Сдача: 13:47

0 294624 200001

29-46-24-20
(184.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 10 Е-1

Место проведения Санкт-Петербург
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Каронова Михаила Эдуардовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«05» апреля 2026 года

Подпись участника
Каронов

Чистовик

Задача N 1

$2^{2\sin x}+7^{2\sin x}+1=14^{\sin x}+2^{\sin x}+7^{\sin x}$

Ɔ $2^{\sin x}=a$; $7^{\sin x}=b$. Тогда $2^{2\sin x}=a^2$, $7^{2\sin x}=b^2$, $14^{\sin x}=ab$. Мы исследуем уравнение

$a^2+b^2+1=ab+a+b$.

$a^2+b^2+1-ab-a-b=0 \Leftrightarrow 2a^2+2b^2+2-2ab-2a-2b=0$

$\Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2+(a-b)^2=0$ (т.к. $(a-1)^2=a^2-2a+1$; $(b-1)^2=b^2-2b+1$; $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$)

Поскольку квадрат любого числа ≥ 0, то равенство достигается только при $(a-1)=(b-1)=(a-b)=0$, то есть $a=b=1$. Это значит, что $2^{\sin x}=7^{\sin x}=1$, а это значит, что $\sin x=0$. Найдем количество решений уравнения $\sin x=0$ на $[-3{,}14; 315]$.

$\sin x=0 \Leftrightarrow x=\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$

Если $k\leq-1$, то $x\leq-\pi<-3{,}14$, т.к. $\pi>3{,}14$

Если $k\geq 101$, то $x\geq 101\pi>314+\pi>315$.

Любое $0\leq \underset{\in\mathbb{Z}}{k}\leq 100$ попадает в промежуток, т.к. $100\pi<315$ ($\pi<3{,}15$), а $0>-3{,}14$.

Значит, решений данного уравнения $1+100=101$

<u>Ответ</u>: 101

Задача N 2 (начало)

Ɔ $f(x)=x^3-x^2(10+\sqrt{3})+x(23+10\sqrt{3})-23\sqrt{3}$

$f(a)=f(b)=f(c)=0$, а значит $f(x)=(x-a)(x-b)(x-c)$, т.к. это многочлен 3 степени, старший коэф. 1, а по th Безу $f(x)-f(y)\,\vdots\,(x-y)$ ($y\in\{a,b,c\}$ $\Downarrow$ $f(x)\,\vdots\,(x-y)$)

Тогда $(x-a)(x-b)(x-c)=x^3-x^2(10+\sqrt{3})+x(23+10\sqrt{3})-23\sqrt{3}$

$\quad\quad\quad\quad ||$

$x^3-x^2(a+b+c)+x(ab+bc+ac)-abc$,

Чистовик

№2 (продолжение)

а значит, ~~a+b+c=10+\sqrt{3}~~

$f(-1)=(-1-a)(-1-b)(-1-c)=-(a+1)(b+1)(c+1)$

$=$

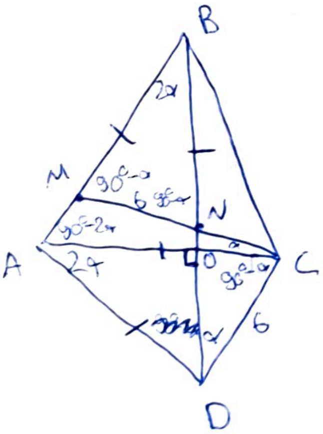
$(-1)^3-(-1)^2(10+\sqrt{3})+(-1)(23+10\sqrt{3})-23\sqrt{3}=$

$=-1-10-\sqrt{3}-23-10\sqrt{3}-23\sqrt{3}=-34-34\sqrt{3}$,

а значит $(a+1)(b+1)(c+1)=34+34\sqrt{3}$, а это и есть объем параллелепипеда со сторонами $a+1, b+1, c+1$

Ответ: $34+34\sqrt{3}$

№3 (начало)



$\exists$ (·)$O=AC\cap BD$

$\exists\angle CAD=2\alpha$

$\angle AOD=90^\circ\Rightarrow\angle ADO=90^\circ-2\alpha$

$\angle ADC=\dfrac{180^\circ-2\alpha}{2}$ ($\angle ADC=\angle ACD$, а $\angle ADC=2\alpha$)

