0 447433 470008

44-74-33-47
(164.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант Е-1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ПВГ
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Окулова Дмитрия Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«05» АПРЕЛЯ 2026 года

Подпись участника

85 (восемьдесят пять) ~~А+1~~ – А

44-74-33-47 (642)

Чистовик

Стр. 1

~~№4. $(\overline{793a}\cdot 10^{?} + \overline{b09}) \underset{11}{\equiv} 1$~~

~~$\Downarrow$~~

~~$(8939 + 100b + a) \underset{11}{\equiv} 1 \Rightarrow (7+a+b) \underset{11}{\equiv} 1 \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow (a+b) \underset{11}{\equiv} 5$, ($a$ и b) – цифры $\Rightarrow$ есть варианты:~~

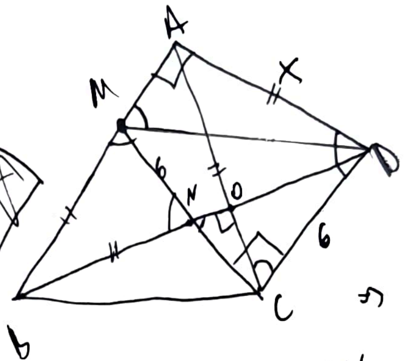
~~$0+5$, $1+4$, $2+3$, $3+2$, $4+1$, $5+0$, $6+10$, $7+9$, $8+8$, $9+7$, $10+6$~~

~~нет, т.к. 10 – не цифра~~

~~(Из 1 и 4 получаем 41, из 2 и 3 получаем 23, из 7 и 9 получаем 79 и 97, из 8 и 8 не составить, из 0 и 5 не составить (по усл. число двузначное) $\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow$ Ответ: 41, 23, 79, 97~~

№3.



$BM = BN = AC = AD$

$\Downarrow$

$\angle ACD = \angle ADC = \alpha$, т.к. $\triangle ACD$ – р/б $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CAD = 180 - 2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAC = 2\alpha - 90 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle MBD = 180 - 2\alpha \Rightarrow \angle BMN = \angle BNM = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle BMN \sim \triangle CAD$ по 2-ум угл. и $BM = AC \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle BMN = \triangle CAD \Rightarrow MN = CD = 6. \Rightarrow \angle AMC = 180 - \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AMC + \angle ADC = 180° \Rightarrow$ $MADC$ – вписан. $\Rightarrow \angle MAD = \angle MCD = 90$

и $\angle DAC = \angle CMD = 180 - 2\alpha$ – опир. на 1 дугу $\Rightarrow \angle AMD = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BMD = 180 - \alpha$ и тогда $\angle BMD = \angle MND$, $\angle BDM$ – общ. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle MND \sim \triangle BMD \Rightarrow \frac{MN}{BM} = \frac{MD}{BD} \Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{MD}{x+ND}$ и $\frac{6}{x} = \frac{ND}{MD} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6x + 6ND = xMD \\ 6MD = xND \end{cases} \Rightarrow 6x + 6ND = \frac{x^2 \cdot ND}{6} \Rightarrow ND \cdot \frac{x^2-36}{6} = 6x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ND = \frac{36x}{x^2-36} \Rightarrow MD = \frac{6x^2}{x^2-36} \Rightarrow BD = x + ND = \frac{x^3}{x^2-36}$$

~~из теор. Пиф $\triangle MCD$: $MC = \sqrt{MD^2 - 36} = 6\sqrt{\left(\frac{x^2}{x^2-36}\right)^2 - 1} = 6\sqrt{\frac{36}{x^2-36} \cdot \frac{2x^2-36}{x^2-36}} = \frac{36}{x^2-36} \cdot \sqrt{2x^2-36}$~~ Из теор. Пиф $\triangle NDC$: $NC = \sqrt{ND^2 - 36} = 6\sqrt{\left(\frac{6x}{x^2-36}\right)^2 - 1} =$

$= \frac{6}{x^2-36} \cdot \sqrt{36x^2 - (x^2-36)^2}$. Т.к. $\angle DOC = \angle NCD$ и $\angle OCD = \angle CND \Rightarrow$

