



Время: 15:33

Вернулся: 15:35

AM

Срочно: 17:02 AM

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 9

Место проведения Новосибирск
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы!“
наименование олимпиады

ПО МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Андреевой Маргариты Андреевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«05» АПРЕЛЯ 2026 года

Подпись участника

AM

ЧИСТОВИК

Задача 7.

Засст., кот. прошёл П (кешерод) за 75 мин.
(с 9:15 до 10:30), В (велоциклетист) проехал за 15
мин. (с 10:15 до 10:30), $\frac{75}{15} = 5$ раз
быстрее П \Rightarrow меньше времени нужно, чем П, на одну и
то же расст.

За 45 мин (с 9:15 до 10:00) П прошёл нек-рое
расст., а В проедет его в 5 раз быстрее - за 9 мин. \Rightarrow
В должен выйти за 9 мин до 10:00 - в 9:51.

Ответ: 9:51

ЧАСТОВИК

Задача 2.

4007 - прост. \Rightarrow либо $n:4007$, либо $(n;4007)=7$

1) $n:4007 \Rightarrow n=4007k$, где k - натур. (т.к. n - натур.)

$$n(n+4007) = 4007k(k+1) = 4007^2 \cdot k(k+1)$$

Тогда $n(n+4007)$ было кв., т.к. 4007^2 - кв., тогда 2-ой множ. д.с. кв. - $k(k+1)$, но это не кв., т.к. $k^2 < k(k+1) < (k+1)^2$, а между ними нет полн. кв.

2) $(n;4007)=7 \Rightarrow (n; n+4007)=7 \Rightarrow$ и n , и $n+4007$ - кв., т.к. у них нет общ. дел., кот. „дополняют“ друг друга до 7-ой ст. высшей.

$$n = x^2$$

$$n+4007 = (x+y)^2$$

$$(x+y)^2 - x^2 = x^2 + 2xy + y^2 - x^2 = 2xy + y^2 = y(2x+y) =$$

$$= n+4007 - n = 4007 \text{ - прост. } \Rightarrow y \text{ или } 2x+y = 7.$$

~~$n = x^2$~~ ~~$n+4007 = (x+y)^2$~~

x и y ~~бывают~~ > 0 , ~~т.к.~~ n и $n+4007$ - полн. кв. $\Rightarrow x$ и y - натур.
 $\Rightarrow 2x+y \geq 3 > 7 \Rightarrow$ только $y=7$ возможно.

~~$n = x^2$~~

~~$4007 = 2x + 7$~~

~~$x = 2000$~~

~~$n = 4000000$~~

~~Ответ: n~~
~~Ответ: 4000000~~

ЧИСТОВИК

Задача 3.

Пл.к. 1-ое шар. i в a_i и так будет возр. в
 последовательности, 2-ое не должно возрасти, иначе
 полуц. шар > 7 . Пл.л. $\text{Окр}(\sqrt{k}) = \text{Окр}(\sqrt{k+2025}) = X$
 $(X-0,5)^2 = X^2 - X + 0,25 \leq k$, иначе \sqrt{k} окр. в сторону
 меньш. числа.

$(X+0,5)^2 = X^2 + X + 0,25 > k+2025$, иначе $\sqrt{k+2025}$ окр. в
 сторону больш. числа.

~~$X^2 + X + 0,25 - 2025 > k$~~

~~$X^2 - X + 0,25 \leq k < X^2 + X + 0,25 - 2025$~~

~~$-X < X - 2025$~~

~~$2X > 2025$~~

~~$X > 1012,5$~~

~~$X - \text{цел.} \Rightarrow X \geq 1013$~~

~~$k = X^2 - X + 7 = 1025757$ - 1-ое больше 1025756,25~~

Несложно видеть, что действительно все кв. корни
 чисел от 1025757 до 1027782 окр. до 1013, а
 меньшее k невозможно, т.к. оно зависит от X - тем меньше
 X , тем меньше м.б. k . И то, и другое минимально.