$\Rightarrow\angle ODC=\angle ADC-\angle ADO=\alpha$

$\Rightarrow\angle OCD=90^\circ-\alpha$

$\angle BAO=90^\circ-2\alpha$ ($\angle A=90^\circ$) $\Rightarrow\angle ABO=2\alpha\Rightarrow$

$\Rightarrow\angle BMN=\angle BNM=90^\circ-\alpha$ ($\triangle BMN$ – р/б)

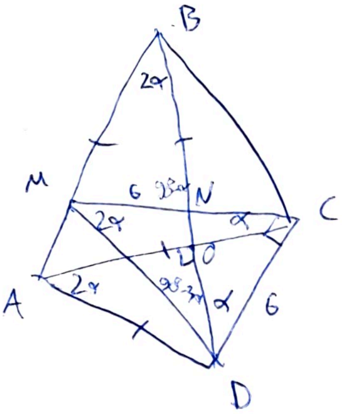
$AB=BN=AC=AD$, $\angle ADC=\angle MBN=2\alpha\Rightarrow\triangle MBN=\triangle DAC$

$\Rightarrow MN=CD=6$

$\angle ONC=\angle MNB=90^\circ-\alpha$; $\angle NOC=90^\circ\Rightarrow\angle NCO=\alpha$

$\Rightarrow\angle NCD=\alpha+(90^\circ-\alpha)=90^\circ=\angle MAD$

Тогда AMCD – вписанный, окружность с диаметром DM



Чистовик

№3 (продолжение)

Тогда $\angle DMC = \angle DAC = 2\alpha$ (опираются на меньшую дугу CD), а

$\angle MDC = \angle MAC = 90^\circ - 2\alpha$

$\angle MDN = \angle ADB - \angle ADM = \angle ADB - \angle ACM$

$= 90^\circ - 2\alpha - \alpha = 90^\circ - 3\alpha$

Заметим, что $\frac{MN}{MD} = \frac{CD}{MD}$. ; $\frac{MN}{MD} \overset{\text{т. синусов в } \triangle MDN}{=} \frac{\sin(90^\circ - 3\alpha)}{\sin(90^\circ + \alpha)} =$

$= \frac{\cos 3\alpha}{\cos\alpha}$; $\frac{CD}{MD} \overset{\text{т. синусов в } \triangle MCD}{=} \frac{\sin 2\alpha}{\sin 90^\circ} = \sin 2\alpha$

$\cos(3\alpha) = \cos\alpha \cdot \cos 2\alpha - \sin\alpha \cdot \sin 2\alpha = \cos\alpha(\cos 2\alpha - 2\sin^2\alpha)$

(т.к. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$).

Тогда $\underset{\sin 2\alpha}{\underset{\shortparallel}{\frac{\cos(3\alpha)}{\cos\alpha}}} = \cos 2\alpha - 2\sin^2\alpha = 1 - 4\sin^2\alpha$

Значит, $\sin 2\alpha = 1 - 4\sin^2\alpha \Rightarrow 2\sin\alpha\cos\alpha = 1 - 4\sin^2\alpha$.

$\exists \sin\alpha = t$, $t > 0$, $t < \frac{\sqrt{2}}{2}$ т.к. $0 < 2\alpha < 90^\circ \Rightarrow 0 < \alpha < 45^\circ$

$\cos\alpha = \sqrt{1-t^2}$, т.к. $0 < \alpha < 90^\circ$

$2t\sqrt{1-t^2} = 1 - 4t^2 \Rightarrow 4t^2(1-t^2) = (1-4t^2)^2$

$\Rightarrow 4t^2 - 4t^4 = 1 - 8t^2 + 16t^4$

$\Rightarrow 20t^4 - 12t^2 + 1 = 0$

$\exists t^2 = x \Rightarrow 20x^2 - 12x + 1 = 0$

$\Rightarrow D = 12^2 - 4 \cdot 20 = 144 - 80 = 64$

$x = \frac{12 \pm 8}{40}$ $x_1 = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$, $x_2 = \frac{1}{2}$.

