



20-15-97-52
(184.4)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 10E-1

Место проведения Казань
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Позори Воробьевы горы!
наименование олимпиады

ПО математике
профиль олимпиады

Сухомова Юлия Юрьевна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
« 5 » апрель 2026 года

Подпись участника
[Signature]

Handwritten signature and initials in red ink.

20-16-97-52
(184.4)

Умножим 1.

$$2^{2\sin x} + 7^{2\sin x} + 1 = 14 \sin x + 2 \sin x + 7 \sin x$$

$$2^{2\sin x} + 7^{2\sin x} + 1 = 2 \cdot 7 \sin x + 2 \sin x + 7 \sin x$$

Пусть $2^{\sin x} = a, 7^{\sin x} = b$, тогда:

$$a^2 + b^2 + 1 - ab - a - b = 0$$

$$a^2 - ab + b^2 + 1 + ab - a - b = 0$$

$$(a-b)^2 + (a-1)(b-1) = 0$$

$$\sin x \geq 0 \Rightarrow 2^{\sin x}, 7^{\sin x} \geq 1$$

$$(a-b)^2 \geq 0, (a-1), (b-1) \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 = 0 \vee (a-1)(b-1) = 0$$

\Downarrow

$$a = b = 1$$

$$2^{\sin x} = 7^{\sin x} = 1 \Rightarrow \sin x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$-3,14 \leq \pi n \leq 3,14$$

$$-\frac{3,14}{\pi} \leq n \leq \frac{3,14}{\pi} \cdot \frac{1}{\pi}, \pi > 3,14 \Rightarrow$$

$$-1 < \frac{3,14}{\pi} \Rightarrow \min(n) = 0, 100 < \frac{3,14}{\pi} \Rightarrow \pi < 3,14 \Rightarrow$$

$$101 \pi > 101 \cdot 3,14 = 314 + 3,14 = 317,14 > 315 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 < \frac{315}{\pi} < 101 \Rightarrow n \in [0, 100], n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 101$ реш.

Ответ: 101.

Числовик 3

$a=4 \quad 7934 \equiv 3$
" "

$a=5 \quad 7935 \equiv 4$
" "

$a=6 \quad 7936 \equiv 5$
" "

$a=7 \quad 7937 \equiv 6$
" "

$a=8 \quad 7938 \equiv 7$
" "

$a=9 \quad 7939 \equiv 8$
" "

$b=0 \quad 1009 \equiv 8 \quad b=6 \quad 1609 \equiv 3$
" "

$b=1 \quad 1109 \equiv 9 \quad b=7 \quad 1709 \equiv 4$
" "

$b=2 \quad 1209 \equiv 10 \quad b=8 \quad 1809 \equiv 5$
" "

$b=3 \quad 1309 \equiv 0 \quad b=9 \quad 1909 \equiv 6$
" "

$b=4 \quad 1409 \equiv 1$
" "

$b=5 \quad 1509 \equiv 2$
" "

Очевидно, что $a, b \neq 0$, Попробуем какие-то значения $\equiv 1$.

1) $1 \cdot 1 \equiv 1 \quad 6 \cdot 2 = 12 \equiv 1$

2) $2 \cdot 6 = 12 \equiv 1 \quad 5) 7 \cdot 8 = 56 \equiv 1$

3) $3 \cdot 4 = 12 \equiv 1 \quad 9 \cdot 5 = 45 \equiv 1$

$4 \cdot 3 = 12 \equiv 1 \quad 0 \cdot \dots = 0 \equiv 0$

4) $5 \cdot 9 = 45 \equiv 1$

~~1) $a=2, b=4$~~

a	b
1) 2	4
2) 3	9
7	5
3) 4	7

- не подходит

- не подходит

, $57 : 3$

47 - простое

a	b
3) 5	6
4) 6	1
5) 8	0
9	-

Числовик 4

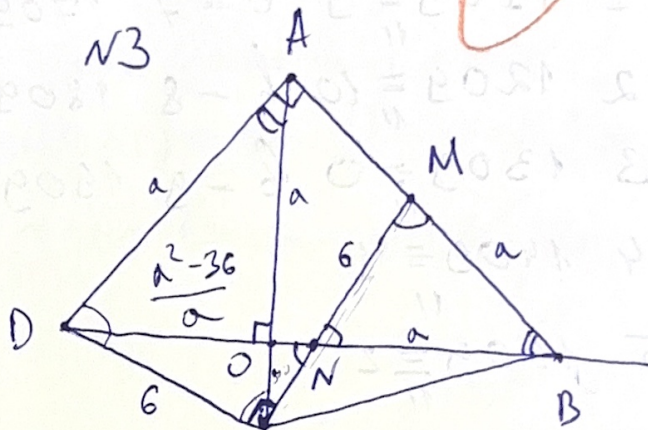
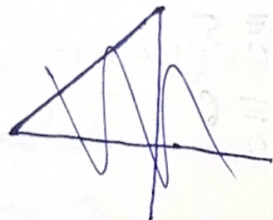
- не пара

61 = 47. простое

- не пара

В итоге 2 числа 61 и 47

Ответ: 47 и 61.



