



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант _____

Место проведения Челябинск
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Токори Воротышки горы!"
наименование олимпиады

по математике 5-6 класс
профиль олимпиады

Лещинского Марка Андреевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Ваша оценка: 15/34

Дата
« 5 » апреля 2026 года

Подпись участника

(подпись)

72-01-37-92
(1013)

Чистовик.

N1

$$1 - 12 - 13 - (\dots, 2024 - (2025 - (2026 - x) \dots)) = 2026^{100} \text{ (ср.)}$$

прибавим к каждой части $12 - 13 - (\dots, 2024 - (2025 - (2026 - x) \dots))$:

$$1 = 2026 + 2 - 13 - 14 - (\dots, 2024 - (2025 - (2026 - x) \dots))$$

прибавим к каждой части $13 - 14 - (\dots, 2024 - (2025 - (2026 - x) \dots))$:

$$1 + 3 - 14 - 15 - (\dots, 2024 - (2025 - (2026 - x) \dots)) = 2026 \times 2$$

и так далее. В итоге получится:

$$1 + 3 + 5 + \dots + 2025 + x = 2026 + 2 + 4 + \dots + 2026$$

вычтем из каждой части $1 + 3 + 5 + \dots + 2025$:

$$x = 2026 + 2 + 4 + \dots + 2026 - 1 - 3 - 5 - \dots - 2025 = (2 - 1) + (4 - 3) + \dots + (2026 - 2025) + 2026 = 2026 + 1013$$

получилось 1013 разностей; в результате каждой получилось 1

$$x = 2026 + 1013 = 3039$$

Ответ: $x = 3039$.

N2

Пусть скорость пешехода - Π км/ч, велоседиста - θ км/ч.

$$10:15 - 9:15 = 1 \text{ ч}$$

$$10:30 - 10:15 = 15 \text{ мин} = \frac{1}{4} \text{ ч}$$

П.к. велоседист догнал пешехода, ~~тогда~~ $\theta > \Pi$.

$$1 \cdot \Pi : (\theta - \Pi) = \frac{1}{4}$$

$$\Pi : (\theta - \Pi) = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\Pi}{\theta} - \frac{\Pi}{\theta} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\Pi}{\theta} - 1 = \frac{1}{4}$$

№2 (продолжение)

Истових.

$$\frac{\pi}{\theta} = 1\frac{1}{4}$$

Пусть велосипедисту нужно ~~было~~ выехать через x после выхода пешехода чтобы догнать его в 10:00.

$$9:15 = 9\frac{1}{4}$$

$$\pi x : (v - \pi) = 10 - (9\frac{1}{4} + x)$$

в этот момент выехал велосипедист

$$\frac{\pi x}{v} - \frac{\pi x}{\pi} = \frac{3}{4} - x$$

$$\frac{\pi x}{v} - x = \frac{3}{4} - x$$

$$\frac{\pi x}{v} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{\pi}{v} = \frac{3}{4} : x = 1\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} : x = 1\frac{1}{4}$$

$$x = \frac{3}{5} \text{ ч} = 36 \text{ мин}$$

$$9:15 + 36 \text{ мин} = 9:51$$

Ответ: в 9:51.

№3

	1	2	3	4	5	6	7	8
а	x
в
с
д
е
з
и

точки - орешки

Допустим, это возможно.

В столбцах 8 и 4 по две орешки, причём если мы уберём одну из орешек в столбце 8, то, какую орешку убрать в столбце 4, определяется единственным образом. То есть, если будет убрана орешка е8, то будет убрана и орешка и4, а если будет уб-

№5

Числовик.

П.к. цифры нечетные, на четных позициях стоят все четные цифры, кроме 0 их как-раз 4! - 2, 4, 6, 8.

$2+4+6+8=20$ - сумма цифр на нечетных позициях

$1+3+5+7+9=25$ - сумма всех пяти нечетных цифр

$25-20=5$ - разница; т.к. ~~на четных~~ должно стоять 4 нечетных числа, а всего их 5, мы должны отбросить одно нечетное число, и это как-раз 5

Значит, код - это цифры 2, 4, 6, 8, 1, 3, 7, 9 в каком-то порядке.