$\Rightarrow t$ либо $\sqrt{\frac{1}{10}}$, либо $\sqrt{\frac{1}{2}}$, но $\alpha < 45^\circ$

$\Rightarrow \sin\alpha < \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{10}}$

Чистовик

№3 (продолжение).

th. синусов в $\triangle ABD$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{\sin 90^\circ}{\sin 2\alpha} = \frac{1}{\sin 2\alpha} \quad (AC=AD)$$

$$\Rightarrow BD = \frac{AC}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{AC}{CD} = \frac{\sin(90^\circ-\alpha)}{\sin 2\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{1}{2\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{CD}{2\sin\alpha} = \frac{3}{\sin\alpha}$$

$$S_{ABCD} = \frac{BD\cdot AC}{2}\cdot\sin 90^\circ = \frac{BD\cdot AC}{2} =$$

$$= \frac{\frac{AC}{\sin 2\alpha}\cdot AC}{2} = \frac{AC^2}{2\sin 2\alpha} = \frac{\left(\frac{3}{\sin\alpha}\right)^2}{2\sin 2\alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha, \quad \cos\alpha = \sqrt{1-\frac{1}{10}} = \sqrt{\frac{9}{10}}$$

$$\| \quad 2\cdot\sqrt{\frac{1}{10}}\cdot\sqrt{\frac{9}{10}} = 2\cdot\frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\Big| \frac{3^2}{\sin^2\alpha} = \frac{9}{\frac{1}{10}} = 90$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{90}{2\cdot\frac{3}{5}} = \frac{90\cdot 5}{6} = 75$$

Ответ: 75

Задача №4 (начало)

$\overline{ab}$ или $\overline{ba}$ — простое.

Поймем, какой остаток при делении на 11 дает $\overline{793a} = 7\cdot 10^3 + 9\cdot 10^2 + 3\cdot 10 + a \underset{11}{\equiv}$

$\underset{11}{\equiv} -7+9-3+a \underset{11}{\equiv} a-1$

$\overline{1b09} = 10^3 + b\cdot 10^2 + 9 \underset{11}{\equiv} -1 + b + 9 \underset{11}{\equiv} b+8$

Тогда число $(a-1)(b+8)$ дает остаток 1 при делении на 11, то есть $(a-1)(b+8)-1 \vdots 11$

Чистовик

Задача №4 (продолжение).

Разберем случаи:

1° $a=0 \Rightarrow -b-8 \vdots 11 \Rightarrow 3-b \vdots 11$

$11>3 \geq 3-b \Rightarrow$ единственный случай $b=3$,

но 03 - не двузначное число, а 30 - не простое

2° $a=1 \Rightarrow (a-1) \vdots 11 \Rightarrow (a-1)(b+8)-1$ не может делиться на 11

3° $a=2 \Rightarrow b+8-1=b+7 \vdots 11$

$0<b+7<22 \Rightarrow b+7=11 \Rightarrow b=4$

42 и 24 - не простые

4° $a=3 \Rightarrow 2(b+8)-1=2b+15$ делится на 11

$11<2b+15<44$ и $2b+15$ нечетное

$\Rightarrow 2b+15=33 \Rightarrow b=9$, но 39 и 93 - не простые

5° $a=4 \Rightarrow 3(b+8)-1 \vdots 11 \Rightarrow 3b+23 \vdots 11$

$22<3b+23<55$

$b\leq 9 \Rightarrow 3b+23\leq 50$

если $3b+23=33$, то $3b=10$?!?

$3b+23=44 \Rightarrow 3b=21$?!? $\Rightarrow$ ~~b=7, но 64 и 46 не простые.~~

6° $a=5 \Rightarrow 4(b+8)-1=4b+31 \vdots 11$

$22<4b+31<77$ если $4b+31=33$, то $4b=2$?!?

$4b+31=44$, то $4b=13$?!?

$4b+31=55$, то $4b=24 \Rightarrow b=6$,

но 65 и 56 - не простые

$4b+31=66 \Rightarrow 4b=35$?!?

7° $a=6 \Rightarrow 5(b+8)-1=5b+39 \vdots 11$

$33<5b+39<88$

если $5b+39=44$, то $b=1$, 16 - не простое,

а 61 - простое, $5b+39=55 \Rightarrow 5b=16$?!?,

$5b+39=66 \Rightarrow 5b=27$?!?, $5b+39=77 \Rightarrow 5b=38$?!?

Черновик

Задача №4 (продолжение)

8° $a=7 \Rightarrow 6(b+8)-1 = 6b+47 \vdots 11$

$44 < 6b+47 < 110$ $6b+47=55 \Rightarrow 6b=8$?!?

$6b+47=66 \Rightarrow 6b=19$?!?