Возьмем a равным по условию стороне z .
 $\angle ONM = \angle MNB = \angle NMB = 180^\circ - \angle ONM$.

$$\angle ONM + \angle NMA = 360^\circ - 90^\circ - \angle MAO = 270^\circ - \angle MAO$$

$$\angle MAO = 90^\circ - \angle DAC = 180^\circ - 90^\circ - (180^\circ - 2\angle ADC) = 2\angle ADC - 90^\circ$$

$$2\angle ONM = 360^\circ - 2\angle ADC$$

$$\angle ONM = 180^\circ - \angle ADC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle MNB = \angle ADC \Rightarrow \triangle DAC = \triangle MBN \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle DNC = \angle ADC, \angle ODC = 90^\circ - \angle ADC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle DCN = 90^\circ$$

$$\angle DAO = \angle ABO \Rightarrow DA \text{ касательная } (AOB) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow DA^2 = DO \cdot OB = a^2, \text{ аналогично}$$

Используем 5.

$$\begin{cases} DO \cdot DN = G^2 \\ DO(DB-a) = 36 \\ DO \cdot DB = a^2 \end{cases}$$

$$\frac{DB}{DB-a} = \frac{a^2}{36}$$

$$36DB = a^2 DB - a^3$$

$$DB = \frac{a^3}{a^2 - 36}$$

$$DO = \frac{a^2}{DB} = \frac{a^2 (a^2 - 36)}{a^3} = \frac{(a^2 - 36)}{a}$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot DB = \frac{a^4}{2(a^2 - 36)}$$

~~$$\sqrt{a^2 - \left(\frac{a^2 - 36}{a}\right)^2} + \sqrt{36 - \left(\frac{a^2 - 36}{a}\right)^2} = a$$~~

~~$$\left(a^2 - \frac{a^2 - 36}{a}\right) \left(a^2 + \frac{a^2 - 36}{a}\right) = (a^3 - a^2 - 36)(a^3 + a^2 - 36)$$~~

$$S_{ABCD} = \sqrt{p(p-a)(p-a)(p-a)} = (p-a)\sqrt{p(p-a)}$$

$$= (a+3-a)\sqrt{(a+3)(a-3)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2 - 36}{a} \cdot a$$

$$6\sqrt{a^2 - 9} = a^2 - 36$$

~~$$36(a^2 - 9) =$$~~

~~$$a^2 - 9 = t$$~~

~~$$6t = t - 27$$~~

~~$$36t = t^2 - 50t + 27^2$$~~

~~$$t^2 - 86t + 625 = 0$$~~

~~$$D = 86^2 - 4 \cdot 625 = 7396 - 2500 = 4896$$~~

~~$$= 4 \cdot 2^2 \cdot 43^2 - 2^2 \cdot 27^2 = 4 \cdot 70 \cdot 16$$~~

$$\Rightarrow t = \frac{86 + 8\sqrt{70}}{2} = 43 + 4\sqrt{70} \Rightarrow a^2 = 52 + 4\sqrt{70}$$

Числовик 6.

$$S = \frac{(52+4\sqrt{70})^2}{2 \cdot (52+4\sqrt{70}-36)} = \frac{(52+4\sqrt{70})^2}{16+4\sqrt{70}}$$

$$\neq \text{Ответ: } \frac{(52+4\sqrt{70})^2}{32+8\sqrt{70}}$$

№5

Посмотрим на разность чисел после операции. Если изначально разность $a-b$, то после

$-2a+2b$. Т.е. после такой операции, если $a > b$, т.е. $a-b > 0$, то $5a-3b < 7a-5b$.

Таким образом, обращая внимание на модуль разности можно сказать, что ее увелич. в 2 раза.

№6

Посчитаем всевозможные ком-во аугров.

Это

$$C_{12}^1 \cdot C_6^1 \cdot C_6^1 = 12 \cdot 6^2 = 2 \cdot 6^3$$

Если у Пети 1, то Шломер не об 0.

