

Срочно: 17:00 9/14



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Новосибирск
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Покори Воробьевы горы!"
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Попадова Александра Максимовна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«05» апреля 2026 года

Подпись участника
[Подпись]

88-45-50-70

(183.2)

Задача №1.

Заметим, что велосипедист и пешеход прошли одинаковое расстояние с ^{одинаковой} скоростью, но за разное время (до момента встречи велосипедист — 15 мин., пешеход — 75 мин.).

Этот велосипедист тратит на одинаковое расстояние в 5 раз меньше времени чем пешеход.

Тогда, если пешеход поедет 45 мин (10:00 - 9:15), то велосипедист поедет: $\frac{45}{5} = 9$ мин. А значит он должен выйти в 10:00 - 9 мин. = 9:51.

Ответ: в 9:51.

Задача №2.

Заметим, что n и $n+4001$ могут иметь только один ^{общий} простой делитель — 4001, т.е. 4001 простое. И т.е. если n делится на p , и $n+4001$ делится на p , то 4001 тоже должно делиться на p , а это возможно, только если $p=1$ или 4001 при натур. p .

Теперь рассмотрим два возможных случая:

1) n и $n+4001$ — взаимнопросты (т.е. $n \cdot (n+4001)$ — квадрат некоторого простого числа — не имеет степени ^{возрастающей} некоторого простого числа — не имеет противоречие). Тогда $\begin{cases} n = k^2 \\ n+4001 = z^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = k^2 \\ 4001 = (z-k) \cdot (z+k) \end{cases}$

$$\Rightarrow \text{т.е. } 4001 \text{ простое. } \begin{cases} n = k^2 \\ 2k + 4001 = z - k = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = k^2 \\ z = 2001 \\ k = 2000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 4000000 \\ z = 2001 \\ k = 2000 \end{cases}$$

2) n и $n+4001$ имеют общий простой делитель 4001. Тогда пусть $n = 4001k$, где k — натуральное число. Тогда

$$n \cdot (n+4001) = 4001k \cdot (4001k + 4001) = (4001)^2 \cdot (k \cdot (k+1)) =$$

$= (4001)^2 \cdot (k^2 + 1)$. Обезопасно, что $k^2 + 1$ не имеет простых делителей (т.е. никакие два квадрата натур. чисел не отличаются на 1), а т.е. 4001 — простое натуральное, то $(4001)^2 \cdot (k^2 + 1)$ не имеет. Т.е. этот вариант ответа не даёт.

Ответ: $n = 4000000$

№3.

Да, такой дробь существует,

Например: при $k = 1000000000 = 10^9$

Заметим, что $10000^2 \leq 10^8, 10^8 + 1 \dots 10^8 + 2025 \leq (10000 + 0.5)^2$

$= 10^8 + 10000 + 0.25$. А значит. Опр. 10000 или

$n \in [10^8, 10^8 + 2025]$ ~~ОПН~~ ~~Одновременно~~ и равн. $10000^2 = 2$.

А значит, т.ч. $10^8 + 2, 10^8 + 1 + 2, 10^8 + 2 + 2 \dots 10^8 + 2025 + 2$
последовательные натуральные числа, т.ч.

$a_{10^8} \quad a_{10^8+1} \quad a_{10^8+2} \quad \dots \quad a_{10^8+2025}$ — последовательны
натуральные числа. ~~Отсюда~~ Значит, такой
дробь существует:

~~Или~~
~~Или~~

Заметим, что нам требуется найти такой
первой дробь $a_n, a_{n+1} \dots a_{n+2025}$, что ОКР $(a_n) \dots (a_{n+2025})$
равны. Т.ч. первое слагаемое в a_i последов.
натур. чисел. Тогда надо найти первое натур.
 \mathbb{Z} , что все ОКР от n имеют вид равн. Т.ч. что

$(z-0.5)^2 \leq k, \dots, k+2025 \leq (z+0.5)^2$. Или
то упростить $(z-0.5)^2 \leq k$ и $k+2025 \leq (z+0.5)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (z+0.5)^2 - (z-0.5)^2 > 2025 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2z \cdot 1 > 2025 \Leftrightarrow z > 2025 \cdot \frac{1}{2} = 2025.5$

т.ч. мы ищем первое z удовлетворяющее условию.

$(z \in \mathbb{N} \text{ и } z > 2025)$, то первое такое $z = 1013$.

и в соответствии такую z . Первое k , которое $>$
натур. чисел

$(1013+0.5)^2 = 1013^2 - 1013 + 1$. Первое число

которое $\in [1013+0.5)^2 = 1013^2 + 1013$

чисел $\mathbb{N} \in [1013^2 - 1013 + 1; 1013^2 + 1013]$ равно

2026. что удовлетворяет условию. Т.ч. ответ: $1013^2 - 1013 + 1$

Ответ. 1025157

88-45-50-70
(183.2)

№5.

