{2\sin\alpha/2} + \frac{a}{\cos\alpha/2}\right) = \frac{a^2}{2}$

$90 - \frac{\alpha}{2} - 90 + \alpha = \frac{\alpha}{2}$

$\frac{x}{BD} = \frac{a}{ND}\cdot\frac{NC}{ND}$

$\frac{NC}{a/2} = \frac{ND}{x}$

$NC \cdot x = a/2\, ND$

$tg\alpha/2 \cdot a \cdot x = a/2 \cdot \frac{a}{\cos\alpha/2}$

$x = \frac{a/2}{\cos\alpha/2\, tg\alpha/2} = \frac{a/2}{\sin\alpha/2}$

00-22-78-70 (164.1)

Черновик

$$\frac{1}{2\sin\alpha/2}\cdot\left(\frac{1}{2\sin\alpha/2}+\frac{1}{\cos\alpha/2}\right)=$$

$$=\frac{1}{4\sin^2\alpha/2}+\frac{1}{2\sin\alpha}=\frac{\sin\alpha+4\sin^2\alpha/2}{4\sin^2\alpha/2\cdot\sin\alpha}$$

$$\frac{1}{2\sin x}\cdot\left(\frac{1}{2\sin x}+\frac{1}{\cos x}\right)=\frac{1}{2\sin x}\cdot\frac{\cos x+2\sin x}{\sin 2x}=$$

$$=\frac{\cos x+2\sin x}{2\sin x\cdot\sin 2x}=$$

1 $12=2^2\cdot3$ $45=3^2\cdot5$ $56=2^3\cdot7$

$\boxed{0-81}$

11 / 12 / 23 / 34 / 45 / 56 / 67 / 78 / 89

187 176

180a

18+a-11 = =17+a

4b78

18+b-11 = =b-3

$a\cdot b \equiv 1$

$\begin{cases}a\equiv1\\ b\equiv1\end{cases}$

$\begin{cases}a+7\equiv1\\ b-3\equiv1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=5\\ b=2\end{cases}$

$(1000+800+a)(4000+100b+70+8)=$

$=4.000.000+b\cdot10.000+70.000+8.000+32.00000+$

$80000b+56000+6400+a\cdot4000+100ab+70a+8a$

$4\sin^2x=1-\sin2x$

$4\sin^2x+2\sin x\cos x-1=0$

$3\sin^2x+2\sin x\cos x-\cos^2x=0$

$3\tg^2x+2\tg x-1=0$

$3\tg^2x+3\tg x-\tg x-1=0$

$3\tg x(\tg x+1)-(\tg x+1)=0$

$\begin{cases}\tg x=-1\\ \tg x=\frac{1}{3}\end{cases}$

$П_1 \Rightarrow \frac{36}{36}$

$П_2 \Rightarrow \frac{35}{36}$

$П_3 \Rightarrow \frac{33}{36}$

$П_4 \Rightarrow \frac{30}{36}$

$П_5 \Rightarrow \frac{26}{36}$

$П_6=\frac{18}{36}$

$\frac{x^2}{1-\frac{72}{x^2}}=\frac{x^4}{x^2-72}$

11 12 21 22 31 13 32 23 14 41

$П_9 \Rightarrow \frac{5}{36}$ 66 65 56 64 46

$П_{10} \Rightarrow \frac{3}{36}$

$П_{11} \Rightarrow \frac{1}{36}$

$П_{12} \Rightarrow \frac{1}{36}$ 0

$144=x^2+x^2-2x^2\cos x$

$2x^2\cos\alpha=2x^2-144$

$\cos\alpha=1-\frac{72}{x^2}$

$\frac{1}{2\sin\beta}=\frac{2\sin\beta}{1-\sin2\beta}$

$4\sin^2\beta=1-\sin2\beta$

$\frac{a}{2\sin\alpha/2}+\frac{a}{\cos\alpha/2}=\frac{a}{2\sin\alpha/2\cos\alpha/2}$

$\frac{1}{2}\frac{x^2}{\sin\alpha}=\frac{1}{2}\frac{a^2}{4\sin^2\alpha/2\sin\alpha}$

$x+\frac{a}{\cos\alpha/2}=\frac{x}{\sin\alpha}$

$x=a\frac{2\sin\alpha/2}{1-\sin\alpha}$

$\cancel{x\sin\alpha-x}$ $x(1-\sin\alpha)=a\cdot2\sin\alpha/2$

Чистовик (1)

№1

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2\sin x}+\left(\frac{1}{5}\right)^{2\sin x}+1=\left(\frac{1}{15}\right)^{\sin x}+\left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x}+\left(\frac{1}{5}\right)^{\sin x}$$