если 2, то 1, если 3, то $1+2=3$,

$$4 - 3 + 3 = 6$$

$$5 - 6 + 4 = 10$$

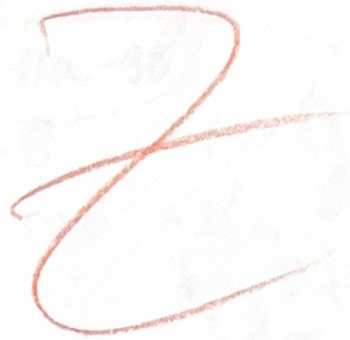
$$6 - 10 + 5 = 15$$

$$7 - 15 + 6 = 21$$

$$8 - \cancel{15} 21 + 5 = 26$$

$$9 - 26 +$$

Именовик 7



Числов Числов 4
N5

$$10a - 8b - (a + b) = 11a - 9b$$

$$a \quad u \quad b \quad a - b \quad (a - b)$$

$$5a - 3b \quad u \quad 7a - 5b \quad -2a + 2b \quad -2(a - b)$$

$$\begin{array}{r} 1009 \overline{) 11} \\ - 99 \\ \hline 19 \\ - 11 \\ \hline 8 \end{array}$$

1 4

$$20 - 3 = 17 \Rightarrow$$

$$28 - 20 =$$

$$2 \quad u$$

$$1 \quad 26$$

$$a \quad u \quad b \quad 10a - 8b$$

$$a \quad u \quad b \quad \equiv \quad a + b$$

$$10a - 8b \equiv$$

$$a - b \quad 13$$

$$-2a + 2b$$

$$+2(a - b)$$

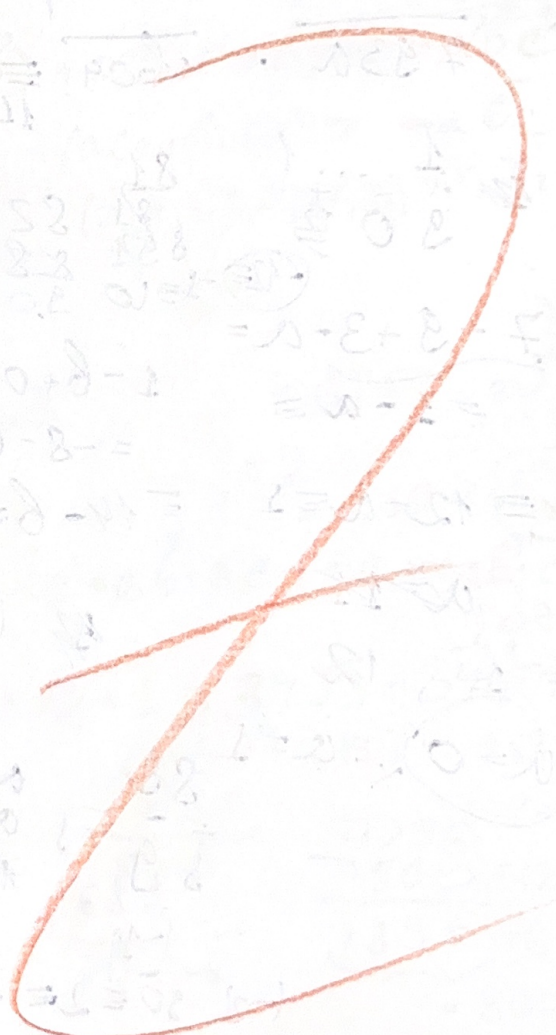
$$1 \quad a - b \quad 1$$

$$1 \quad 1$$

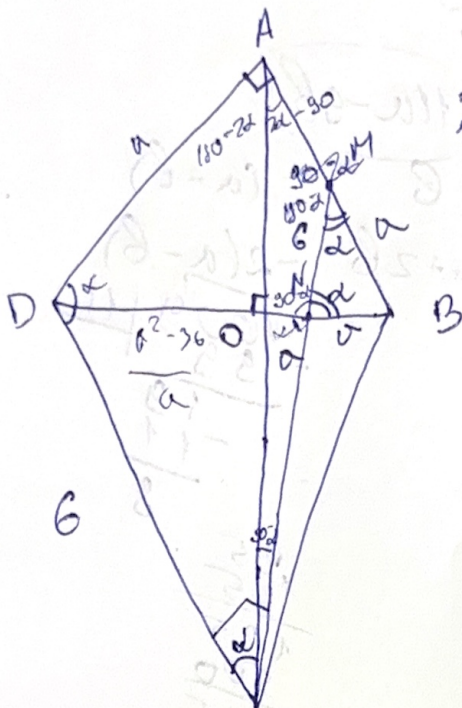
$$1 \quad 0$$

$$2 \quad 12$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ + 25 \\ \hline 50 \\ \hline 625 \end{array}$$

