



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 10Б-2

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ПВГ по матем
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Мазарева Кирилла Владимировича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«05» апрель 2026 года

Подпись участника
[Подпись]

80-37-51-22
(163.9)

Условие №1 лист 1.

$$3^{2\sin x} + 5^{2\sin x} + 1 = 15^{-\sin x} + 3^{\sin x} + 5^{\sin x}$$

$$\Rightarrow (3^{\sin x} - 5^{\sin x})^2 = -(5^{-\sin x} - 1)(3^{\sin x} - 1)$$

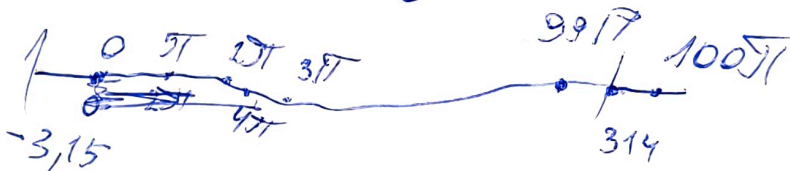
Левая часть ≥ 0 .

$\Rightarrow (5^{\sin x} - 1)$ и $(3^{\sin x} - 1)$ - должны быть разных знаков либо $5^{\sin x} = \frac{1}{4}$ $3^{\sin x} = \frac{1}{4}$

Но случай когда у 2 скобок показателем 0 - не имеет смысла, разные знаки bases не может

$$\Rightarrow 5^{\sin x} = 3^{\sin x} = 1$$

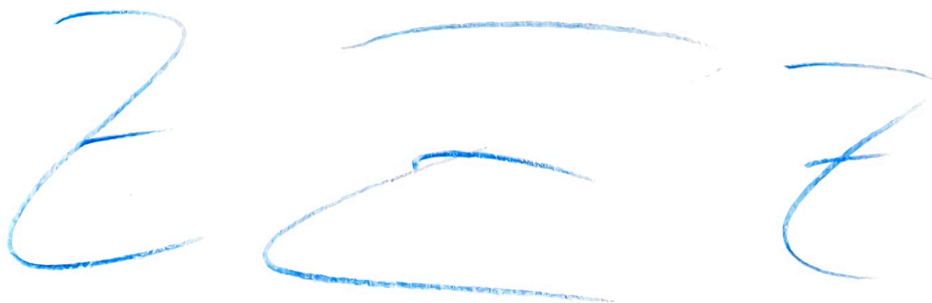
$$\Rightarrow \sin x = 0$$



на этом отрезке есть решения от 0 до 99π включительно, значит решение всего 100

Ответ: 100

лист 1.



Чиробинь

$$\sqrt{2} \quad \text{число } n$$

$$x^3 - (10 + \sqrt{2})x^2 + (22 + 10\sqrt{2})x - 22\sqrt{2} = 0$$

записи г. Вино

$$\begin{cases} a+b+c = 10 + \sqrt{2} \\ ab+bc+ac = 22 + 10\sqrt{2} \\ abc = 22\sqrt{2} \end{cases}$$

$$(a+1)(b+1)(c+1) = \overbrace{abc}^{22\sqrt{2}} + \overbrace{ab+bc+ac}^{22+10\sqrt{2}} + \overbrace{a+b+c+1}^{10+\sqrt{2}+1}$$

$$= 33 + 33\sqrt{2}$$

Ответ: $33 + 33\sqrt{2}$

$\sqrt{5}$
рассмотрим изменение ^{значения} $\sqrt{a+b}$

$$a+b \Rightarrow 5a - 3b + 7a - 5b = 12a - 8b = 4(3a - 2b)$$

То есть, чтобы все шары делились на 4, у каждого элемента пара, чтобы все вместе делилось на 4.

рассмотрим: 2001, 2002, 2003, ..., 2006

Эти числа нельзя как-то сложить так чтобы каждая пара делилась на 4; сложим все вместе \Rightarrow

52351. - это число не делится на 4, значит и пары ~~этого~~ ^{этого ш-ва} не делится

Ответ: Нельзя

шагов

N_6

шлю. 3

Рассмотрим как там может получиться каждое число.