Пусть t_1 — ~~нормальное~~ общее время работы на вынос переноса у I группы, t_2 — у второй.

P_1 — время ~~общего~~ переноса у I группы, P_2 у второй.
Тогда получим: $t_1 + P_1 + P_2 = t_2 + P_2$; $\frac{t_1}{t_2} = \frac{n}{49-n}$, где

n — катуш. шир от 100 см (м.в. производится количеством волоконных элементов и общим работам мод.

$$\frac{3}{4} t_1 = t_1 + P_1 \Leftrightarrow \frac{3}{4} t_1 = P_1; \quad \frac{2}{3} P_1 = t_2 + P_2 \Leftrightarrow \frac{2}{3} P_2 = t_2.$$

А так как $P_2 \geq 60$ см, $P_2 \leq 80$ см. Тогда подставим в $t_1 + P_1 = t_2 + P_2$ все данные получим.

~~$$P_2 = t_1 + P_1 - t_2 = \frac{3}{4} t_1 - t_2$$~~

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} t_1 + 60 = \frac{2}{3} t_2. \Leftrightarrow 60 = \frac{2}{3} t_2 - \frac{3}{4} t_1$$

$$\Leftrightarrow 720 = 20 t_2 - 21 t_1. \Leftrightarrow 20 t_2 - 21 t_1 \cdot \frac{n}{49-n} = 720 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t_2 \cdot (20 - 21 \cdot \frac{n}{49-n}) = 720 \Leftrightarrow t_2 = \frac{720}{20 - 21 \cdot \frac{n}{49-n}} = \frac{720(49-n)}{980 - 41n}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3} t_2 = P_2 = \frac{480 \cdot (49-n)}{980 - 41n}. \text{ Приравняем, то } -n$$

катуш. шир. (и очевидно, м.в. $\frac{3}{4} t_1 \leq \frac{2}{3} t_2$, но $t_2 > t_1$ и $t_1 < t_2$).

и так как от 100 см. Тогда берем все n t_2 и

~~выберем, но минимум $P_2 \in [60; 80]$.~~

Тогда решим неравенство $60 \leq \frac{480 \cdot (49-n)}{980 - 41n} \leq 80$.

катуш. шир. Тогда, эта ~~единично~~

подходящее шир — 10.

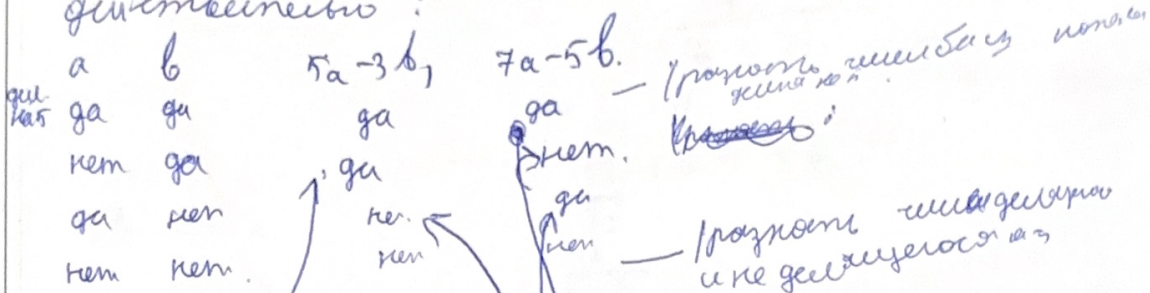
Т.е. отв: 10

Отв: 10

88-45-50-70
(183.2)

14.

Заметим, что при продолженной операции кол-во слов, начинающихся на 5 не изменяется действительно:

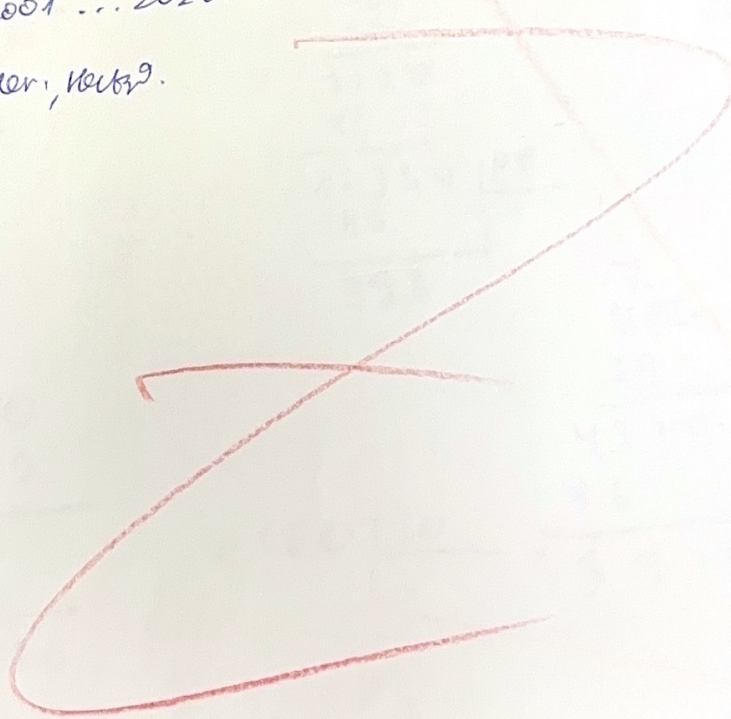


5a делится на 5, 3b — нет. 7a делится на 5, 5b — нет.

5a делится на 5, 3b — нет. 7a делится на 5, 5b — нет. В каждой строке кол-во "га" и "кат" совпадают.

Но заметим, что слова, начинающиеся на 5 не являются строгими. Можно начать процесс из первоначального набора слов 15...40, тогда слова 2001...2026.

Ответ: Нет, нет.



$$\begin{array}{r} 480 \cdot 49 = 117120 \\ \hline 380 - 411 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \\ \times 230 \\ \hline 14400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \\ \times 29 \\ \hline 5320 \end{array}$$

$$14400 \mid 211$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 13 \\ \hline 533 \end{array}$$

$$13: 457$$

$$14: 416$$

$$15: 375$$

$$16: 334$$

$$17: 293$$

$$18: 252$$

$$19: 211$$

$$20: 170$$

$$21: 129$$

$$22: 88$$

$$\begin{array}{r} 980 \\ - 533 \\ \hline 457 \end{array}$$

$$12920 \mid 170$$

$$\begin{array}{r} 211 \\ \times 8 \end{array}$$

$$1392 \mid 170$$

$$\begin{array}{r} 480 \cdot 22 \\ \hline 129 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \\ \times 88 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \cdot 21 \\ \times 27 \\ \hline 3360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 170 \\ \times 8 \\ \hline 1360 \end{array}$$

$$5: 5$$

$$\begin{array}{r} 480 \cdot 27 \\ \times 88 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \cdot 21 \\ \times 88 \\ \hline 396 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \\ + 170 \\ \hline 650 \\ \times 79 \\ \hline 5160 \end{array}$$

$$5160 \mid 20$$

$$\begin{array}{r} 480 \\ \times 29 \\ \hline 4320 \\ + 96 \\ \hline 13920 \end{array}$$

№5

С УЕРМОВИ

t_1 — настоящее время работы I

t_2 — настоящее время работы II

P_1 — перерыв I наемн

P_2 — перерыв II наемн

По условию $\frac{t_1}{t_2} = \frac{n}{49-n}$, где n — количество часов от 1 до 48.

Также $60 \text{ мин.} \leq P_2 \leq 80 \text{ мин.}$

$$1\frac{3}{4}t_1 = t_1 + P_1 \Rightarrow \frac{3}{4}t_1 = P_1$$

$$1\frac{2}{3}t_2 = t_2 + P_2 \Rightarrow \frac{2}{3}t_2 = P_2$$

$$\text{И } \frac{t_1 + P_1}{t_2 + P_2} = 1 \Rightarrow 1\frac{3}{4}t_1 = 1\frac{2}{3}t_2$$

$$60 = 1\frac{2}{3}t_2 - 1\frac{3}{4}t_1 = \frac{5}{3}t_2 - \frac{7}{4}t_1$$

$$\Rightarrow 420 = 540t_2 - 21t_1$$

$$720 = 20t_2 - 21t_2 \cdot \frac{17}{49-n}$$

$$720 = t_2 \cdot \left(20 - 21 \cdot \frac{17}{49-n}\right)$$

$$\frac{2}{3}t_2 = \frac{480 \cdot (20 - \frac{357}{49-n})}{20 - 21 \cdot \frac{17}{49-n}} = \frac{420}{980 - 41n} = \frac{420 \cdot (49-n)}{980 - 41n}$$

$$\frac{420 \cdot 36}{417}$$

417

41

17: 533

14: 492

15: 451

16: 410

13

41

13

72

533

14

17:

15

Черновики

486

n — число выполнено в черновике

t — время работы первопроходца

S — работа

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{S}{t+1} &= n \\ \frac{S}{t} &= 49-n \end{aligned} \right.$$

$$\frac{S}{t} = 49-n$$

$$\begin{array}{r} 2252 \overline{) 174} \\ 174 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 72 \cdot \\ - 49 \\ \hline 648 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 288 \\ 9 \cdot 5 \cdot 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 720 \cdot (49-n) \\ \hline 980-41n \end{array}$$

35

$$0 \leq 4312 - 256n$$

$$\frac{1}{3}t = t_{\text{пр}}$$

$$\frac{2}{3}t = p_{-1}$$

$$60 \leq \frac{720 \cdot (49-n)}{980-41n} \leq 80$$

$$\frac{3}{4}t = p_2$$

60

$$6 \cdot (980-41n) \leq 72 \cdot (49-n) \leq 8 \cdot (980-41n)$$

10

$$\frac{8}{9} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$5880 - 246n \leq 3528 - 72n$$

$$5880 - 174n \leq 3528 \Rightarrow n$$

$$\begin{array}{r} 7840 \\ - 3528 \\ \hline 4312 \end{array}$$

$$n > 12$$

$$3528 - 72n \leq 7840 - 328n$$

$$3528 \leq 7840 - 256n$$

$$0 \leq 4312 - 256n$$

$$\begin{array}{r} 328 \\ - 72 \\ \hline 256 \end{array}$$

-171

$$-174n \leq -2252$$

$$174n \geq 2252$$

$$\begin{array}{r} 5880 \\ 3528 \\ \hline 2252 \end{array}$$

μ
 7 7. 7 7
 н 7. н н.
 н н с 7.

(переноси.)

См. вариант, по пол-бу или
 хворья и т

$$5a - 3b = 2g$$

$$7a - 5b = h$$

$$2a - 2b = h - g$$

$$2 \cdot (a - b) = h - g$$

2005

2010

2015

2020

2025

15

20

25

30

35

40

№3 *Решите*
 Вероятно можно рассмотреть $\varphi_k \dots \varphi_{k+1}$,
 что $\text{sart}(a_i) = \text{sart}(a_j)$ на каком этапе.

Выясним, что такое перевод

$$\begin{aligned} \text{число } 4001k \cdot 4001 \cdot |k+1| &= \\ &= 4001^2 \cdot (k+1) \cdot k \end{aligned}$$

$$\underline{1000000000} \quad \underline{100002025}$$

Т.е. $\text{sart}(10001000) \geq 1000, a$

$$\begin{array}{l} (a, b) \quad |a-b| \\ (7a-3b, 7a-5b) \quad |2a-2b| \quad |2 \cdot (a-b)| \end{array}$$

$$a \quad b$$

$$7a-3b$$

$$10000$$

$$(10000 \cdot 5) \cdot (10000 \cdot 5) =$$

$$= 100000000 + 100000000$$

$$40 - 13 = 26$$

$$10$$

$$26 \cdot 2000 + \frac{26 \cdot 27}{2} =$$

$$(k+0.5)^2 = k^2 + k +$$

$$a \quad b \quad (a, b)$$

$$\begin{aligned} 5a \cdot 4001k \cdot (4001+4001k) &= \\ = 4001k \cdot 4001 \cdot (k+1) \end{aligned}$$

$$(5a-3b) \quad |7a-5b|$$

$$5a - 3b =$$

$$7a-5b = y$$

$$a \quad b$$

$$z \quad r$$

$$z \quad r$$

N2
 $n \cdot (n + 4001) = k^2$

Черновик

$$n^2 + 4001n = k^2$$

$$4001n = k^2 - n^2 = (k-n) \cdot (k+n)$$

7

$$(1013 + 0.5)^2 =$$

$$= 1013 \cdot 1013 =$$

$n \neq n + 4001$ - *взято*

$$n = k^2$$

$$n + 4001 = 2^2$$

7

$$\begin{array}{r} 1013 \\ \times 1013 \\ \hline 3039 \\ 1013 \\ \hline 1026169 \\ - 1013 \\ \hline 1025156 \\ + 1 \\ \hline 1025157 \end{array}$$

~~$$(k-2) \cdot (k+2)$$~~

$$(2-4) \cdot (2+4) = 4002$$

1 4001

$$2 = 2001, 4 = 2000$$

$$n \approx 2000^2$$

N2

7

век — 15 мм, нел — 75 мм,

15 мм
75 мм
 величина век
 в 5 раз меньше
 нел

нел. ~~нел~~ — 60 мм.

век — $\frac{60}{5} = 12$ мм

Order : $60 \cdot 1 = 58$ мм.

7

7