(см. продолжение на стр. 2) Стр. 1

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

№3 (прод-е) чистовик

⇒ $\triangle OCD \sim \triangle NCD \Rightarrow \frac{OC}{\frac{6}{x^2-36}\sqrt{36x^2-(x^2-36)^2}} = \frac{6}{\frac{36x}{x^2-36}} \Rightarrow$

стр. 2

$\Rightarrow OC = \frac{\sqrt{36x^2-(x^2-36)^2}}{x} \Rightarrow$ ~~$AC = x + OC \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow S_{AMCD} = \frac{1}{2}\cdot BD\cdot AC = \frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{x^2-36}\cdot(x+OC) =$~~

~~$= \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x^4}{x^2-36} + x^2\cdot\sqrt{\frac{36x^2}{(x^2-36)^2}-1}\right)$~~

Из теор. Пиф. $\triangle OCD$: $OC^2+OD^2=36 \Rightarrow OD^2 = \frac{(x^2-36)^2}{x^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow OD = \frac{x^2-36}{x}$ ⇒ ~~$OB = \frac{x^3}{x^2-36} - \frac{x^2-36}{x} =$~~

⇒ $AO^2 = x^2 - \frac{(x^2-36)^2}{x^2} = \frac{2\cdot36x^2-36^2}{x^2} = \frac{36}{x^2}\cdot(x^2-36) \Rightarrow$

$\Rightarrow AO = \frac{6\sqrt{x^2-36}}{x}$. ~~A т.к. (O вне. прям. B ⇒)~~

⇒ ~~$OC^2 = NO\cdot OD \Rightarrow \frac{36x^2-(x^2-36)^2}{x^2} = NO\cdot\frac{x^2-36}{x} \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow NO = 36x^2-(x^2-36)^2$~~

По теор. син-ов $\triangle ACD$: $\frac{x}{\sin\alpha} = \frac{6}{\sin(180-2\alpha)} = \frac{6}{2\sin\alpha\cos\alpha} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{x}$ ~~$= \frac{NC}{ND} \Rightarrow \frac{3}{x}$~~ $\Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-\frac{9}{x^2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{1-\frac{9}{x^2}} = \frac{CD}{ND} = \frac{6}{\frac{36x}{x^2-36}} = \frac{x^2-36}{6x} \Rightarrow$

См. прод-е на стр. 3

$\Rightarrow \frac{x^2-9}{x^2} = \frac{(x^2-36)^2}{36x^2} \Rightarrow 36x^2-36\cdot9 = x^4-2\cdot36x^2+36^2 \Rightarrow$

$36 \cdot 3 = 108$

$\Rightarrow x^4 - 3\cdot36x^2 + 36\cdot45 = 0.$ $D =$ ~~36^2~~ $9\cdot36^2 - 4\cdot36\cdot45 =$

$= 9^3\cdot4^2 - 4^2\cdot9^2\cdot5 = 4^2\cdot9^2\cdot(9-5) = 4^3\cdot9^2 = (8\cdot9)^2 = 72^2$

$x^2 = \frac{36\cdot3\pm72}{2} \Rightarrow x^2=90$ или $x^2=18$

$\Downarrow$ $x=3\sqrt{10}$ $\quad$ $\Downarrow$ $x=3\sqrt{2}$

~~Т.к. ∠BAD = 90° ⇒ ∠MBN — острый ⇒ 180 − 2α ⇒ ∠α вед~~

44-74-33-47 (16.2)

№3 (прод-е 2)

Чистовик

1) $x = 3\sqrt{10} \Rightarrow BD = x + ND = 3\sqrt{10} + \frac{36x}{x^2-36} = 3\sqrt{10} + \frac{36\cdot 3\sqrt{10}}{90-36} =$

$= 3\sqrt{10} + \frac{36\cdot 3\sqrt{10}}{54} = 3\sqrt{10} + \frac{4\cdot 3\cdot 9\sqrt{10}}{9\cdot 2\cdot 3} = 5\sqrt{10}$

$AC = \sqrt{x^2+36} = \sqrt{90+36} = 3\sqrt{10+4} = 3\sqrt{14} \Rightarrow$

$\Rightarrow S = \frac{1}{2}\cdot 5\sqrt{10}\cdot 3\sqrt{14} = \frac{15\sqrt{140}}{2} = 15\sqrt{35}$

