



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 8 математики 7-8

Место проведения Санкт-Петербург  
город

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Олимпиада школьников "Горы Воробьевы горы!"  
наименование олимпиады

по математике  
профиль олимпиады

Клишиной Миланы Сергеевны  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата  
«5» апреля 2026 года

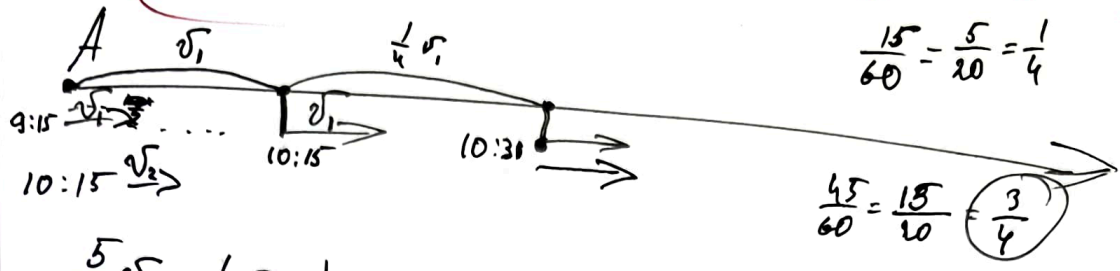
Подпись участника  
Кли

*Женя*

92-37-85-84  
(182.1)

*Воп* Герновик

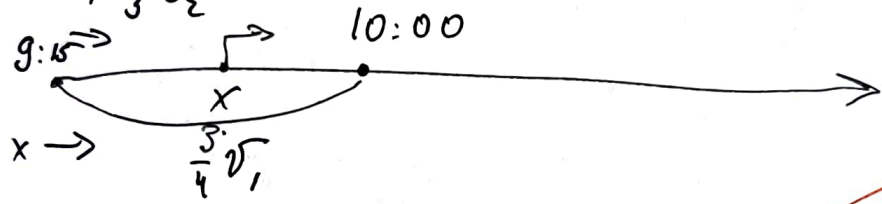
80 (восемьдесят)



$\frac{5}{4} v_1 = \frac{1}{4} v_2 \quad | \cdot 4$

$5v_1 = v_2$

$2v_1 = \frac{1}{5} v_2$



$\frac{3}{4} v_1 = x \cdot 5v_1 \quad | \cdot 4$

$3v_1 = 20xv_1$

$3 = 20x$

$x = \frac{3}{20}$

$\frac{3}{20} = \frac{9}{60} \quad 9 \text{ мин}$

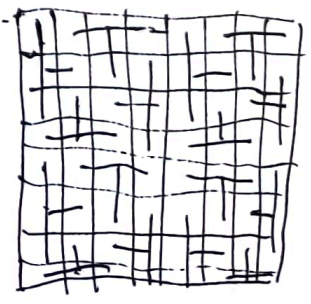
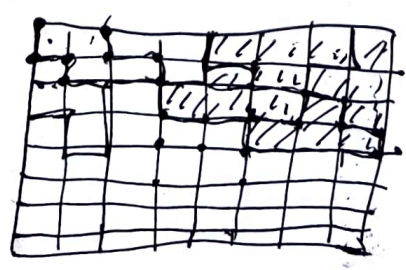
$10:00 - 00:09 = 09:51$

Ответ: 09:51

$4001 = 1 \cdot 4001$

$n(n+4001) = k^2$

$26! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25 \cdot 26$



Черновик

$a_1, a_2, \dots, a_j$

$a_j$  и  $a_k \Rightarrow 5a_j - 3a_k$  и  $7a_j - 5a_k$

по mod 3:

$1$  и  $2 \rightarrow 5 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = 5 - 6 = -1 \Rightarrow 2$

$0$  и  $1 \rightarrow 5 \cdot 0 - 3 \cdot 1 = 0 - 3 \Rightarrow 0$

$5a_j - 3a_k \equiv 5a_j \pmod{3}$

$a_j \equiv 0 \Rightarrow 5a_j \equiv 0 \pmod{3}$

$a_j \equiv 1 \Rightarrow 5a_j \equiv -2 \pmod{3}$

$a_j \equiv 2 \Rightarrow 5a_j \equiv 1 \pmod{3}$

$7a_j - 5a_k$ :

