



Работа сдана
губернатору 13:00.
20

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Локори Виробъевичи
наименование олимпиады

по Математике
профиль олимпиады

Гусакова Николая Рикторовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«5» июня 2026 года

Подпись участника
Рик

Чистовик
№1

Алла

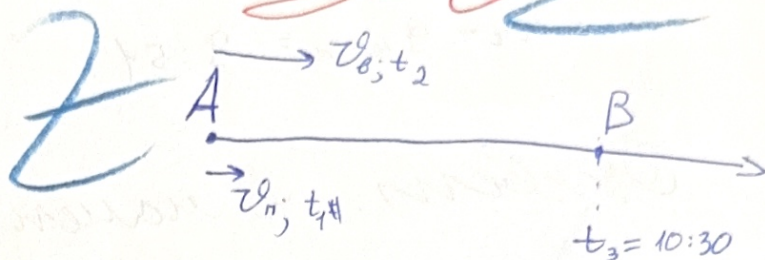
~~$v_0, v_n = \text{const}$~~
 $t_1 = 9:15$

$t_2 = 10:15$

$t_3 = 10:30$

$t_4 = 10:00$

$t_0 = ?$



1) B - точка встречи

$t_n = t_3 - t_1 = 10:30 - 9:15 = 1\frac{1}{4} \text{ ч.}$

$t_B = t_3 - t_2 = 10:30 - 10:15 = \frac{1}{4} \text{ ч.}$

$t_n \cdot v_n = t_B \cdot v_0$

$1\frac{1}{4} v_n = \frac{1}{4} v_0$

$v_0 = \frac{5}{4} v_n \cdot \frac{4}{1} = 5 v_n$

$v_0 = 5 v_n$

$t_0' = t_4 - t_0 = 10:00 - t_0$

$$S_0' = S_n' = v_n \cdot (t_4 - t_1) = \frac{v_n \cdot 3 \text{ ч.}}{4} = \frac{3 v_n}{4}$$

~~$S_0' = S_n' = \frac{3 v_n}{4} = v_0 \cdot (t_4 - t_0)$~~

$S_0' = S_n'$

$v_0(t_4 - t_0) = v_n(t_4 - t_1)$

$5 v_n(t_4 - t_0) = v_n(t_4 - t_1)$

$t_4 - t_0 = \frac{t_4 - t_1}{5}$

$| : 5 v_n$

$(v_n \neq 0)$

$$t_0 = t_4 - \frac{t_4 - t_1}{5} = 10:00 - \frac{10:00 - 9:15}{5}$$

$$t_0 = 10:00 - \frac{0:45}{5} = 10 - \frac{3}{4.5} = 10 - \frac{3}{20} = \frac{200}{20} - \frac{3}{20}$$

$$= 10ч - 9мин = 9:51$$

Ответ: В момент: 9ч 51 мин

$\sqrt{2}$

~~4000~~

4001 - простое

$$4000 \quad 4001 = 4001 \cdot 1$$

$$n(n+4001) = x^2$$

$$n \neq n+4001$$

(Например: $4 \cdot 1 = 2^2$)

$$n = n+4001$$

$$n \in \emptyset$$

(Например: $2 \cdot 2 = 4$)

$$n(n+4001) = x^2$$

$$n^2 + 4001n = x^2 \Rightarrow n \leq x$$

1) если $n=x$:

$$n^2 + 4001n = n^2$$

$$n = 0$$

проверка: $0 = x^2$

$$x = 0$$

2) если $n < x$:

~~ничего $x = n + 1$~~

Пусть:

1) $x = n+1$; $x \in \mathbb{N}$

$$n(n+4001) = (n+1)^2$$

$$n^2 + 4001n = n^2 + 2n + 1$$

$$3999n = 1$$

$$n = \frac{1}{3999} ; n \notin \mathbb{N}$$

2) $x = n+2$

$$n^2 + 4001n = (n+2)^2 \neq$$

$$n^2 + 4001n = n^2 + 4n + 4$$

$$3997n = 4$$

$$n = \frac{4}{3997} ; n \notin \mathbb{N}$$

$$n(n+4001) = x^2$$

$$n^2 + 4001n = (n+k)^2 ; x = n+k$$

$$4001n = 2nk + k^2$$

$$4001n - 2nk = k^2$$

$$n(4001 - 2k) = k^2$$

$$n = \frac{k^2}{4001 - 2k}$$

$$[n ; k] \in \mathbb{N} \Rightarrow \cancel{2k > 4001}$$

$$\cancel{k \geq 2001}$$

$$\Rightarrow 2k < 4001$$

$$k \leq 2000 \quad (k \in \mathbb{N})$$

$$k^2 \leq 4000000$$

$$\text{при } k = 2001$$

$$n = \frac{2001^2}{2000}$$

$$n = \frac{k^2}{4001 - 2k}$$

$$0 < k \leq 2000$$

~~$$\frac{k^2}{4001 - 2k} \left(\frac{k^2}{4001 - 2k} + 4001 \right) = 1$$~~

т.к. 4001 - простое, ~~то $n = 4001$ - составное~~

то $(4001 - 2k)$ - составное

$2k$ - составное.