Замена $x=\left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x}$; $y=\left(\frac{1}{5}\right)^{\sin x}$

$$x^2+y^2+1=xy+x+y \quad (*)$$

$$x^2-xy-x+y^2-y+1=0$$

$x^2-x(y+1)+(y^2-y+1)=0$ – квадратное ур-ие от-но x

$$D_x=(y+1)^2-4(y^2-y+1)=y^2+2y+1-4y^2+4y-4=$$

$$=-3y^2+6y-3=-3(y^2-2y+1)=-3(y-1)^2\le 0$$

Квадратное ур-ие имеет решение тогда и только тогда, когда $D_x\ge 0 \Rightarrow -3(y-1)^2=0 \Rightarrow y=1$

Значит $x=\frac{(y+1)}{2} \overset{y=1}{=} \frac{2}{2}=1$

Итого уравнение $(*) \Leftrightarrow (x;y)=(1;1)$

Обратная замена

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x}=1\\ \left(\frac{1}{5}\right)^{\sin x}=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\sin x=0\\ \sin x=0\end{cases} \Rightarrow x=\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$$

При $k\ge 2$: $\pi k\ge 2\pi>2\cdot 3{,}14>3{,}15 \Rightarrow k\ge 2$ – не удовл усл задачи

При $k=1$: $\pi<3{,}15 \Rightarrow k=1$ – удовл усл задачи

При $k\le -100$: $\pi k\le -100\pi<-314 \Rightarrow k\le -100$ – не удовл усл зад.

При $k\in[-99;0]$: $\pi k\geq -99\pi>-314 \Rightarrow k\in[-99;0]$ – удовл усл задачи

Итого: $k\in\mathbb{Z}$ и $k\in[-99;1]$ / Ответ: 101

Чистовик (2)

№2

$$x^3+(13+8\sqrt{2})x=(8+\sqrt{2})x^2+13\sqrt{2}$$

$$x^3-x^2(8+\sqrt{2})+(13+8\sqrt{2})x-13\sqrt{2}=0 \quad (*)$$

Запишем теорему Виета для кубического ур-ия

$(a; b; c)$ - корни уравнения $(*)$

$$\begin{cases} a+b+c=-\frac{-(8+\sqrt{2})}{1}=8+\sqrt{2} \\ ab+bc+ca=\frac{13+8\sqrt{2}}{1}=13+8\sqrt{2} \\ abc=-\frac{-13\sqrt{2}}{1}=13\sqrt{2} \end{cases}$$

Объем параллелепипеда со сторонами $a+1$; $b+1$; $c+1$ равен:

$$V=(a+1)(b+1)(c+1)=(ab+a+b+1)(c+1) \Leftrightarrow$$

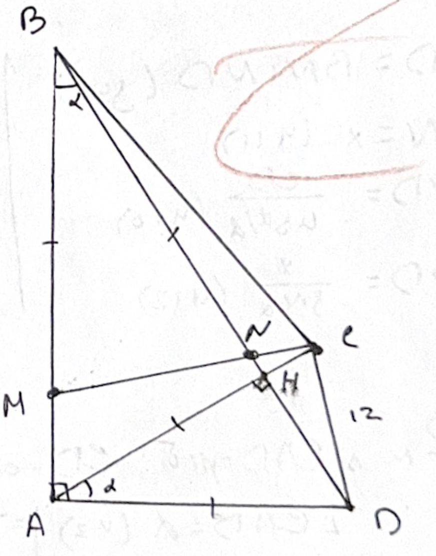
$$\Leftrightarrow abc+ab+bc+ac+a+b+c+1=$$

$$=8+\sqrt{2}+13+8\sqrt{2}+13\sqrt{2}+1=22+22\sqrt{2}=22(\sqrt{2}+1)$$

Ответ: $22(\sqrt{2}+1)$

№3

Решение



1) $\exists\, AC \cap BD = H$

2) $\angle CAD = \alpha$

3) Р-м $\triangle BAD$ - п/у

CH - выс $\triangle BAD$ (усл) $\Rightarrow$

$\angle HAD = \alpha$ (и 2)

$\Rightarrow \angle HAD = \angle ABD = \alpha$ (по св-ву п/у $\triangle$)

4) Р-м $\triangle MBN$ - р/б; MN - осн

$\angle MBN = \alpha$ (и 3) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BMN = \angle BNM = \cancel{90-\alpha}\ 90-\frac{\alpha}{2}$ (по св-ву р/б $\triangle$)