Посчитаем кол-во вариантов кода:

$4! \cdot 4! = 576$ вариантов

для нечетных для четных

П.к., на проверку одного варианта уходит 30с, тох кол-во ~~вз~~ времени, затраченное проверками - это $576 \cdot 30с = 288$ мин = 4ч 48 мин.

Ответ: 4ч 48 мин.

№6

$a, b \rightarrow 5a - 3b, 7a - 5b$

Инвариант: кол-во чисел, делящихся на 5 не меняется. Доказательство:

ство:

Рассмотрим варианты остатков по модулю 5 чисел a и b :

Если или a или b , или $(a, b) \equiv 0$:

исходично	после операции (первое число - a , второе - b)
0, 1	2, 0
0, 2	4, 0
0, 3	1, 0
0, 4	3, 0
0, 0	0, 0
1, 0	0, 2
2, 0	0, 4

72-01-37-92
(181.3)

№ 6 (продолжение).

Чистовик.

изначально	после операции
30	0,1
40	0,3

кол-во "0" не меняется

Если мы $a, m, b \equiv 0 \pmod 5$:

$$5 \equiv 0 \pmod 5 \Rightarrow 5a \equiv 0 \pmod 5, \text{ и } -5b \equiv 0 \pmod 5$$

~~$7b \equiv 0 \pmod 5, \text{ и } 7, \text{ и } b \text{ не делятся на } 5$~~

~~$7a \not\equiv 0 \pmod 5, \text{ и } 7, \text{ и } a \text{ не делятся на } 5$~~

\Downarrow

$$5a - 7b$$

$\rightarrow 7b \pmod 5, \text{ и } 7, \text{ и } b \pmod 5, \text{ и } 5\text{-кратное}$

$7a \pmod 5, \text{ и } 7, \text{ и } a \pmod 5, \text{ и } 5\text{-кратное}$

\Downarrow

$5a - 7b \pmod 5, \text{ и } 7a - 5b \pmod 5 \Rightarrow$ ~~остатков "0"~~ по модулю 5 не появились,

но остатков 0 не было и изначально (т.е., $a \pmod 5, \text{ и } b \pmod 5$)

среди a, b было \Downarrow 0 остатков 0 по модулю 5,
 и ~~остатков 0~~ ^{стало} \Rightarrow кол-во "0" не ~~менялось~~ ^{налось}

\Downarrow кол-во ~~остатков 0 по модулю 5~~ ^{чисел, делящихся на 5} никогда не меняется

Изначально было 6 чисел, делящихся на 5 (15, 20, 25, 30, 35, 40)

но значит, всегда будет 6 чисел, делящихся на 5,

но среди (2001, 2002, ..., 2026) чисел, делящихся на 5, ^(2005, 2010, 2015, 2020, 2025) а не 6, значит,

эти числа мы получить не сможем.

Ответ: нет.

Термины.

$$n_0 \begin{matrix} 0 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 2 \end{matrix}$$

$$a, b \rightarrow 5a - 3b \quad 7a - 5b$$

$$n, n \rightarrow 2, 1 \quad \cancel{a+b} \quad +4a - 3b \quad +7a - 5b$$

$$2, 2 \rightarrow n, n$$

$$2, n \rightarrow n, n$$

$$0, 0 \rightarrow 0, 0$$

$$0, 1 \rightarrow 0, 1$$

$$0, 2 \rightarrow 0, 2$$

$$1, 1 \rightarrow 2, 2$$

$$1, 2 \rightarrow 2, 0$$

$$1, 0 \rightarrow 2, 1$$

$$2, 0 \rightarrow 1, 2$$

$$2, 1 \rightarrow 1, 0$$

$$2, 2 \rightarrow 1, 1$$

$$2, 1 \rightarrow 1, 0$$

$$2, 2 \rightarrow 1, 1$$

$$5a - 3b = 31b$$

$$5(a - \frac{3}{5}b)$$

$$a = a + b - b$$

↓

$$\begin{matrix} 0, 0 \rightarrow 0, 0 \\ 0, 1 \rightarrow 2, 0 \\ 0, 2 \rightarrow 0, 1 \\ 0, 3 \rightarrow 1, 0 \\ 0, 4 \rightarrow 2, 0 \\ 1, 1 \rightarrow 2, 1 \end{matrix}$$