k^2 - составное

$4001 - 2k = \text{нечет} - \text{чет} = \text{нечет}$

если k - чет; k^2 - чет

если k - нечет; k^2 - нечет

~~$$\frac{1}{n} = \frac{4001 - 2k}{k^2}$$~~

чтобы $n \in \mathbb{N}$; $\frac{k^2}{4001 - 2k} \in \mathbb{N}$

если $k \leq 1999$; $2k \leq 3998$; $4001 - 2k \geq 3$

~~$$\Rightarrow \Rightarrow \frac{k \leq 1999}{(3; 2; 1)} \Rightarrow \frac{k^2 \leq 4996001}{x \geq 3} - \text{не целое (всегда)}$$~~

~~$$k = k = 2000$$~~

~~$$n = \frac{k^2}{4001 - 2k} = \frac{4000000}{4001 - 4000} \Rightarrow n = 4 \cdot 10^6$$~~

Ответ: $n = 4\,000\,000$.

№3

04-05-68-62
(161.8)

$$26! = 4032941611266056355a b c d 0000$$

$$26! = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

~~любое натуральное число не больше 9~~

$$\times 4 \cdot 25 \cdot 20 \cdot 10 = \dots 0000$$

26! - делится на 9 \Rightarrow

$$= 4+3+2+9+4+1+6+1+1+2+6+5+6+3+5+5+\text{сумма } : 9$$

7 9 18 22 23 28 30 31 33 38 45 50 56 58 64 69

1) $69 + a + b + c + d \leq 9$

2) $a \leq b \leq c \leq d \leq 9$

$$a + b + c + d \leq 36$$

\Downarrow

$$a + b + c + d = 3$$

$69 - a + b + c + d = 72$ или 81 или 90 или 99 .

$$a+b+c+d = \begin{cases} 3 \text{ @} \\ 12 \text{ @} \\ 21 \text{ @} \\ 30 \text{ @} \end{cases}$$

3) $a+b+c+d = 3 \Rightarrow a; b; c; d$ - хотя-то равно, нулю, ~~иначе~~

$\left. \begin{matrix} \max; 25 \cdot 4 = \dots 00 \\ \times 10 = \dots 000 \\ \times 20 = \dots 0000 \end{matrix} \right\} a+b+c+d \neq 3$

~~4) $a+b+c+d = 12$~~

$$a \cdot (25 \cdot 4) \cdot 10 \cdot 20 \cdot (24 \cdot 5 \cdot 8) = a \cdot 100 \cdot 200 \cdot 1000 = \dots 0000000$$

$$b_j c_j d = 0$$

$$69 + a + b + c + d : 9$$

$$69 + a : 9$$

$$a < 9$$

$$69 + 3 : 9$$

~~$$7239$$~~



$$a = 3$$

онлайн: $a = 3$

$$b = 0$$

$$c = 0$$

$$d = 0$$

Ну

$$\begin{cases} a_2 = 5a_1 - 3b_1 \\ b_2 = 7a_1 - 5b_1 \end{cases}$$

Начала: 15, 16, ..., 39, 40

Конец: 2001; 2002; 2003, ..., 2026,

Всего 25 чисел.

$$1) 15 = a_1$$

$$16 = b_1$$

$$a_2 = 75 - 48 = 27 \quad \left. \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \right\} \text{на } 20.$$

$$b_2 = 105 - 80 = 25$$

$$a_1 = b_1 - 1 \Rightarrow a_2 = b_2 + 2$$

стр. 6.

2) $a_1 = 15$

$b_1 = 17$

$a_2 = 75 - 51 = 24$

$b_2 = 105 - 85 = 20$ ↪ ма 45

3) $a_1 = 17$

$b_1 = 15$

$a_2 = 85 - 45 = 40$

$b_2 = 139 - 75 = 64$ ↪ ма 245

4) $a_1 = 15$

$a_2 = 16$

$a_2 = 80 - 48 = 32$

$b_2 = 112 - 75 = 37$ ↪ ма 55.