2) $x = 3\sqrt{2} \Rightarrow$ ~~$BD = x + ND = 3\sqrt{2} + \frac{36x}{x^2-36} = 3\sqrt{2} + \frac{36\cdot 3\sqrt{2}}{}$~~

$\Rightarrow ND = \frac{36x}{x^2-36} = \frac{36\cdot 3\sqrt{2}}{18-36} < 0$ – невозм. $\Rightarrow x \neq 3\sqrt{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Отв: $S = 16\sqrt{35}$

№1. $2^{2\sin x} + 7^{2\sin x} + 1 = 2^{\sin x} - 7^{\sin x} + \overset{a}{2^{\sin x}} + \overset{b}{7^{\sin x}}$

$a^2 + b^2 + 1 = ab + a + b \Rightarrow a^2 + a(-b-1) + (b^2 - b + 1) = 0$

$D = (b+1)^2 - 4(b^2 - b + 1) = b^2 - 4b^2 + 2b + 4b + 1 - 4 =$

$= -3(b^2 - 2b + 1) = -3(b-1)^2 \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ если a – существует, то $b = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow 7^{\sin x} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = \pi k;\ k \in \mathbb{Z}$

$-3{,}14 > -\pi$ и $100\pi = 314,\ldots < 315$ $\Rightarrow$

$-3{,}14 < 0$ $\quad 101\pi > 315$

$\Rightarrow k \in [0; 100] \Rightarrow$ всего 101 реш-е

Отв: 101 реш-е

См. далее стр. 4

Стр. 3

№5. Стр. 4 Чистовик

А) Петя выигр. с 1-ого => у Пети > у Васи

~~Вар-ний~~ Вариантов того, что сумма выпавш. у Васи чисел будет n (n ≤ 6) ~~равно~~ [illegible]

это вар-ни $1;(n-1)$ $(n-1);1$

$2;(n-2)$ $(n-2);2$

$\lfloor \frac{n}{2} \rfloor ; \lceil \frac{n}{2} \rceil$ $(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor ; \lceil \frac{n}{2} \rceil)$

и в случ. чёт n последняя пары превращ. в ~~две~~ одну

см. ~~далее~~ продолж-е стр. 5

при $n = 7+k$ нам не может выпасть число $\le k$, ведь тогда другое число ≥ 6 – против-е =>

=> вар-ны:
$k+1; 6$
$k+2; 5$
$k+3; 4$
$k+4; 3$
$k+5; 2$
$k+6; 1$

здесь возм. не все вар-ны, в завис-ти от k (ведь $k+m \le 6$)

Тогда вручную:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
~~вероятность~~ кол-во вариантов выпадения	0	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

Тогда ~~шанс~~ вар-ов того, что у Васи выпала числа с суммой $\le n$:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
вар-в	0	0	1	3	6	10	15	21	26	30	33	35
вероятн.	0	0	$\frac{1}{6^2}$	$\frac{3}{6^2}$	$\frac{6}{6^2}$	$\frac{10}{6^2}$		-	-.		$\frac{33}{6^2}$	$\frac{35}{6^2}$

Тогда искомая вероятность: $\frac{1}{12} \cdot \left(\frac{1}{6^2} + \ldots + \frac{35}{6^2}\right) =$

$$= \frac{1 \overset{4}{+} 3 \overset{10}{+} 6 \overset{20}{+} 10 \overset{35}{+} 15 \overset{56}{+} 21 \overset{82}{+} 26 \overset{112}{+} 30 \overset{145}{+} 33 + 35}{12 \cdot 36} = \frac{180}{12 \cdot 36} = \frac{10}{24} = \boxed{\frac{5}{12}}$$

Отв: $\frac{5}{12}$

Стр. 4

№5 (прод-е)

Б). Если победитель не выявл, то все 3 хода выпадали равные суммы

вер-ть выпадения на ходу у обоих суммы n:

~~n~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	~~9~~	~~10~~	~~11~~	~~12~~
~~вер-ть~~	~~$\frac{1}{12}\cdot 0$~~	~~$\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{6^2}$~~	~~$\frac{1}{12}\cdot\frac{3}{6^2}$~~	~~$\frac{1}{12}\cdot\frac{6}{6^2}$~~	~~$\frac{1}{12}\cdot\frac{10}{6^2}$~~							~~$\frac{1}{12}\cdot\frac{35}{}$~~

n	1	2	3	4	5	..	12
вер-ть	$\frac{1}{12}\cdot 0$	$\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{6^2}$	$\frac{1}{12}\cdot\frac{3}{6^2}$	$\frac{1}{12}\cdot\frac{4}{6^2}$	$\frac{1}{12}\cdot\frac{5}{6^2}$		$\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{6^2}$

Итого вер-ть: $\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{6^2}\cdot(1+3+4+5+6+5+4+3+2+1) =$

$= \frac{1}{12}\cdot\frac{36}{36} = \frac{1}{12} \Rightarrow$ Итоговая вер-ть: $\left(\frac{1}{12}\right)^3$

Ответ: $\left(\frac{1}{12}\right)^3 = \frac{1}{1728}$

В). Вер-ть выигр. Васи на 1-ом ходу $= \frac{5}{12}$

На 2-ом $= \frac{7}{12}\cdot\frac{5}{12} = \frac{35}{12^2}$

проиграл на 1-ом

выигр. на 2-ом

$$\begin{array}{r} 144 \\ \times\ 5 \\ \hline 720 \end{array}$$

На 3-ем $= \frac{7}{12}\cdot\frac{7}{12}\cdot\frac{5}{12} = \frac{7^2\cdot 5}{12^3}$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 12 \\ \hline 70 \\ 35 \\ \hline 420 \end{array}$$

Итого вер-ть Васи выиграть $= \frac{5}{12} + \frac{35}{12^2} + \frac{7^2\cdot 5}{12^3} =$

$= \frac{5\cdot 12^2 + 35\cdot 12 + 35\cdot 7}{12^3} =$ ~~1385~~ $\boxed{\frac{1385}{1728}}$

$$\begin{array}{r} 720 \\ +420 \\ \hline 1140 \\ +245 \\ \hline 1385 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times\ 7 \\ \hline 245 \end{array}$$

Отв: $\frac{1385}{1728}$

см. далее стр. 6

№2. $x^3+(23+10\sqrt{3})x=(10+\sqrt{3})x^2+23\sqrt{3}$ Чистовик

$$x^3-(10+\sqrt{3})x^2+(23+10\sqrt{3})x-23\sqrt{3}=0$$

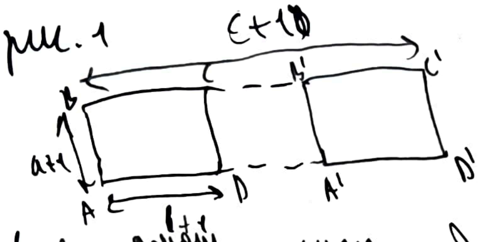
По т. Виета: $a+b+c=10+\sqrt{3}$ НУО: $a\le b\le c$

$$ab+bc+ac=-23-10\sqrt{3}$$

$$abc=23\sqrt{3}$$

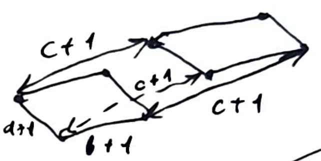
Тогда у нас есть стороны $(a+1)$, $(b+1)$ и $(c+1)$ Сделаем 1 грань ~~квадратом~~ прямоуг. $(a+1)(b+1)$ и расм. 2 этих ~~квадрата~~ прямоуг. в 1 плоскости (см. рис. 1)

рис. 1



(~~квадраты~~ прямоуг. могут наложиться друг на друга)

рис. 2



Стр. 6

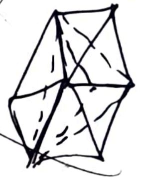
см. далее стр. 7

Теперь немного "приподнимем" ~~B~~ прямоуг. $A'B'C'D'$ сохраняя расст $AA'=BB'=CC'=DD'=1$

Тогда т.к. высота подъема может быть беск. малой, то и объем может быть беск. малым.