Чистовик ③

5) См. по п4 => $\angle ACD = \angle ADC = 90 - \alpha/2$

6) Р-м AMCD – четырёхуг-к

$\angle BMC$ – внешний угол

$\angle BMC = \angle CDA = 90 - \alpha/2$ (п5+п4) | (по приз вписанного четырёхуг) => AMCD – впис четырёхуг

7) AMCD – впис четырёхуг-к (п6)

$\angle MAD = 90°$ (усл) | (по св-ву впис четырёхуг) => $\angle MAD + \angle MCD = 180°$

$\angle MCD = 90°$

8) Р-м $\triangle BAD$ – п/у ($\angle BAD = 90°$)

$\angle ABD = \alpha$ (п3) => $\angle BDA = 90 - \alpha$ (по св-ву п/у $\triangle$)

9) $\angle BDA = 90 - \alpha$ (п8)

$\angle CDA = 90 - \alpha/2$ (п5)

$\angle BDC = \angle CDA - \angle BDA$ | => $\angle BDC = \alpha/2$

10) Р-м $\triangle NCD$ – п/у ($\angle NCD = 90°$)

$\angle BDC = \alpha/2$ (п9) => $ND = \dfrac{CD}{\cos \alpha/2}$ (по опр cos)

11) $BM = BN = AC = AD = x$

12) Р-м $\triangle BAD$ – п/у ($\angle BAD = 90°$)

$\angle ABD = \alpha$ (п3)

$AD = x$ (п11) | => $BD = \dfrac{x}{\sin \alpha}$

13) $BD = BN + ND$ (усл)

$BN = x$ (п11)

$ND = \dfrac{CD}{\cos \alpha/2}$ (п10)

$BD = \dfrac{x}{\sin \alpha}$ (п12) | => $\dfrac{x}{\sin \alpha} = x + \dfrac{CD}{\cos \alpha/2}$

$x = x \sin \alpha + \dfrac{\sin \alpha \, CD}{\cos \alpha/2}$

$x(1 - \sin \alpha) = CD \cdot 2 \sin \alpha/2$

$x = CD \cdot \dfrac{2 \sin \alpha/2}{1 - \sin \alpha}$

14) Р-м $\triangle CAD$ – р/б; CD – осн

$\angle CAD = \alpha$ (п2)

$AD = x$ (п11) | => $AD = \dfrac{\frac{1}{2} CD}{\sin \frac{\angle CAD}{2}}$ (по св-ву р/б $\triangle$)

$x = \dfrac{\frac{1}{2} CD}{\sin \alpha/2}$

Чистовик (4)

15) $x = CD \cdot \frac{2\sin\alpha/2}{1-\sin\alpha}$ (из 13)

$x = \frac{\frac{1}{2}CD}{\sin\alpha/2}$ (из 14)

$\Rightarrow \frac{2\sin\alpha/2}{1-\sin\alpha} = \frac{1}{2\sin\alpha/2}$

$4\sin^2\alpha/2 = 1-\sin\alpha$

$4\sin^2\alpha/2 + 2\sin\alpha/2\cos\alpha/2 - 1 = 0$

$\cancel{3\sin^2\alpha/2 + 2\sin\alpha/2\cos\alpha/2}$

$3\sin^2\alpha/2 + 2\sin\alpha/2\cos\alpha/2 - \cos^2\alpha/2 = 0$

Разделим $\cos^2\alpha/2 \neq 0$

$3tg^2\alpha/2 + 2tg\alpha/2 - 1 = 0$

$3tg^2\alpha/2 + 3tg\alpha/2 - tg\alpha/2 - 1 = 0$

$3tg\alpha/2(tg\alpha/2 + 1) - (tg\alpha/2 + 1) = 0$

$(tg\alpha/2 + 1)(tg\alpha/2 - \frac{1}{3}) = 0$

$\left[\begin{array}{l} tg\alpha/2 = -1 \\ tg\alpha/2 = \frac{1}{3} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \alpha = 270° > 90° \Rightarrow \text{↯} \\ tg\alpha/2 = \frac{1}{3} \end{array}\right.$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $tg\alpha/2 = \frac{1}{3}$

$tg^2\alpha/2 + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha/2}$

$\frac{1}{\cos^2\alpha/2} = \frac{1}{9} + 1 = \frac{10}{9}$

$10\cos^2\alpha/2 = 9$

$\cos^2\alpha/2 = \frac{9}{10}$

$\sin^2\alpha/2 = \frac{1}{10}$

$\cos\alpha/2 = \frac{3}{\sqrt{10}}$ $\alpha/2 \in (0°; 90°)$

$\sin\alpha/2 = \frac{1}{\sqrt{10}}$

~~$\alpha/2 \in (0°; 90°)$~~

$\sin\alpha = 2\sin\alpha/2\cos\alpha/2 =$

$= 2\frac{3}{\sqrt{10}\sqrt{10}} = \frac{3}{5}$

$AC = x = \frac{\frac{1}{2}CD}{\sin\alpha/2} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 12}{\frac{1}{\sqrt{10}}} = 6\sqrt{10}$