Ответ: 1025757

Чистовик

Задача:

$$5a - 3b \equiv 2b \pmod{5} \Rightarrow \begin{cases} \text{если } b \equiv 5, \text{ то } 5a - 3b - \text{тоже} \\ \text{если } b \not\equiv 5, \text{ то и } 5a - 3b \not\equiv 5 \end{cases}$$

$$7a - 5b \equiv 2a \pmod{5} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv 5 \Rightarrow 7a - 5b \equiv 5 \\ a \not\equiv 5 \Rightarrow 7a - 5b \not\equiv 5 \end{cases}$$

Т.е. в резу-то опер. не является к-во чисел $\equiv 5$.

Нужно было число, кот. $\equiv 5$, было 6, а нужно оста-
вить 5 таких. Невозможно.

Ответ: Нет

02-79-42-47
(183.3)

Частовик

Задача 5.

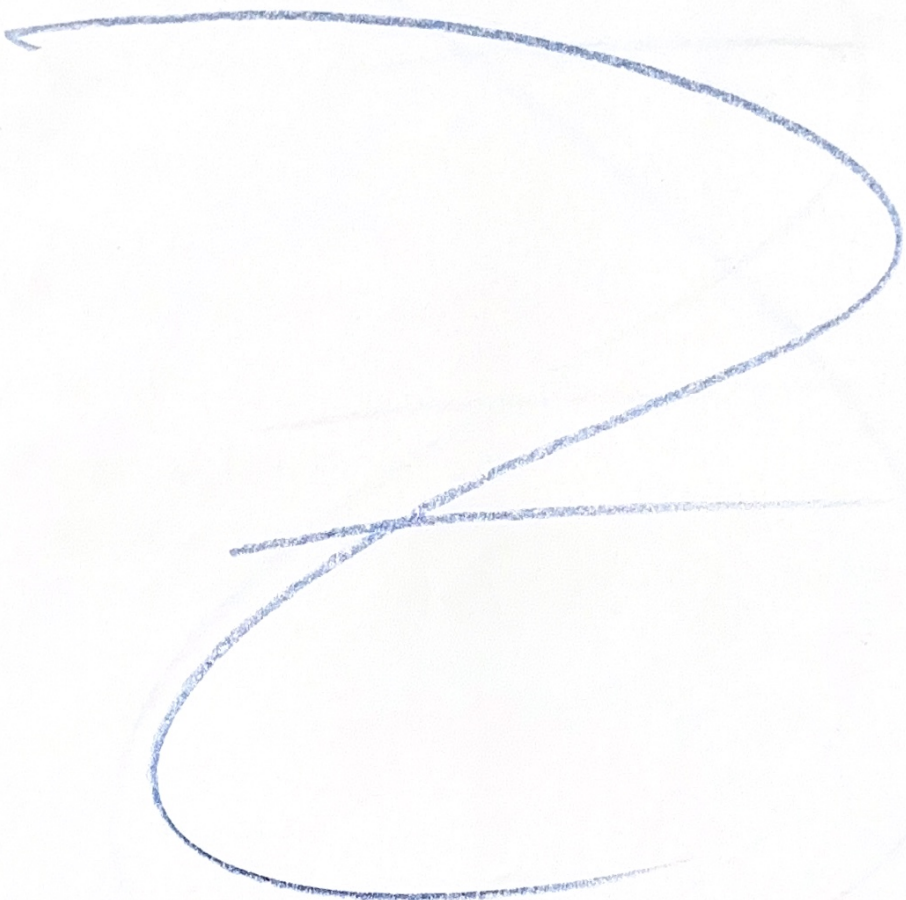
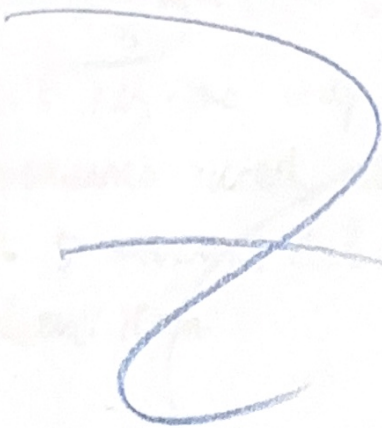
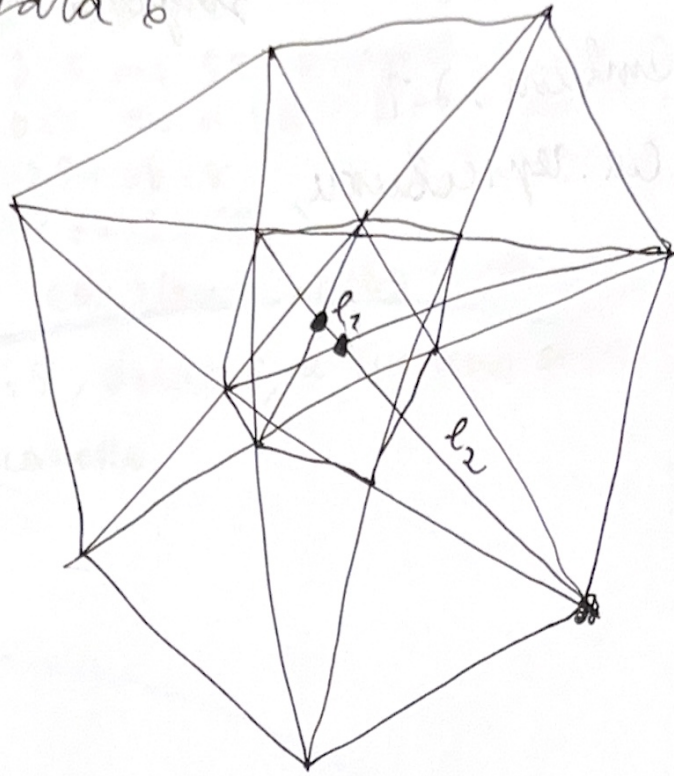
Ответ: 27