$$12 = 6 + 6$$

$$11 = 5 + 6$$

$$10 = 6 + 4 = 5 + 5$$

$$9 = 6 + 3 = 5 + 4$$

$$8 = 4 + 4 = 5 + 3 = 6 + 2$$

$$7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4$$

$$6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3$$

$$5 = 1 + 4 = 2 + 3$$

$$4 = 1 + 3 = 2 + 2$$

$$3 = 1 + 2$$

$$2 = 1 + 1$$

1-шагов не получается

Поэтому рассмотрим вер. победы там пока

1 хода:

$$\left(\frac{1}{21} \cdot \frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{21} \cdot \frac{2}{12}\right) + \left(\frac{2}{21} \cdot \frac{3}{12}\right) + \dots + \left(\frac{1}{12} \cdot \frac{11}{12}\right)$$

$$= \frac{12}{63} + \frac{2}{14} + \frac{1}{12} + \frac{11}{252} = \frac{59}{252} + \frac{21}{252} + \frac{2}{14} =$$

$$= \frac{80}{252} + \frac{2}{14} = \frac{58}{126}$$

Вер. пром.

$$\frac{126}{126} - \frac{58}{126} = \frac{68}{126} = \frac{34}{63}$$

Ответ: А) $\frac{34}{63}$

Итого 4

б) Также возьмем и посчитаем:

$$\left(\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{21}\right) + \left(\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{21}\right) + \frac{1}{12} \cdot \frac{2}{21} \dots + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{21}$$

Но так как к-во вариантов

Таме после ~~счит~~ 2 повторения то, можно взять эту сумму от 1 до 6 и умножить на 2

$$\left(\frac{2}{252} + \frac{1}{126} + \frac{1}{126} + \frac{1}{84}\right) \cdot 2 + \frac{1}{84} =$$

$$= \frac{9}{252} \cdot 2 + \frac{1}{84} = \frac{18}{252} + \frac{3}{252} = \frac{21}{252} =$$

$= \frac{1}{12}$. Но $\frac{1}{12}$ надо возвести в куб т.к. у нас 3 флага

$$\left(\frac{1}{12}\right)^3 = \frac{1}{144} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{1728}$$

Ответ: б) $\frac{1}{1728}$

в) Рассмотрим каждую вероятность ~~каждого~~ вариантов у Таме. Она показывает ~~каждый вариант~~ будет таме что еще всего будут кадеты числа 6, 7, 8. Также у Таме не может вылезти число 1.

⇒ Таме будет еще вылезать
Ответ: в) Таме.

Черновики

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{21} \quad \frac{1}{12} \cdot \frac{3}{21}$$

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{21} \quad \frac{1}{12} \cdot \frac{3}{21}$$

$$\frac{1}{6 \cdot 12} \cdot \frac{2}{21}$$

~~$$\frac{1}{12} \cdot \frac{3}{21}$$~~

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{2}{21}$$

$$\left(\frac{1}{252} + \frac{1}{126} + \frac{1}{126} + \frac{1}{84} \right) \cdot 2 + \frac{1}{84} \Bigg)^3$$

$$\leq \frac{6}{252} + \frac{1}{84} = \frac{9}{252} \cdot 2 = \frac{18}{126} = \frac{21}{252} =$$

$$= \left(\frac{1}{12} \right)^3 \quad 144 \cdot 12 =$$

$$1440 + 288 = 1500 + 228 \leq 1728$$

$$= 1440 + 288$$

1440	144
1288	12
1440	288
1728	144
1728	1728

Термометр

пусть $\sin x = e^t$ $(3^{\sin x} - 5^{\sin x})^2 = -(5^{\sin x} - 1)$
 $3 = a$ $0 \leq t < 0$ $(3^{\sin x} - 1)$
 $5 = b$ $5^{\sin x} - 1 = 3$

$$3^{2e} + 5^{2e} + 1 = 3^e \cdot 5^e + 3^e + 5^e \cdot 5^{-\sin x} - 1 = -3^{\sin x}$$

$$3^{2e} - 3^e + 1 = 5^{2e} + 5^e + 3^e \cdot 5^{-e} \quad 5^{-\sin x} = -3^{\sin x} + 2$$

$$(3^e - 1)^2 = 5^{2e} + 5^e + 3^e \cdot 5^{-e} - 3^e$$

$$\frac{3^{2e}}{5^e} = \left(\frac{3}{5}\right)^e \cdot 3^e + \frac{5^{2e}}{5^e} = 5$$