$a_j \equiv 0$ , тогда  $-5a_k$ :  $a_k \equiv 0$ , то  $-5a_k \equiv 0$   
 $a_k \equiv 1$ , то  $-5a_k \equiv 1$   
 $a_k \equiv 2$ , то  $-5a_k \equiv 2$  }  $\Rightarrow$  при  $a_j \equiv 0, \equiv a_k$

$a_j \equiv 1$ , тогда  $-5a_k$ :  $a_k \equiv 0$ , то  $7a_j - 5a_k \equiv 7$ , т.е.  $a_k \equiv 1$ , то

~~$a_j \equiv 2$ , тогда  $-5a_k$ :  $a_k \equiv 2$~~

$$\begin{array}{r}
 720 \\
 \times 9 \\
 \hline
 6480 \\
 \times 5040 \\
 \hline
 362880 \\
 \times 40320 \\
 \hline
 1612800 \\
 \times 362880 \\
 \hline
 12902400 \\
 \times 3991680 \\
 \hline
 157370496 \\
 + 4790016 \\
 \hline
 162160512 \\
 \times 622702080 \\
 \hline
 100960000000 \\
 + 249080832 \\
 \hline
 101209080832 \\
 + 62270208 \\
 \hline
 101271351040
 \end{array}$$

Если  $a_j \equiv 0$   $a_k \equiv 0$ .

всего в 1 ряду 6 : 5

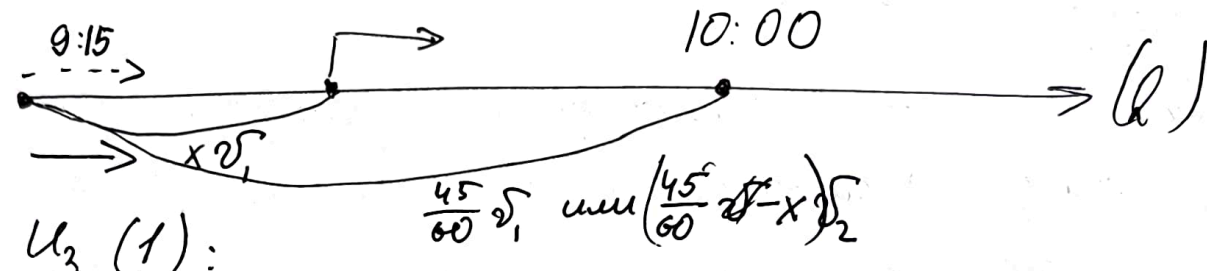
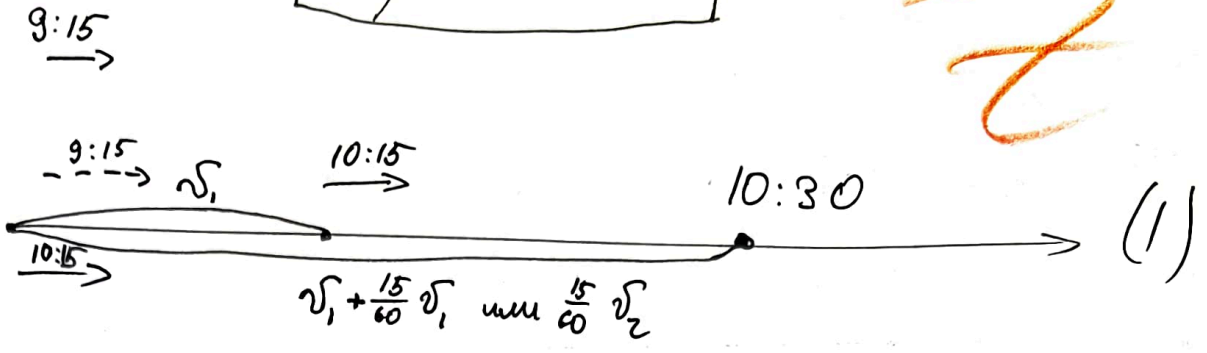
всего во 2 ряду 4 : 5

Заметим, что при замене останется и число, имеющее остаток 7 (mod 5), и остаток 3. Но если  $a$  или  $b \equiv 5$ , то



92-37-85-84  
(13.1)

Черновик



Уз (1):

$$v_1 + \frac{15}{60} v_1 = \frac{15}{60} v_2$$

$$v_1 + \frac{1}{4} v_1 = \frac{1}{4} v_2$$

$$\frac{5}{4} v_1 = \frac{1}{4} v_2$$

$$5v_1 = v_2$$

Пусть велосипедист выехал через  $x$  часов после  
пешехода.