$6b+47=77 \Rightarrow 6b=30 \Rightarrow b=5$, но 57 и 75 - не простые

$6b+47=88 \Rightarrow 6b=41$?!?

$6b+47=99 \Rightarrow 6b=52$?!?

9° $a=8 \Rightarrow 7(b+8)-1 \vdots 11 \Rightarrow 7b+55 \vdots 11$

$44 < 7b+55 < 121$

$7b+55=55 \Rightarrow b=0$ но 80 и 08 не подходят

$7b+55=66 \Rightarrow 7b=11$?!?

$7b+55=77 \Rightarrow 7b=22$?!?

$7b+55=88 \Rightarrow 7b=33$?!?

$7b+55=99 \Rightarrow 7b=44$?!?

$7b+55=110 \Rightarrow 7b=55$?!?

10° $a=9 \Rightarrow 8(b+8)-1 = 8b+63 \vdots 11$

$55 < 8b+63 < 143$

$8b+63=66 \Rightarrow 8b=3$?!?

$8b+63=77 \Rightarrow 8b=14$?!?

$8b+63=88 \Rightarrow 8b=25$?!?

$8b+63=99 \Rightarrow 8b=36$?!?

$8b+63=110 \Rightarrow 8b=47$?!?

$8b+63=121 \Rightarrow 8b=58$?!?

$8b+63=132 \Rightarrow 8b=69$?!?

Получили, что ~~может~~ простое может быть только 61

Ответ: 61

Чистовик

Задача №5

$(a,b) \to (5a-3b, 7a-5b)$. Заметим, что

если $a \vdots 5$, а $b \not\vdots 5$, то $5a-3b \not\vdots 5$, $7a-5b \vdots 5$

$\Rightarrow$ ровно 1 из двух новых чисел $\vdots 5$,

если $b \vdots 5$, $a \not\vdots 5 \Rightarrow 5a-3b \vdots 5$, $7a-5b \not\vdots 5$

$\Rightarrow$ ровно 1 из двух новых чисел $\vdots 5$

Если a и $b \vdots 5$, то $5a-3b \vdots 5$ и $7a-5b \vdots 5$,

если a и $b \not\vdots 5$, то $5a-3b \not\vdots 5$ и $7a-5b \not\vdots 5$.

Таким образом, количество чисел кратных 5 не изменяется.

Изначально их 6: 15, 20, 25, 30, 35, 40, ~~4~~, а если за конечное число шагов можно получить 2001, ..., 2026, то их будет 5: 2005, 2010, 2015, 2020, 2025, противоречие, т.к. их должно быть 6. Значит, этот набор нельзя получить на доске за конечное число ходов.

Ответ: нет

Задача №6 (начало)

А). После первого хода у Пети одно из чисел 1, ..., 12, а сумма чисел у Васи от 2 до 12.

1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6

$2=1+1$ (1 исход)

$3=2+1=1+2$ (2 исхода)

$4=1+3=3+1=2+2$ (3 исхода)

$5=1+4=4+1=2+3=3+2$ (4 исхода)

$6=1+5=5+1=2+4=4+2=3+3$ (5 исходов)

$7=1+6=6+1=2+5=5+2=3+4=4+3$ (6 исходов)

$8=$ ~~1+7=7+1~~ ~~=2+6=6+2=3+5=5+3=4+4 (7 исх~~

$2+6=6+2=3+5=5+3=4+4$ (5 исходов)

Чистовик

Задача №6 (продолжение)

$9 = 3+6 = 6+3 = 4+5 = 5+4$ (4 исхода)

$10 = 4+6 = 6+4 = 5+5$ (3 исхода)

$11 = 6+5 = 5+6$ (2 исхода)

$12 = 6+6$ (1 исход)

$P_1 = \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{1}{36}\right) + \frac{1}{12}\left(\frac{1+2}{36}\right) + \frac{1}{12}\left(\frac{1+2+3}{36}\right) +$

вероятность что вы у ~~Вася~~ 3, а у ~~Вася~~ 2 Пети

В: 4
В ~~Вася~~ 2 или 3

П ~~В~~: 5
В ~~П~~: 2, 3 или 4

$+ \frac{1}{12}\left(\frac{1+2+3+4}{36}\right) + \frac{1}{12}\left(\frac{1+2+3+4+5}{36}\right) + \frac{1}{12}\left(\frac{1+2+3+4+5+6}{36}\right)$