~~Весь параллелепип. можно разделить на 2 четырёхуг. пирамиды:~~

~~и объем каждой $=\frac{1}{3}\underbrace{\text{высота}}_{\text{мелкая}\to 0}\cdot\underbrace{S_{ABCD}}_{\text{фиксировано}}$ $(=S_{A'B'C'D'})=1$ и объём любой $\to 0$~~



~~$\Rightarrow V\in(0;V^{D}_{max})$~~

~~а V_{max} достигается в случ-е, когда параллелепип. явл. прямоугольным: Весь объём у искомых пирамид $=\frac{1}{3}\underbrace{\text{высота}}_{\text{s наклонной}=AA'=c+1}\cdot\underbrace{S_{ABCD}}_{=(a+1)(b+1)\cdot\sin\alpha}$ $\Rightarrow$~~ $\sin\alpha\le 1$

Стр. 6

№2 (продолжение) [Чистовик]

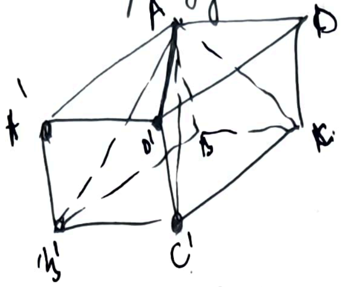
~~$\circledast$ $V_{max} = 2\cdot\frac{1}{3}\cdot(c+1)\cdot(a+1)(b+1) = \frac{2}{3}(a+1)(b+1)(c+1)$~~

(вплоть до 0, когда прямоуг. в 1 плоскости)

$\Rightarrow V \in (0; V_{max}]$

а V_{max} достиг. в случае, когда параллелеп. прямоуг., ведь:

Можно разделить 3 пирамиды:



Пирамиды: $AA'B'C'D'$ – 1-ая h_1, S_1
$AD'C'CD$ – 2-ая h_2, S_2
~~[illegible]~~ – 3-я h_3, S_3
$AB'BCC'$

и объём каждой $= \frac{1}{3}\cdot h_i\cdot S_i$

$$\left.\begin{array}{l} h_1 \le AA' \\ h_2 \le AD \\ h_3 \le AB \end{array}\right\} \text{т.к. } AA', AD \text{ и } AB \text{ – наклонные}$$

$$\text{и} \quad \left.\begin{array}{l} S_1 \le AB\cdot AD \\ S_2 \le AB\cdot AA' \\ S_3 \le AA'\cdot AD \end{array}\right\} \text{т.к. } S_i = AX\cdot AY\cdot\sin\alpha \text{ – угол}$$

меж AX и AY, а $\sin\alpha \le 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow V \le \frac{1}{3}\cdot(AA'\cdot AB\cdot AD + AD\cdot AB\cdot AA' + AB\cdot AA'\cdot AD) =$$

$$= (a+1)(b+1)(c+1) \circledast = abc+a+b+c+ab+ac+bc+1 =$$

$$= 10+\sqrt{3} - 23 - 10\sqrt{3} + 23\sqrt{3} + 1 = \circledast -12+14\sqrt{3}$$

Отв: $V \in (0; 14\sqrt{3}-12]$

См. далее стр. 8

Шитовин

№1.

$\overline{793a} \cdot \overline{1b09} \underset{11}{\equiv} 1 \Rightarrow (7930+a)(1009+100b) \underset{11}{\equiv} 1$

$\Downarrow$

$(10+a)(8+b) \underset{11}{\equiv} 1$

$\Downarrow$

$80+10b+8a+ab \underset{11}{\equiv} 1$

$\Downarrow$

$10b+8a+ab \underset{11}{\equiv} -2 \underset{11}{\equiv} 9 \Rightarrow$

ab или ba - простое

7930 | 11
72 | 10

1009 | 11
91 | 8

100 | 11
9 | 1

$\Rightarrow (10b+8a+ab-9) \vdots 11$

$\Downarrow$

$(-b-3a+ab+2) \vdots 11$

~~$(a-1)(b-1)=ab-a-b+1$~~

~~$((a-1)(b-1)-2a+1) \vdots 11$~~

$(a-1)(b-\cancel{a}-3)-1 \underset{11}{\equiv} 0$

$(a-1)(b-3) \underset{11}{\equiv} 1$

Вар-ты остатков:

a-1	b-3	
1	1	+
2	6	+
3	4	+
4	3	+
5	9	+
6	2	+
7	8	+
9	5	−
10	10	+
8	7	−

Т.к. a и b - цифры $\Rightarrow$

$\Rightarrow -1 \le a-1 \le 8 \Rightarrow a-1 \underset{11}{\equiv} 0,1,\dots,8$ и 10

$-3 \le b-3 \le 6 \Rightarrow b-3 \equiv 0,1,\dots,6$ и 8,9,10

[illegible]

Тогда подходят a и b такие:

a	b	
2	4	— не сост. простое
3	9	— не сост. простое
4	7	— 47
5	6	— не сост-ть
6	[illegible]	— 61
7	5	— [illegible] не сост-ть
8	0	— не сост-ть
0	2	— не сост-ть

Отв: 47, 61

Стр. 8

4. $\overline{7b}$ или $\overline{ba}$ – прост.