$\Rightarrow \sin x = 0$
 не подходит
 решение

$$\left(\frac{3}{5}\right)^e \cdot 3^e + 5^e + \frac{5^e}{5^e} = 3^e + \left(\frac{3}{5}\right)^e + 1$$

$$\left(\frac{9}{5}\right)^e + 5^e + \left(\frac{1}{5}\right)^e = 3^e + \left(\frac{3}{5}\right)^e + 1$$

$$(3^e - 1)^2 = (5^e + 1)^2 + 3^e \cdot 5^e - 3^e - 5^e$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = (1-b)(a-1)$$

$$(a-b)^2 = -(b-1)(a-1)$$

$$a^2 + b^2 + 1 = ab + a + b$$

$$a^2 - ab + b^2 = a + b - 1$$

$$|a-b|^2 = a - ab + b - 1 = a(1-b) + b - 1$$

~~$$x_1 + x_2 + x_3 = 22 + 10\sqrt{2}$$~~

$$x_1 + x_2 + x_3 = x^3 - (10 + \sqrt{2})x^2 + (22 + 10\sqrt{2})x - 22\sqrt{2} = 0$$

$$= 10 + \sqrt{2}$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = 22 + 10\sqrt{2}$$

$$x_1 x_2 x_3 = 22\sqrt{2}$$

$$(x_1 + 1)(x_2 + 1)(x_3 + 1) = (x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1)(x_3 + 1) =$$

$$= x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 + x_1 + x_2 + x_3 + 1 =$$

$$= 22\sqrt{2} + 22 + 40\sqrt{2} + 40 + \sqrt{2} + 1 = \boxed{33 + 33\sqrt{2}}$$

№ 55 Черновик
 математика

$a + b \rightarrow 12a - 16$

$4(3a - 2b)$

$\rightarrow a + b : 4$

~~$2004 + 2000$~~

$2026 + 2002 = 4028$

$2025 + 2003 = 4028$

$2024 + 2004$

$2023 + 2005$

$2022 + 2006$

$2021 + 2007$

$2018 + 2010$

$2017 + 2011$

$2016 + 2012$

$2015 + 2013$

$2014 + 2009 = 4023$

$$\begin{array}{r} 1001 \overline{) 11} \\ - 999 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2907 \overline{) 11} \\ - 2880 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2907 \overline{) 11} \\ - 2880 \\ \hline 27 \\ - 27 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2905 \overline{) 11} \\ - 2880 \\ \hline 25 \end{array}$$

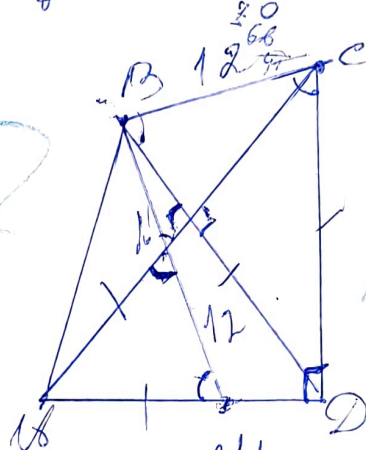
$$\begin{array}{r} 2905 \overline{) 11} \\ - 2880 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2900 \overline{) 11} \\ - 2880 \\ \hline 20 \end{array}$$

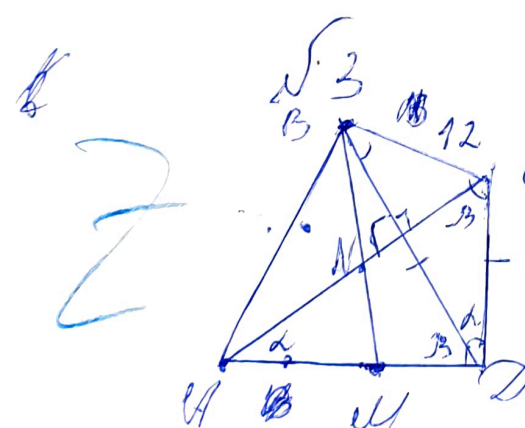
$$\begin{array}{r} 2900 \overline{) 11} \\ - 2880 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2901 \overline{) 11} \\ - 2880 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2901 \overline{) 11} \\ - 2880 \\ \hline 21 \end{array}$$



$2904 \quad NM = 12$



$AM = AN = BM$

$DB = DC$

Зерновик

$a \neq 3$

$b \neq 2; d \neq 4; f \neq 6; b \neq 8; b \neq 5$

$\overline{4a89} \cdot \overline{2906} \equiv 1 \pmod{11}$

$(4 \cdot 1000 + a \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 9)(2 \cdot 1000 + 9 \cdot 100 + 0 + 6) \equiv 1 \pmod{11}$