см. Черновики,



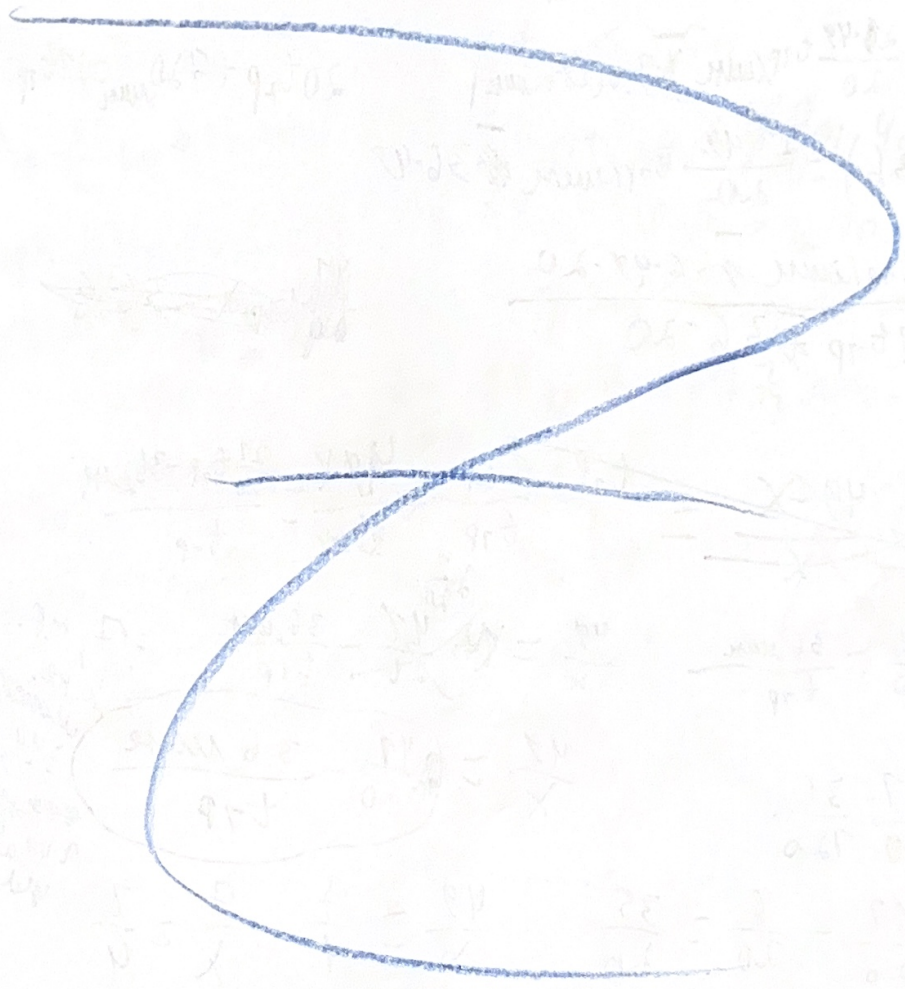
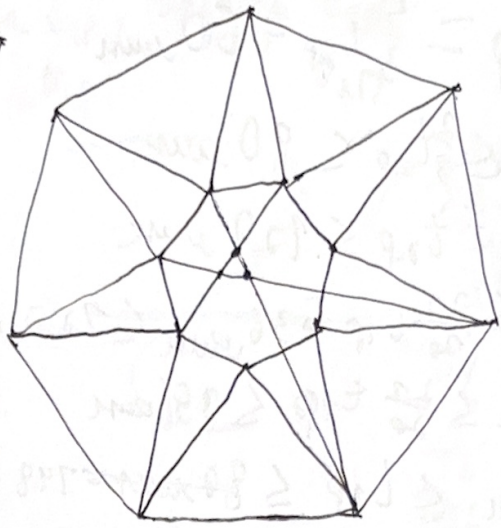
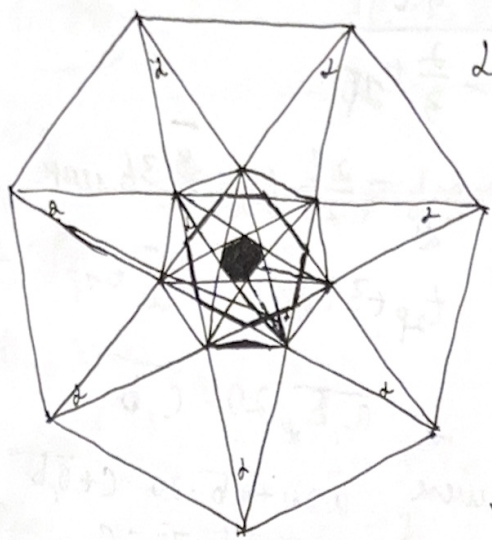
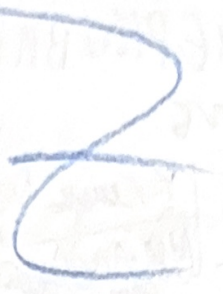
ЧИСТОВИК₂ Задача 6

Ответ: $\begin{pmatrix} b_2 \\ e_1 \end{pmatrix}$



ЧЕРНОВИК
№ 1

$$2 \cdot \frac{780^\circ}{7} = 255 \frac{5}{7}^\circ$$



ЧЕРНОВИК

49 - 28 = 27

25

49-X

~~1 | X мм (49-X) мм | t_{1P} | t_{1П} = 3/4 t_{1P}~~

~~2 | (49-X) мм | X | t_{2P} | t_{2П} = 2/3 t_{2P}~~

7/4 t_{1P} = 5/3 t_{2P} + 60 мм

t_{2P} = 27/20 t_{1P} + 36 мм

60 мм ≤ 27/20 t_{2P} ≤ 80 мм

t_{2P} + 36 мм = 27/20 t_{1P}

90 мм ≤ t_{2P} ≤ 120 мм

a, b : 20 = c, b

90 мм ≤ 27/20 t_{1P} + 36 мм ≤ 120 мм

a · 20 + 0 · b · 20 = c + 0 · b

126 мм ≤ 27/20 t_{1P} ≤ 156 мм

a · 20 + 0 · b · 79 = c

207 мм ≤ t_{1P} ≤ 748 4/7 мм

```

    200 | 27
    22  | 18
    ----
    280
    268
    ----
     12
  