$BD = \frac{x}{\sin\alpha} = \frac{^2\cancel{6}\sqrt{10}}{\frac{\cancel{3}}{5}} = 10\sqrt{10}$

Чистовик (5)

16) Р-м ABCD

$(\widehat{AC; BD}) = 90^\circ$

$AC = x = 6\sqrt{10}$ (п 15)

$BD = 10\sqrt{10}$ (п 15)

$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin 90^\circ$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} 6\sqrt{10} \cdot 10\sqrt{10} =$

$= \frac{6 \cdot 100}{2} = 300$

Отв: 300

№ 4

Воспользуемся свойством остатка от деления числа на 11: $\overline{180a} \underset{mod\ 11}{\equiv} \{a+8-1-0\} = \cancel{\lfloor a+7 \rfloor}\ a+7$

$\overline{4b78} \underset{mod\ 11}{\equiv} \{\cancel{4+7-b-8}\} = \cancel{\lfloor b-3 \rfloor}\ b+8-4-7 = b-3$

Произведение 2х чисел будет давать остаток 1 по mod 11 тогда и только тогда, когда произведение остатков от деления этих чисел на 11 сравнимо по mod 11 с 1.

Рассмотрим все возможные случаи ($x; y$ – остатки от деления некоторых 2х чисел на 11)

$xy \underset{11}{\equiv} 1 \Leftrightarrow$ $\begin{matrix} x \in [0; 10], x \in \mathbb{Z} \\ y \in [0; 10], y \in \mathbb{Z} \end{matrix}$ (*)

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} xy = 1 \\ xy = 12 = 2^2 \cdot 3 \\ xy = 23 \\ xy = 34 = 2 \cdot 17 \\ xy = 45 = 3^2 \cdot 5 \\ xy = 56 = 2^3 \cdot 7 \\ xy = 67 \\ xy = 78 = 3 \cdot 2 \cdot 13 \\ xy = 89 \\ xy = 100 = 5^2 \cdot 2^2 \end{array} \right.$ С учетом (*) $\longrightarrow$ $\left[\begin{array}{l} (x; y) = (1; 1) \\ (x; y) \in \{(2; 6); (6; 2)\} \\ (x; y) \in \{(4; 3); (3; 4)\} \\ (x; y) \in \{(9; 5); (5; 9)\} \\ (x; y) \in \{(8; 7); (7; 8)\} \\ (x; y) \in (10; 10) \end{array} \right.$

Чистовик (6)

Итого получаем 10 различных вариантов.
Тогда: (Далее знак $\equiv \Leftrightarrow \underset{mod 11}{\equiv}$)

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a+7\equiv 1 \Rightarrow a=5 \\ b-3\equiv 1 \Rightarrow b=4 \end{cases} \\ \begin{cases} a+7\equiv 2 \Rightarrow a=6 \\ b-3\equiv 6 \Rightarrow b=9 \end{cases} \\ \begin{cases} a+7\equiv 6 \Rightarrow a=10>9 \Rightarrow \text{↯} \\ b-3\equiv 2 \Rightarrow b=5 \end{cases} \\ \begin{cases} a+7\equiv 4 \Rightarrow a=8 \\ b-3\equiv 3 \Rightarrow b=6 \end{cases} \\ \begin{cases} a+7\equiv 3 \Rightarrow a=7 \\ b-3\equiv 4 \Rightarrow b=7 \end{cases} \\ \begin{cases} a+7\equiv 9 \Rightarrow a=2 \\ b-3\equiv 5 \Rightarrow b=8 \end{cases} \\ \begin{cases} a+7\equiv 5 \Rightarrow a=9 \\ b-3\equiv 9 \Rightarrow b=1 \end{cases} \\ \begin{cases} a+7\equiv 8 \Rightarrow a=1 \\ b-3\equiv 7 \Rightarrow b=10>9 \Rightarrow \text{↯} \end{cases} \\ \begin{cases} a+7\equiv 7 \Rightarrow a=0 \\ b-3\equiv 8 \Rightarrow b=0 \end{cases} \\ \begin{cases} a+7\equiv 10 \Rightarrow a=3 \\ b-3\equiv 10 \Rightarrow b=2 \end{cases} \end{array}\right.$