~~$8 \cdot 1000^2 + 36$~~

~~$8 \cdot 10^6 + 36 \cdot 10^5 + 4 \cdot 8 \cdot 10^3 + 2 \cdot a \cdot 10^5 + 9 \cdot a$~~

~~$+ a \cdot 6 \cdot 10^2 + 8 \cdot 2 \cdot 10^4$~~

~~$4a89 \mid 9$~~

~~$4189 \mid 11$~~

~~$4389 \mid 33$~~

~~$\begin{array}{r} 99 \\ -99 \\ \hline 0 \end{array}$~~

~~$\begin{array}{r} 88 \\ -88 \\ \hline 0 \\ 4289 \mid 11 \\ \hline 33 \\ 98 \\ -88 \\ \hline 109 \end{array}$~~

~~$\begin{array}{r} 4389 \\ -33 \\ \hline 4389 \\ -108 \\ \hline 4389799 \end{array}$~~

1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0

~~варианта 12~~

- ~~1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12~~

~~Варианта Тамм~~

- ~~1 2 3 4 5 6
1 2 3 4 5 6~~

~~$\frac{1}{36} \frac{1}{36} \frac{1}{36} \frac{1}{36} \frac{1}{36} \frac{1}{36} \frac{1}{36} \frac{1}{36} \frac{1}{36} \frac{1}{36} \frac{1}{36} \frac{1}{36}$~~

~~А) 15 тамм больше~~

~~$2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \cdot \frac{3}{36} \cdot \frac{35}{36}$~~

Сергей

$$12 = 6 + 6$$

$$11 = 5 + 6$$

$$10 = 6 + 4 = 5 + 5$$

$$9 = 6 + 3 = 5 + 4$$

$$8 = 4 + 4 = 3 + 5 = 6 + 2$$

$$7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4$$

$$6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3$$

$$5 = 1 + 4 = 2 + 3$$

$$4 = 1 + 3 = 2 + 2$$

$$3 = 1 + 2$$

$$2 = 1 + 1$$

$$S = \frac{1+26}{2}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 27 \\ 13 \\ \hline 181 \\ 27 \\ \hline 351 \end{array}$$

$$2: \frac{1}{21} \cdot \frac{1}{12}$$

$$3: \frac{1}{21} \cdot \frac{2}{12}$$

$$4: \frac{2}{21} \cdot \frac{3}{12}$$

$$5: \frac{2}{21} \cdot \frac{4}{12}$$

$$6: \frac{3}{21} \cdot \frac{5}{12}$$

$$7: \frac{3}{21} \cdot \frac{6}{12}$$

$$8: \frac{3}{21} \cdot \frac{7}{12} = \frac{1}{12}$$

$$9: \frac{4}{21} \cdot \frac{8}{12}$$

$$10: \frac{4}{21} \cdot \frac{9}{12}$$

$$11: \frac{5}{21} \cdot \frac{10}{12}$$

$$12: \frac{5}{21} \cdot \frac{11}{12}$$

21 барман

куб а - число там

8 - число там

0.6 = 0

$$\begin{aligned} & \frac{1}{252} + \frac{1}{126} + \frac{1}{63} + \frac{2}{63} \\ & + \frac{5}{84} \cdot 2 + \frac{1}{14} \\ & = \frac{32}{252} + \frac{1}{14} + \frac{9}{126} + \frac{2}{63} \\ & = \frac{32}{252} + \frac{18}{252} + \frac{18}{252} + \frac{8}{252} \\ & = \frac{76}{252} = \frac{19}{63} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{32}{252} + \frac{1}{14} = \frac{32}{252} + \frac{18}{252} = \frac{50}{252} \\ & \frac{50}{252} + \frac{9}{126} = \frac{50}{252} + \frac{18}{252} = \frac{68}{252} \\ & \frac{68}{252} + \frac{2}{63} = \frac{68}{252} + \frac{8}{252} = \frac{76}{252} = \frac{19}{63} \end{aligned}$$

$$A) \frac{41}{126}$$

$$= \frac{40}{126} + \frac{1}{126}$$

$$\frac{40}{126} + \frac{2}{14} = \frac{58}{126}$$

$$A) \frac{58}{126} = \frac{29}{63}$$

$$\frac{59}{252} + \frac{21}{252} + \frac{2}{14} = \frac{80}{252} + \frac{2}{14}$$