черновик

$\overline{793a} \cdot \overline{1b09} = 11k+1$

~~7~~ $\underbrace{7930+1000+9}$ + $100b+a = 11k+1$

8932 | 11
82

8939 | 11
812 | ⑦

⇓

$100b+a \underset{11}{\equiv} 1-7 = -6$

⇓

$a+b \underset{11}{\equiv} -6 \Rightarrow a+b \underset{11}{\equiv} 5$

$\boxed{\text{Стр. 1}}$

Или $\overline{ab}$ – прост.

чет b – прост.

~~a b~~

~~0+5~~

1+4
2+3
3+2
4+1
~~5+0~~
~~6+10~~

7+9
~~8+8~~
9+7
~~10+6~~

~~1~~ ~~2~~ 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

0 0 1+1

1+1
2+1
1+2

1+1
1+2
1+3
2+1
3+1
2+2

1+1
1+2
1+3
1+4
4+1
2+1
2+1
2+2
3+2
2+3

1 3 6 10

+2 +3 +4

$\frac{1}{36}$

6·6=36

5

1 5
2 4
3 3

6

1 6
2 5
3 4

~~5~~ 5 - сочет-все

$+ \left[\frac{5}{2}\right] \cdot 2$

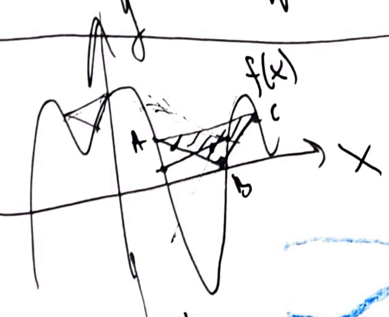
6 - сочет - все + ~~$\left[\frac{6}{2}\right] \cdot 2$~~ 5

1 1 1 –
2 2 2
3 3 3
4 4 4
5 5 5

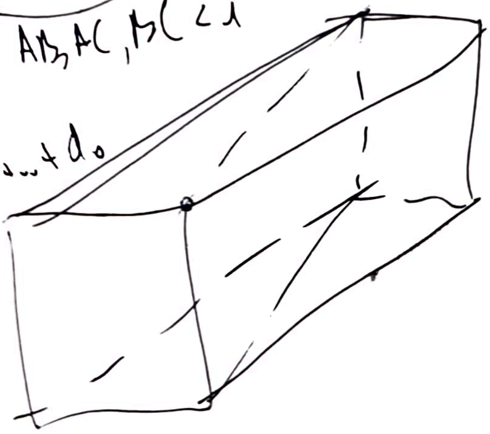
$\Pi - \left(\frac{1}{12}\right)^3$

B –

$f(x) = a$

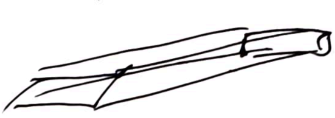


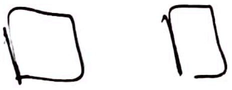
AB, AC, BC < 1



$f(x) = a_{2020} \cdot x^{2020} \ldots + a_0$

$f'(x)$





(0; ...)