Проверим, можно ли из полученных пар составить простое число

$\Rightarrow$ $(a;b)=(5;4) \Rightarrow$ не подходит
$(a;b)=(6;9) \Rightarrow$ не подходит
$(a;b)=(8;6) \Rightarrow$ не подходит
$(a;b)=(7;7) \Rightarrow$ не подходит
$(a;b)=(2;8) \Rightarrow$ не подходит
$(a;b)=(9;1) \Rightarrow$ подходит
$(a;b)=(0;0) \Rightarrow$ не подходит
$(a;b)=(3;2) \Rightarrow$ подходит

$\boxed{\Rightarrow}$ Итого: подходящие пары $(a;b)\in\{(9;1);(3;2)\}$

Всевозможные значения получившегося простого числа: 91; 19; 23

Ответ: 91; 19; 23

Чистовик (7)

№5. а

Рассмотрим все случаи возможного случаи результата Полины и для каждого случая найдем вероятность ее победы после 1 хода

У Полины 1 очко: $P_1 = 0$ (по-любому проиграет)

У Полины 2 очка: $P_2 = \cancel{1}\,0$ (проиграет или ничья)

У Полины 3 очка: $P_3 = \frac{1}{36}$ (Оле выпало (1;1))

У Полин 4 очка: $P_4 = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ (Оле выпало (1;1)/(1;2)/(2;1))

У Полин 5 очков: $P_5 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (Оле выпало (1;1)/(1;2)/(2;1)/(2;2)/(3;1);(1;3))

У Полин 6 очков: $P_6 = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$ (Оле выпало: (1;1)/(1;2)/(2;1)/(2;2)/(3;1)/(1;3)/(1;4)/(4;1)/(2;3)/(3;2))

У Полин 7 очков: $P_7 = \frac{15}{36} = \frac{5}{13}$ (Оле выпало: ... /(1;5)/(5;1)/(2;4)/(4;2)/(3;3))

У Полин 8 очков: $P_8 = \frac{21}{36} = \frac{7}{13}$ (Оле выпало: ... /(1;6)/(6;1); (2;5); (5;2); (3;4); (4;3)

У Полин 9 очков: $P_9 = \frac{28}{36} = \frac{7}{9}$ (Оле выпало: ... (2;6)/(6;2); (3;5); (5;3); (4;4)

У Полин 10 очков: $P_{10} = \frac{30}{36}$ (Оле выпало ... (5;4)/(4;5); (6;3); (3;6))

У Поли 11 очков: $P_{11} = \frac{33}{36}$ (Все кроме (6;6)/(5;6)/(6;5))

У Поли 12 очков: $P_{12} = \frac{35}{36}$ (Все кроме (6;6))

Итого $P_{общ} = \frac{1}{12}(P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 \dots + P_{12}) =$

$$= \frac{1}{12} \cdot \frac{1+3+6+10+15+21+26+30+33+35}{36} =$$

$$= \frac{1}{12} \cdot \frac{5 \cdot \cancel{36}}{\cancel{36}} = \frac{5}{12}$$

Ответ: а) $\frac{5}{12}$

Чистовик (8)

№5.б

Решение ан-на №5.а, только имеем следующие шансы:

$\text{УП}_1: P_1 = 0$

$\text{УП}_2: P_2 = \frac{1}{36}$

$\text{УП}_3: P_3 = \frac{2}{36}$

$\text{УП}_4: P_4 = \frac{3}{36}$

$\text{УП}_5: P_5 = \frac{4}{36}$

$\text{УП}_6: P_6 = \frac{5}{36}$

$\text{УП}_7: P_7 = \frac{6}{36}$

$\text{УП}_8: P_8 = \frac{5}{36}$

$\text{УП}_9: P_9 = \frac{4}{36}$

$\text{УП}_{10}: P_{10} = \frac{3}{36}$

$\text{УП}_{11}: P_{11} = \frac{2}{36}$

$\text{УП}_{12}: P_{12} = \frac{1}{36}$

$$P_{общ} = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12} P_i = \frac{1}{12}\cdot\frac{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1}{36} =$$

$$= \frac{1}{12}\cdot\frac{15+6+15}{36} = \frac{36}{12\cdot 36} = \frac{1}{12}$$

Т.к кидаем кости 3 раза подряд

$$P_{итог} = P_{общ}^3 = \left(\frac{36}{12\cdot 36}\right)^3 = \cancel{\frac{5^3\cdot 7^3}{2^3\cdot 6^9}}\ \left(\frac{1}{12}\right)^3$$

Ответ: $\cancel{\frac{5^3\cdot 7^3}{2^3\cdot 6^9}}\ \left(\frac{1}{12}\right)^3$