$$1, 0 \rightarrow 2, 2$$

$$2, 0 \rightarrow 0, 1$$

$$3, 0 \rightarrow 0, 1$$

$$4, 0 \rightarrow 0, 3$$

$$n = a^2, n + 4001 = b^2$$

~~n =~~

$$1, 4, 9, 16, 25, \textcircled{36}, 49, 64, \textcircled{81}, 100, \cancel{121}, 144$$

Черновик,

№4

4001-кр.

$$n^2 + 4001n = a^2$$

$$n(n+4001) = a \cdot a$$

$$n = b^2, \quad n+4001 = c^2$$

$$\begin{matrix} \text{№8} \\ 12a - 8b & a+b & c^2 - b^2 = 4001 \end{matrix}$$

$$11a - 8b \quad b$$

$$11a - 9b$$

$$12a - 8b \quad a+b$$

$$\begin{matrix} 5 \\ 2+4+5+8 = 20 \end{matrix}$$

$$1+3+5+7+9 = 25$$

1.

$$2, 4, 6, 8, 10, 12, 14$$

$$4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 4! \cdot 4! =$$

$$\frac{35a}{b} - 4b + \frac{15b}{a}$$

35a

[...J+E...J

№5

$$a, b \rightarrow 5a - 3b, 7a - 5b$$

$$70, 16, 4, \dots, 40$$

$$2001, 2002, 2003, \dots, 2026$$

$$a+b \rightarrow 5a - 12a - 8b + 11a - 3b$$

$$(5a - 3b) - (7a - 5b)$$

$$5a - 7a - 3b + 5b$$

$$2b - 2a$$

$$(a-b) - 2(8-9) \neq$$

$$3a - 3b$$

а:в = 1

$$(5a - 3b) \cdot (a - 5b)$$

||

$$35a^2 - 25ab - 21ab + 15b^2$$

||

$$a(35a - 25b - 21b) + 15b^2$$

КЛОДИСЬ

ЛЛММГТТТ

Черновик.

N1

$$1 - 2 - 3 - \dots - 2025 - (2025 - (2026 - x) \dots) = 2025$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + 2025 + x = 2026 + 2 + 4 + 6 + \dots + 2026$$

$$x = \cancel{3069} \quad 2026 + 1013 = 3039$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 12 \\ \hline 48 \\ + 240 \\ \hline 288 \end{array}$$

N2

A
L
9:15 м. км/ч
10:15 В. км/ч

$$\pi : (B - \pi) = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\pi}{B} - 1 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\pi}{B} = 1\frac{1}{4}$$

$$\pi x : (B - \pi) = 10 - (9\frac{3}{4} + x)$$

$$\frac{3}{4} - x$$

$$\frac{\pi x}{B} - x = \frac{3}{4} - x$$

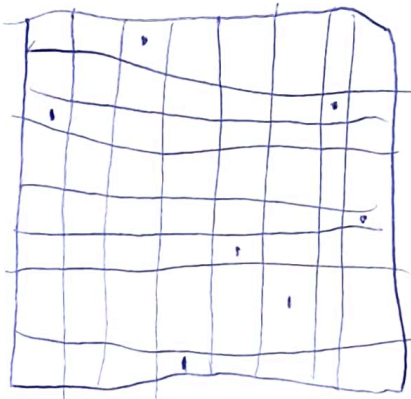
$$\frac{\pi x}{B} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{\pi}{B} = \frac{3}{4} : x = 1\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} : x = 1\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} : \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{3}{5} \cdot 4 = \frac{3}{5} \cdot 4 = 36 \text{ мм}$$

$$9 : \cancel{1}$$



$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ + 480 \\ \hline 576 \end{array}$$