Тогда:

Уз (2):

$$\frac{45}{60} v_1 = (\frac{45}{60} - x) v_2, \text{ так } v_2 = 5v_1,$$

$$\frac{3}{4} v_1 = (\frac{3}{4} - x) \cdot 5v_1,$$

$$\frac{3}{4} v_1 = \frac{15}{4} v_1 - 5x v_1, | :v_1$$

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{4} - 5x | \cdot 4$$

$$3 = 15 - 20x$$

$$20x = 12$$

$$x = \frac{12}{20} = \frac{36}{60} \Rightarrow \text{велосипедист выехал через } 36 \text{ мин.}$$

Ответ: 9:51

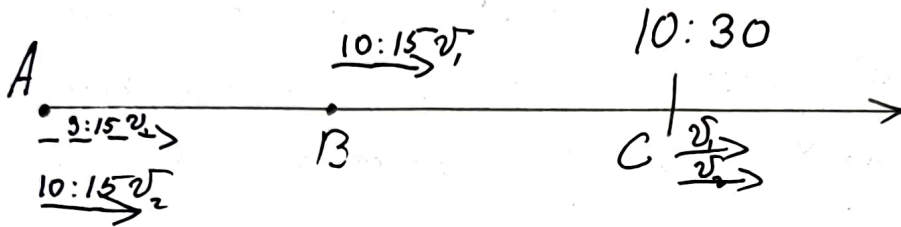


8717829120  
15  
4338914560  
871782912  
580

Условие

Пусть скорость пешехода  $v_1$ , а скорость велосипедиста  $v_2$ .

Построим чертеж 1 ситуации:



Заметим, что пешеход прошёл один (от пункта А до точки В) ровно час, а значит прошёл расстояние  $v_1$ .

После того, как подкинулась велосипедист, пешеход прошёл  $10:30 - 10:15 = 15$  минут. Скорость же за 15 минут проехал велосипедист всего.

$$15 \text{ мин} = \frac{15}{60} \text{ ч} = \frac{1}{4} \text{ ч}$$

Всё расстояние от А до С (места встречи) можно посчитать относительно 1 или 2 движущегося человека (пешехода или велосипедиста).

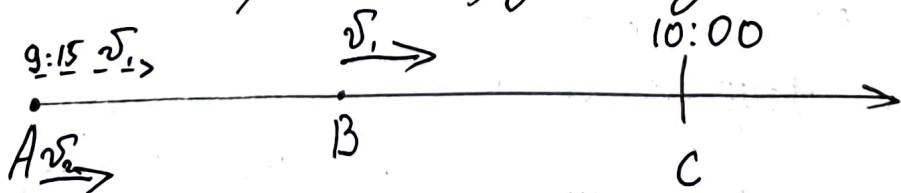
либо  $v_1 + \frac{1}{4}v_1$ , либо  $\frac{1}{4}v_2$ .

$$\text{Тогда } v_1 + \frac{1}{4}v_1 = \frac{1}{4}v_2$$

$$\frac{5}{4}v_1 = \frac{1}{4}v_2 \quad | \cdot 4$$

$$5v_1 = v_2$$

Рассмотрим вторую ситуацию:



А, В и С - обозначения те же.

Гистовик

Обозначим за  $x$  разницу во времени выезда велосипедиста и выхода пешехода (в часах).

Рассмотрим расстояние  $AB$ . Пешеход в одну сторону шёл его  $x$  часов. После этого поджидая велосипедист, и они шли (ехали) вместе до 10:00. Также из ситуации 1 знаем, что  $v_2 = 5v_1$ .

Заметим, что от 9:15 до 10:00 прошло 45 мин, а от времени после 9:15 на  $x$  часов до 10:00

45 мин -  $x$  часов. Т.е.  $45 \text{ мин} = \frac{45}{60} \text{ ч} = \frac{3}{4} \text{ ч}$ , то данное расстояние  $AC$  можно посчитать относительно пешехода и велосипедиста:  $\frac{3}{4}v_1$  или  $(\frac{3}{4}v_2 - xv_2)$ , причём  $(\frac{3}{4}v_2 - xv_2)$  можно представить как  $5v_1(\frac{3}{4} - x)$

$$\frac{3}{4}v_1 = 5v_1(\frac{3}{4} - x) \quad | :v_1$$

$$\frac{3}{4} = 5(\frac{3}{4} - x) \quad | \cdot 4$$

$$3 = 15 - 20x$$

$$20x = 15 - 3$$

$$20x = 12$$

$$x = \frac{12}{20}$$

$\frac{12}{20} = \frac{36}{60} \Rightarrow$  это 36 минут, то есть велосипедист должен выехать через 36 минут после пешехода.