П ~~В~~: 6
В ~~П~~: 2, 3, 4 или 5

П ~~В~~: 7
В ~~П~~: ≤ 6

П ~~В~~: 8
В ~~П~~: ≤ 7

$+ \frac{1}{12}\left(\frac{1+2+3+4+5+6+5}{36}\right) + \frac{1}{12}\left(\frac{1+2+3+4+5+6+5+4}{36}\right) +$

П ~~В~~: 9
В: ≤ 8

П: 10
В: ≤ 9

$+ \frac{1}{12}\left(\frac{1+2+3+4+5+6+4+3}{36}\right) + \frac{1}{12}\left(\frac{1+2+3+4+5+6+4+3+2 \; (=21)}{36}\right)$

П: 11
В: ≤ 10

П: 12
В: ≤ 11

$= \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{1+3+6+10+15+21+26+30+33+35}{36}\right) =$

$= \frac{~~183~~ \; 180}{12 \cdot 36}$

$(35+21 = ~~66~~ \; 56$

$56+26 = 82$

$82+30 = 112$

$112+33 = 145$

$145+35 = 180$

$\frac{18 \cdot 10}{12 \cdot 18 \cdot 2}$

$\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$

Ответ: $\frac{5}{12}$

100 (сто). Исправлено по апелляции (Д.С. Романов) (Хлестков В.И.)

95 (девяносто пять) (А.А. Кудрявцев) отмодошли

29-46-24-20 (1843)

Черновик

№1

$2^{2\sin x}+7^{2\sin x}+1=14^{\sin x}+2^{\sin x}+7^{\sin x}$

$4^{\sin x}+49^{\sin x}+1=14^{\sin x}+\underbrace{2^{\sin x}}_{b}+\underbrace{7^{\sin x}}_{a}$

1° $\sin x>0$

$49^t+1>14^t+7^t$ $\quad 7^t=$

$b^2+a^2+1=ab+a+b$

$\frac{a^2+1}{2}\geq a \quad \frac{b^2+1}{2}\geq b$

$\frac{a^2+b^2}{2}\geq ab.$

$a=1$
$b=1$ равенство только если.

$7^{\sin x}=1 \quad \sin x=0 \quad x=0+\pi k$

$2^{\sin x}=1$

№2

$x^3-(10+\sqrt3)x^2+(23+10\sqrt3\,x)-23\sqrt3$

$a+b+c=10+\sqrt3$

$ab+bc+ac=23+10\sqrt3$

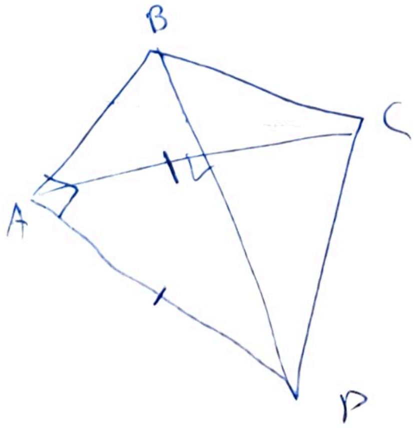
$abc=23\sqrt3$

$(x-a)(x-b)(x-c)$

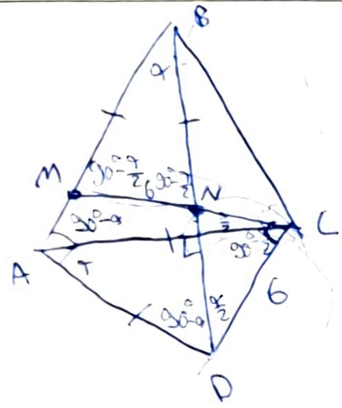
$x^3-x^2(a+b+c)+$
$+x(ab+bc+ac)$
$-abc$

$(a+1)(b+1)(c+1)=abc+ab+bc+ac+a+b+c+1=$
$=10+\sqrt3+23+10\sqrt3+23\sqrt3+1=$
$=35+34\sqrt3$

№3



$AB^2+CD^2=BC^2+AD^2$



Черновик

$\Delta DAC = \Delta MBN$

$DC = 6$

(?.) $\frac{BD \cdot AC}{2}$

$$\frac{AC}{CD} = \frac{\sin(90° - \frac{\alpha}{2})}{\sin\alpha} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\alpha} = \frac{1}{2\sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$\boxed{AC = \frac{3}{\sin\frac{\alpha}{2}}}$$