```

t_{1P} X = (27/20 t_{1P} + 36 мм) (49-X)

47/20 t_{1P} X = 27/20 t_{1P} X + 36(49-X)

20 t_{2P} + 720 мм = 27 t_{1P}

X (47/20 t_{1P} + 36) = 27/20 t_{1P} X + 36 · 49

X = (27 · 49 · t_{1P} мм + 36 · 49 · 20) / (47 t_{1P} + 36 · 20)

~~20 t_{2P} + 720 мм = 27 t_{1P}~~

~~1/2P~~

~~t_{2P} = 49 - X~~ ~~t_{2P} / t_{1P} = (49 - X) / X~~ ~~t_{2P} = 27/20 t_{1P} - 36 мм~~

49/X - 1 = 27/20 - 36 мм / t_{1P}

49/X = 27/20 - 36 мм / t_{1P}

7, м.ф.
X не можем
= 49,
а 49 ак-
чел

47 - 36 / 20 720

49/X = 47/20 - 36 мм / t_{1P}

47 - 6 / 20 = 35 / 20

49/X = 7/4 7/X = 7/4

X = 28

t_{1P} = 20, м

ЧЕРНО ВК

m_4
 $5a - 3b \equiv 2b \pmod 5$; $7a - 5b \equiv 2a \pmod 5 \Rightarrow$ кол-во ит. : 5
 нечетными
 было 6 стало 5, четн.

N_5

1 пр - X вал. работа t_{1P} , перерыв $t_{1П}$
 2 пр - 49-X вал. t_{2P} $t_{2П}$

$t_{1P} X = t_{2P} (49 - X)$

$t_{1P} + t_{1П} = t_{2P} + t_{2П} + 74$

$12 \leq t_{2П} \leq 7\frac{2}{3} \text{ ч.}$

$t_{1П} = \frac{3}{4} t_{1P}$

$t_{2П} = \frac{2}{3} t_{2P}$ $12 \leq \frac{2}{3} t_{2P} \leq 11\frac{1}{3} \text{ ч.}$

$\frac{7}{9} t_{1P} = \frac{5}{3} t_{2P} + 74$ $7,5 \text{ ч.} \leq t_{2P} \leq 2,5 \text{ ч.}$

$t_{2P} = \frac{21}{20} t_{1P} - 36 \text{ мин.}$ $2,5 \text{ ч.} \leq t_{2П} + t_{2P} \leq 1\frac{1}{6} \text{ ч.} 49,10 \text{ мин}$

$t_{1P} X = \left(\frac{27}{20} t_{1P} - 36 \text{ мин}\right) (49 - X)$ $3,5 \text{ ч.} \leq t_{1П} + t_{1P} \leq 5 \text{ ч.} 10 \text{ мин.}$

$t_{1P} X = \frac{27 \cdot 49 - 27 t_{1P} X}{20} - \frac{27 t_{1P} X}{20}$ $3,5 \text{ ч.} \leq \frac{7}{9} t_{1P} \leq 5 \text{ ч.} 10 \text{ мин.}$

$-36 \cdot 49 + 36 X$ $27 \leq t_{1P} \leq 177\frac{7}{9} \text{ мин} = 2 \text{ ч.} 57\frac{7}{9} \text{ мин.}$
 120 мин

$\frac{47}{20} t_{1P} X = \frac{27 \cdot 49}{20} t_{1P} - 36 \cdot 49 + 36 X$

$t_{1P} \left(\frac{47}{20} X - \frac{27 \cdot 49}{20}\right) = 36 X - 36 \cdot 49$

$t_{1P} = \frac{36 X - 36 \cdot 49}{\frac{47}{20} X - \frac{27 \cdot 49}{20}} = \frac{36(49 - X) \cdot 20}{27 \cdot 49 - 47 X}$