✓

~~если $a_1 > b_1$ ма 1~~

~~$b_2 > a_2$ ма 5~~

если $b_1 > a_1$ ма 1

$a_2 > b_2$ ма 2

т.к. число 25, то при выборе а и в мы всегда получим в конце 2027

↪ нам

Ответ: нам

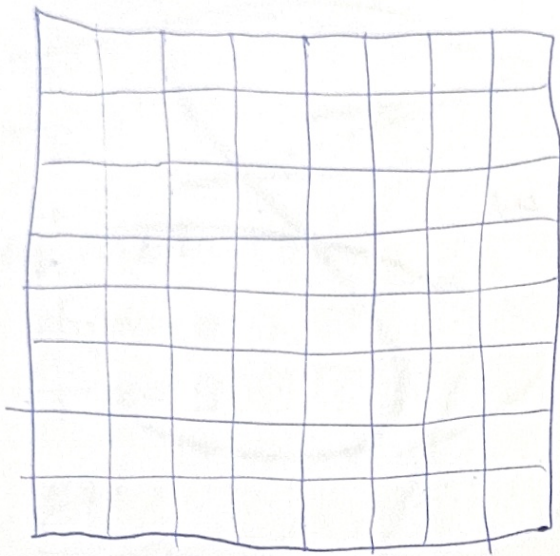
N5

$$\begin{array}{r} 51 \\ 65 \\ \hline 17 \\ 5 \\ \hline 85 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 5 \\ \hline 85 \end{array}$$

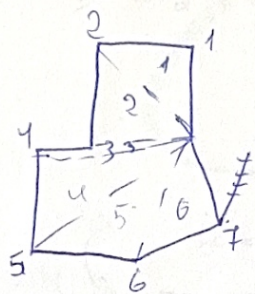
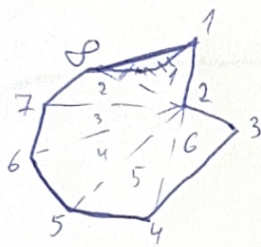
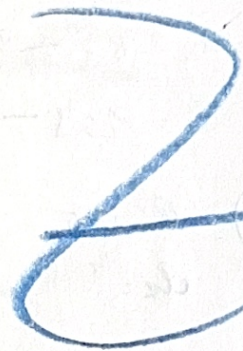
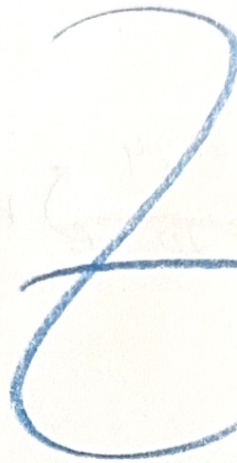
$$\begin{array}{r} 17 \\ 5 \\ \hline 149 \\ 7 \\ \hline 139 \\ 75 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 16 \\ 1 \\ \hline 112 \\ 75 \\ \hline 37 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 4 \\ 18 \\ + 6 \\ \hline 108 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \text{ } 16 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$



1) сумма углов 8-гранн. равна:
 $180 \cdot 6 = 1080^\circ$

2) сумма углов сетки 8x8 равна:
 $360 \cdot 7 \cdot 7 = 36 \cdot 49 \cdot 10$

3) всего 8-гранн. может находиться
 $36 \cdot 49 \cdot 10 : 180 : 6 = \cancel{2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 10} : \cancel{2 \cdot 3 \cdot 10} : 6$

$$\begin{aligned} &= 2 \cdot 49 \\ &= \frac{4^2 \cdot 7 \cdot 49 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 3} = 49 : 3 = \cancel{16} \end{aligned}$$

4) $\frac{8 \cdot 8}{16} = \frac{64}{16} = 4$ - их там 4

Ответ: 16.

N6

Всего: 49

x - I группа

$(49-x)$ чел - II группа

τ - произвольное число

$$\begin{aligned}
 x \cdot \tau(t+1) &= (49-x) \tau \cdot t & | : \tau & \tau \neq 0 \\
 x(t+1) &= (49-x)t \\
 xt + x &= 49t - tx \\
 2xt + x &= 49t \\
 x(2t+1) &= 49t \\
 x &= \frac{49t}{2t+1} \in \mathbb{N}
 \end{aligned}$$