$\frac{BD}{AD} = \frac{1}{\sin\alpha}$ $\qquad BD = \frac{3}{\sin\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{1}{\sin\alpha}$

$\frac{DM}{DN} = —$

$\frac{BD}{CD} = \frac{CD}{BD} = \sin\alpha$

$\frac{BD}{DM} = —$

$\frac{BD}{\sin\frac{\alpha}{2}}$ $\qquad \frac{1}{6} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$AD^2 = AC \cdot BD$

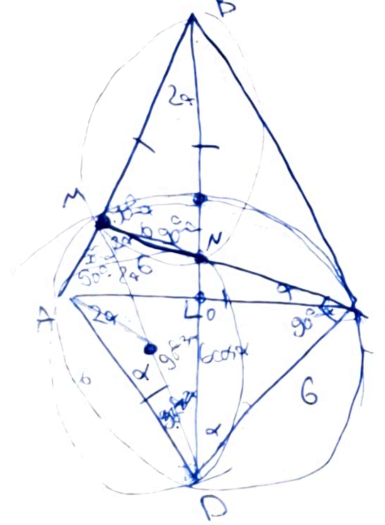
~~BM~~

M CDA - впис.

$\frac{BD}{r}$

$\frac{3}{\sin\alpha}$

$\frac{BD}{\sin\alpha}$ – ?



$DN \cdot BD = DM^2$ $\qquad \frac{6}{DM} = \frac{\cos 3\alpha}{\cos\alpha}$

$BD(BD - AC) =$ $\qquad \sin 2\alpha$

$\Rightarrow BD \cdot AC = \boxed{BD^2 - DM^2}$

$\Delta DMN \sim \Delta DBM$

$\frac{6}{AC} = \overset{=2\sin\alpha}{\frac{DM}{BD}} = \overset{=2\sin\alpha}{\frac{DN}{DM}}$ $\qquad \frac{MN}{BM} = \frac{DM}{BD} = \frac{DN}{DM}$

$\frac{6}{AC} = —$

$\frac{6}{AC} = \frac{\sin 2\alpha}{\cos\alpha} = 2\sin\alpha$

~~BM~~ .

$AC \cdot DM = 6 \cdot BD$

$a \quad x \quad c$

$ax = 6c$

$x^2 = c(c-a)$ $\qquad x = \frac{6c}{a}$ $\qquad \frac{36c^2}{a^2} = c(c-a)$

D

$56 + 47 = 103$

$(c-a)a^2 = 36c$

29-46-24-20 (1843)

Черновик

$\frac{BN}{BD} = \frac{BM}{BD} = $ ——

$\cos\alpha \cdot DM = BD \cdot \sin 2\alpha$

$\frac{BN}{BM} \cdot$ —

$\cos\alpha \cdot AC =$

$DM = BD \cdot 2\sin\alpha$

$\sin(90^\circ - \alpha) \cdot BM =$

$\cos 3\alpha = \sin 2\alpha \cdot \cos\alpha$

$DN = \frac{6}{\cos\alpha}$

$\frac{DN}{6} = \frac{1}{\cos\alpha}$

$\cos(\alpha + 2\alpha) =$

$= \cos\alpha\cos 2\alpha -$

$- \sin\alpha\sin 2\alpha$

$\frac{DM}{6} = \frac{1}{\sin 2\alpha}$

$\frac{DM}{DN} =$ ——

$\sin 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\frac{6}{\cos\alpha} \cdot BD = \frac{36}{\sin^2 2\alpha}$

$\frac{AC}{6} = \frac{\cos\alpha}{\sin 2\alpha}$

$AC \cdot BD = \frac{6\cos\alpha}{4\sin^2\alpha\cos^2\alpha} \cdot \frac{\cos\alpha}{\sin 2\alpha}$