Черновик

Стр~2

$2^{2\sin x} + 7^{2\sin x} + 1 = 10 \cdot 7^{\sin x} + 2^{\sin x} + 7^{\sin x}$

~~$a^2 + b^2 + 1 =$~~

$a^2 + b^2 + 1 = ab + a + b$

$a^2 + b^2 - a - b - ab + 1 = 0.$

$\sin x \in [-1; 1]$

$a \in [\frac{1}{2}; 2]$

$b \in [\frac{1}{7}; 7]$

~~$(a-b)$~~ ~~$(a-1)(b-1) = ab - a - b + 1$~~

~~$(a-1)^2 + (b-1)^2 + (a+1)(b+1) = 0$~~

$a^2 + a(-b-1) + (b^2 - b + 1) = 0.$

$D = b^2 + 2b + 1 - 4b^2 + 4b - 4 = -3b^2 + 6b - 3 =$

$= -3(b^2 - 2b + 1) = -3(b-1)^2$

$b = 1$

$\times\begin{array}{r}144\\12\\\hline 288\\144\\\hline 1728\end{array}$

$\times\begin{array}{r}12\\60\\\hline 720\\+420\\\hline 1140\end{array}$ $\times\begin{array}{r}35\\12\\\hline 70\\35\\\hline 420\end{array}$

$\times\begin{array}{r}35\\7\\\hline 245\end{array}$

$\times\begin{array}{r}3{,}14\ldots\\100\\\hline 314{,}\ldots\end{array}$

$x^3 + (23 + 10\sqrt{3})x = (10 + \sqrt{3})x^2 + 23\sqrt{3}$

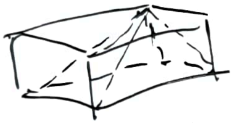
$x^3 - (10 + \sqrt{3})x^2 + (23 + 10\sqrt{3})x - 23\sqrt{3} = 0.$

$a + b + c = 10 + \sqrt{3}$

$ab + ac + bc = -23 - 10\sqrt{3}$

$abc = 23\sqrt{3}$

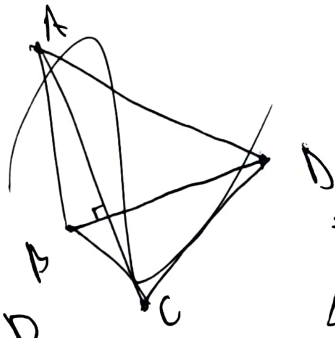
$+\begin{array}{r}1140\\245\\\hline 1385\end{array}$



$(a+1)(b+1)(c+1) - \max?$

$abc + a + b + c + ab + ac + bc$

$-\begin{array}{r}108\\72\\\hline 36\end{array}$



$\angle BDA = \alpha - (90 - \alpha) = 2\alpha - 90$

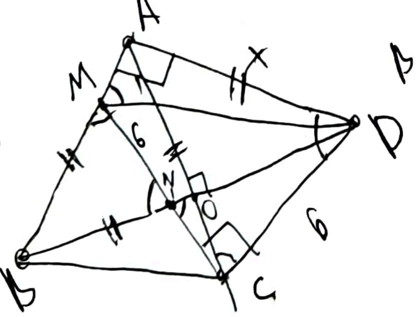
$\angle ABD = 180 - 2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BMN = \angle BNM = \alpha$

$\Downarrow$

$\angle MCD = 90^\circ \Rightarrow MN = 6 \Rightarrow$

$\times\begin{array}{r}36\\3\\\hline 108\end{array}$



~~$\Rightarrow \angle MCA = 180 - (180 - 2\alpha$~~

~~$\frac{x \cdot AD}{x + ND} = \frac{x}{x + MA}$~~

$\angle MAC = 90 - (180 - 2\alpha) = 2\alpha - 90 \Rightarrow \angle MDC = 2\alpha - 90$

$\angle MDB = 2\alpha - 90 - (90 - \alpha) = 3\alpha - 180$

$\frac{MD}{ND} = \frac{x}{6}$

$\angle MBD = 180 - 2\alpha \Rightarrow$ $\angle BMD = 180 - \alpha \Rightarrow \angle AMD = \alpha$

$\Downarrow$

$(\frac{x}{6} + 1) ND = \frac{6x}{x-6}$ $\frac{MN}{BM} = \frac{MD}{x + ND} \Rightarrow 6x + 6ND = MD \cdot x$

$ND = \frac{36x}{x^2 - 36}$

$\frac{6}{x} = \frac{ND}{MD} \Rightarrow 6MD = ND \cdot x$

$6x + 6(MD + ND) = x(MD + ND)$

$AD = x \cdot \frac{x^2}{x^2 - 36} = \frac{x^3}{x^2 - 36}$ $(MD + ND) = \frac{6x}{x-6}$