$t < \frac{49}{2} \cdot 1\frac{1}{3}$ - перебор

$$x \cdot \tau(t+1-\tau) = (49-x) \tau \cdot (t-\tau)$$

$$(t+1-\tau) \cdot x = (49-x)(t-\tau)$$

$$x \cdot \tau \cdot (t+\tau) = \frac{3}{4} x \tau \cdot (t+1)$$

$$x(t+1-\tau) = \frac{3}{4} x(t+1)$$

$$(49-x)(t-\tau) = \frac{1}{3} (x-\frac{49}{3})t \quad \text{①}$$

$$x(t+1-\tau) = \frac{3}{4} x(t+1) \quad \text{②} \quad | : x$$

$$x(t+1-\tau) = (49-x)(t-\tau) \quad \text{③}$$

$$(2) : (3) : \quad \frac{3}{4} x(t+1) = (49-x)(t-\tau) \quad \text{④}$$

$$(1) : (4) : \quad \frac{3}{4} x(t+1) = \frac{1}{3} + t \quad | : x$$

$$\frac{3}{4} x(t+1) = \frac{1}{3} + t$$

$$1\frac{3}{4}(t+1) = 1\frac{2}{3}t$$

$$1\frac{3}{4}t + 1\frac{3}{4} = 1\frac{2}{3}t$$

$$1\frac{9}{12}t + 1\frac{9}{12} = 1\frac{8}{12}t$$

(2)(4)

$$x(t+1-\tau) = (49-x)(t+\tau)$$

$$x(t+1-\tau) = 1\frac{2}{3}tx$$

$$1\frac{3}{4}x(t+1) = 1\frac{2}{3}tx \quad | :x$$

$$1\frac{3}{4}t + 1\frac{3}{4} = 1\frac{2}{3}t$$

$$1\frac{3}{4}t + 1\frac{9}{12} = 1\frac{8}{12}t$$

$$(49-x)(t-\tau) = 1\frac{3}{4}x(t+1)$$

$$1\frac{2}{3}t = 1\frac{3}{4}t - 1\frac{3}{4}$$

$$1\frac{1}{12}t = 1\frac{3}{4}$$

$$t = \frac{1}{4} \cdot \frac{12}{1} = 21$$

$$x(t+1-\tau) = 1\frac{2}{3}t(x-49) = 1\frac{2}{3}t(49-x)$$

$$1\frac{2}{3}t = t - \tau$$

$$\frac{2}{3}t = -\tau$$

$$\begin{cases} (49-x)(t-T_2) = \sqrt{\frac{3}{4}}(49-x)t & ① \\ (49-x)(t-T_2) = x(t+1-T) & ② \\ \sqrt{\frac{3}{4}}x(t+1-T) = x(t+1) & ③ \end{cases}$$

$$1\frac{2}{3}(49-x)t = x(t+1-T) \quad ④$$

(4)③: $1\frac{2}{3}t = t - T_2$
 $T_2 = \frac{2}{3}t$

~~$$\frac{1}{3}t(49-x) = 1\frac{2}{3}(49-x)t - t$$~~

~~$\frac{1}{3}t(49-x)$~~

$$t+1-T = 1\frac{3}{4}(t+1)$$

~~$$t - T_2 = 1\frac{2}{3}t$$~~

$$1\frac{2}{3}(t - T_2) = t$$

$$1\frac{2}{3}t - 1\frac{2}{3}T_2 = t$$

$$\frac{2}{3}t = \frac{5}{3}T_2$$

$$T_2 = \frac{2}{3}t \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}t$$

$$1\frac{3}{4}(t+1-T) = 1\frac{3}{4}(t+1)$$

$$(49-x)(t-T_2) = x(t+1-T)$$

$$\frac{3}{5}(49-x)t \neq \frac{x(t+1-T)}{1\frac{3}{4}(t+1-T)}$$

$$1\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}(49-x)t = x(t+1)$$

$$\frac{21}{20}(49-x)t = xt + t$$

~~$x \neq$~~

Из системы уравнений:

$$x = 20$$

Ответ: 20 человек

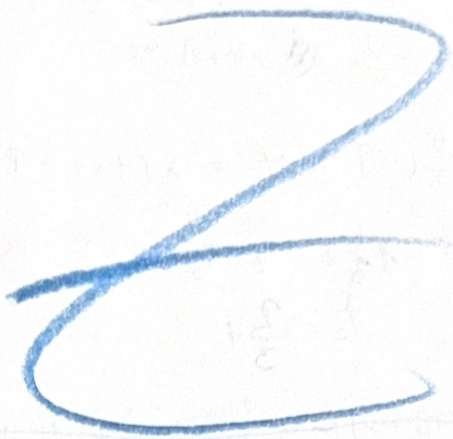
Черновик

$$n(n+4001) = (n-1)^2$$

$$n^2 + 4001n = n^2 - 2n + 1$$

$$4003n = 1$$

$$n = \frac{1}{4003}$$



12002000

$$(2000-1)^2 = 4000000 - 4000 + 1 = 3996001$$

279

$$167 = 4$$

121

4

231

14

+11

+14

+11

+14

+11

+14

+11

+14

+11

+14

+11

+14

+11

+14

+11