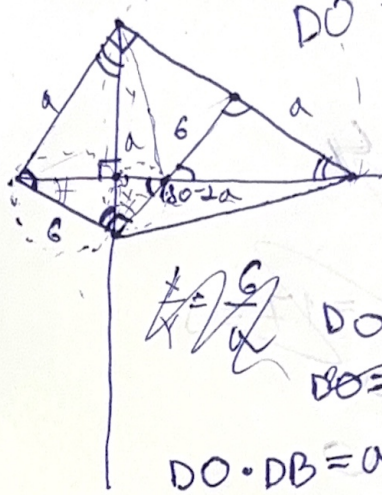


Черновик



$2a - 480$
 $2a$
 $180 - \alpha$

$$\begin{array}{r} 7931 \ 11 \\ -77 \\ \hline 23 \\ 22 \\ \hline 10 \end{array}$$



$$DO = \frac{a^2(a-x)}{a^2-x}$$

$DN = DB - a$

$DO \cdot DN = 36$
 $DO = DB - a$

$DO \cdot DB = a^2$
 $AC = a^2$

a, b
 a, b, c, p

$793a \cdot 1609 \equiv 1$
 $\frac{1}{2} AC \cdot DB = \frac{a^3}{2DO}$

$1 \dots 1$
 $90 \dots$
 $7 - 9 + 3 - a =$
 $\equiv 1 - a \equiv$

$\frac{DBa}{2} = DO(DB-a) = 36$
 $\frac{DB}{DB-a} = \frac{a^2}{36}$

$\equiv 12 - a \equiv 1$
 $\equiv 14 - b \equiv 1$

$DB = \frac{a^3}{a^2-36}$

$a = 0$
 $a = 1$

$(12-a)(14-b) \equiv 1$

88
 89
 $a=1$
 $a=2$

$\frac{a^3}{a^2-36} = \frac{a^2-36}{2a}$
 $\frac{a^4 - (a^2-36)^2}{3a^3}$

$(-2) + 90 \equiv 2 \equiv -9$

$2^{2\sin x} + 7^{2\sin x} + 1 = 14^{\sin x} + 2^{\sin x} + 7^{\sin x}$ Черновик 1.

$\sin x = t \quad 0 \leq t \leq 1$

$2^{2t} + 7^{2t} + 1 = 14^t + 2^t + 7^t$

$2^{2t} + 7^{2t} + 1 = 2 \cdot 7^t + 2^t + 7^t$

~~$2^{2t} + 7^{2t} + 1 = 2 \cdot 7^t + 2^t + 7^t$~~ $a^2 + b^2 + 1 = ab + a + b$

~~$2^{2t} - 2 + 7^{2t} - 7 + 2 + 7 + 1 = 0$~~

~~$2^{2t} - 2 + 7^{2t} - 7 + 2 + 7 + 1 = 0$~~

$a^2 + 2a + 1 + b^2 + 2b + 1 =$

$+ a + b - 1 - ab = (a+1)^2 + (b+1)^2 -$

~~$-(a+1)(b+1) - (a-1)(1-b)$~~

~~$(a+1)^2 + (b+1)^2 - 2(a+1)(b+1) + (a+1)(b+1) -$~~

~~$= (a+1-b-1)^2 + (a+1)(b+1) =$~~

~~$= (a-b)^2 + (a+1)(b+1) = 0$~~ $2 \geq 1$

$a^2 - 2ab + b^2 + ab + a + b + 1$

$(a-1)^2 + (b-1)^2 + (a-1)(1-b) = 0$

$= (a-1)^2 + (b-1)^2 - (a-1)(b-1) = 0$

$(a-b)^2 + (a-1)(b-1) = 0$

$= a^2 - 2ab + b^2 + ab - a - b + 1$

~~$-ab - a - b$~~

$(a-b)^2 \geq 0 \quad (a-1)(b-1) \geq 0$

$\begin{cases} a=b \\ a \geq 1, [b=1] \end{cases} \Rightarrow a=b=1$

$a=1 \quad x=90^\circ$
 $\sin x = 1$
 $2^{\sin x} = 2$
 $7^{\sin x} = 7$