$AC \cdot BD = \left(\frac{BM}{DN}\right)^2 \cdot$ — $CD \cdot DM$

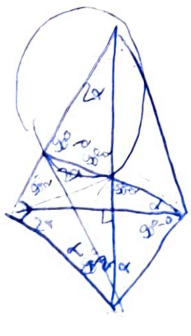
$DN \cdot AC = DM \cdot CD$

$DN \cdot BD = DM^2$

$\sin 2\alpha = \cos 2\alpha - 2\sin^2\alpha$

$1 - 2\sin^2\alpha$

$AC \cdot BD$



$DN = BD\left(BD - \frac{3}{\sin\alpha}\right) =$

$\sin^2\alpha + 4\sin^2\alpha = 1$

$= BD^2 \cdot 4\sin^2\alpha$

$(1-4t^2)^2 =$

$= 16t^4 - 8t^2 + 1$

$4t^2(1-t^2)$

$BD \cdot 4\sin^2\alpha = BD - \frac{3}{\sin\alpha}$

$2\sin\alpha$

$BD(1 - 4\sin^2\alpha) = \frac{3}{\sin\alpha}$

$(\sqrt{1-t^2} + t)^2 - 1$

$BD =$ ——

$\frac{AC}{BD} = 1 - 4\sin^2\alpha$

$2t\sqrt{1-t^2} = 1 - 4t^2$

$2\sin\alpha\cos\alpha = 1 - 4\sin^2\alpha$

t

$\frac{AC}{BD} = \sin^2\alpha$

$(\sqrt{1-t^2} + t)^2 =$

$2t\sqrt{1-t^2} + 1$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

$a^2 \cdot b^2 = (ab)^2$

$\overline{ab}$ — простые.

$10a + b - \cancel{100} = p$

$\overline{793a} \cdot \overline{1b09}$ $\equiv 1$ mod 11

15 20 25 30 35 40

6

$(a-1)(b+8) - 1 \vdots 11$

$a - 3 + 9 - 7 = a - 1$

$9 - 0 + b - 1 = b + 8$

$ab - b + 8a - 9 \vdots 11$

a(

26 чисел

$a = 1$

2005
2010
2015
2020

2025

$a - b \longrightarrow 2b - 2a$

$55 \cdot 13 \vdots 3$ $a, b \longrightarrow 5a - 3b,\ 7a - 5b$

$5a - 3b < a$

$2027 \cdot 13$ $a + b \longrightarrow 12a - 8b$ $\vdots 4$

$(5a-3b)(7a-5b) - ab = 35a^2 - 25ab - 21ab + 15b^2$

$35a^2 + 15b^2 - 47ab$

число
чисел. $a - b \longrightarrow (5a - 3b) - (7a - 5b) = 2b - 2a$

const $\vdots 5$

$2b - 2a - (a - b) = 3b - 3a$ $\underset{3}{\equiv}$

$5a - 3b \vdots 5$

$b \vdots 5$ x a b y

$a - x \equiv 5a - 3b - x$

$x - a + a - b +$

$5a - 3b \underset{3}{\equiv} -a$

a — чет → нечет
b — нечет → нечет.

$7a - 5b \underset{3}{\equiv} a - b$

чет. → чет., a, b чет.
чет → чет.

⇒ стан чет.

нечет → чет.
нечет → чет.

$ab \underset{5}{\equiv} (5a - 3b)(7a - 5b)$

$-3b$ $7a$

22

40

$21ab \underset{5}{\equiv} ab$

№6 P(будет)

P(выявлен)

22ab

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Повысить оценку на 5 (пять) баллов, старая оценка — 95 (девяносто пять), новая оценка — 100 (сто)

([illegible])

Катков Е.Н

Председателю апелляционной комиссии олимпиады школьников „Покори Воробьевы горы!"

Ректору МГУ имени М.В. Ломоносова академику В.А. Садовничему

от ученика 10 класса Государственного бюджетного нетипового образовательного учреждения „Президентский физико-математический лицей № 239" по адресу г. Санкт-Петербург, ул. Кирочная, д. 8

Михаила Эдуардовича Каронова

апелляция.

Прошу пересмотреть выставленные технические баллы (95) за мою работу заключительного этапа по математике, поскольку считаю, что в решении задачи № 4 был корректно применен признак делимости на 11: остатки чисел $\overline{793a}$ и $\overline{1b09}$ равны $(a-1)$ и $(b+8)$, откуда получено условие $(a-1)(b+8)-1 \vdots 11$. Далее я провел полный перебор цифр a от 0 до 9, находя подходящие значения b. В результате перебора был найден ответ 61, однако при ~~ее~~ разборе случая $a=4$, из-за досадной арифметической описки при решении уравнения $3b+23=44$ (в работе указано $3b=11$ вместо $3b=21$) был пропущен второй возможный ответ — 47. Все остальные случаи разобраны верно, метод решения полностью совпадает с официальным.

Дата: 23.04.2026 (подпись) Каронов