Тогда  $9:15 + 0:36 = 9:51$

Ответ: велосипедисту надо выехать из  $A$  через 9:51.

2 / 6



## Чисто виск

24) Заметим, что в первом ряду чисел у нас 6 чисел,  $\div 5$  (15; 20; 25; 30; 35; 40), а во втором ряду всего 5 (2005; 2010; 2015; 2020; 2025).

Теперь рассмотрим числа  $(5a - 3b)$  и  $(7a - 5b)$ . Заметим, что раз в первом случае  $5a \div 5$  всегда, т.к.  $5 \div 5$ , то  $5a - 3b \equiv -3b \pmod{5}$ . Это же самое во 2 случае, т.к.  $5b \div 5 \div 7a - 5b \equiv 7a \pmod{5}$ . Заметим, что если мы выберем  $a \div 5$  или  $b \div 5$ , но не оба вместе, то или  $(5a - 3b) \pmod{5}$  или  $(7a - 5b) \pmod{5}$  (при  $a \div 5$ ). А если и  $a \div 5$  и  $b \div 5$ , то и  $(5a - 3b) \pmod{5}$  и  $(7a - 5b) \pmod{5}$ , т.к. и  $-3b \div 5$ , и  $7a \div 5$ .

Случай  $a \not\div 5$  и  $b \not\div 5$  нас не интересует.

Теперь заметим, что сколько мы взяли чисел  $\div 5$  среди  $a$  и  $b$  (1 или 2, т.к. в неинтересующем случае (если  $a \not\div 5$  и  $b \not\div 5$ ) по правилам сложения и вычитания остатков при сравнении по модулю, которыми руководствуемся во всем решении, так же не будет чисел

А если  $a \not\div 5$  и  $b \not\div 5$ , то ни  $(5a - 3b) \pmod{5}$ , ни  $(7a - 5b) \pmod{5}$ , т.к.  $-3b \not\div 5$ , т.к. остаток 0 получится только при умножении на 0. Это же для  $7a$ .

Из этих рассуждений следует, что виден инвариант: сколько чисел  $\div 5$  выбрано, столько же и получается в итоге (т.е.  $0 \rightarrow 0$ ;  $1 \rightarrow 1$ ;  $2 \rightarrow 2$ ). Но раз мы изначально имели 6 чисел  $\div 5$ , а затем получили 5 (по предположению), то по рассуждениям приходим к противоречию.

6 / 6

Ответ: нет, нельзя.

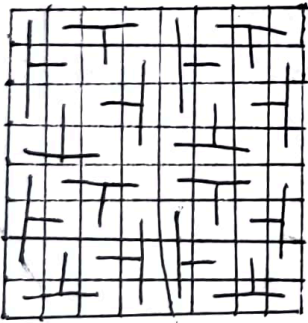
№5

История

Заметим, что для того, чтобы на доске было максимальное количество восьмиугольников, эти восьмиугольники должны содержать наименьшее количество клеток.

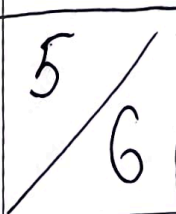
Рассмотрим варианты составления фигур из малого количества клеток:

- 1: тривиальный случай, только квадрат  $\square$
- 2: возможные варианты:  $\square$  и  $\square$ . Нет 8-угольников.
- 3: возможные варианты можно не рассматривать, т.к.  $8 \cdot 8 = 64$ , в фигуре 3 клетки, возможные варианты:  $\square$ ;  $\square$  (с точностью до поворота). Восмиугольников в данном наборе фигур нет.
- 4: рассмотрим только вариант  $\square$  и докажем, что он нам подходит:



Мы можем разрезать всю доску на восьмиугольники по 4 клетки доказав, что из 1, 2, 3 клеток не может состоять восьмиугольник.

Другая форма восьмиугольников не скажется на количестве, т.к.  $64:4=16$  всегда, а при увеличении кол-ва клеток в восьмиугольнике будет меньше количество помещившихся, т.к. даже покрыв всю доску восьмиугольниками (при этом это может удасться не всегда) мы 64 будем делить на большее число, т.к. клеток больше, а тем на большее число делим, тем меньше результат (обратно пропорциональная зависимость). А при свободных клетках результат ещё меньше.



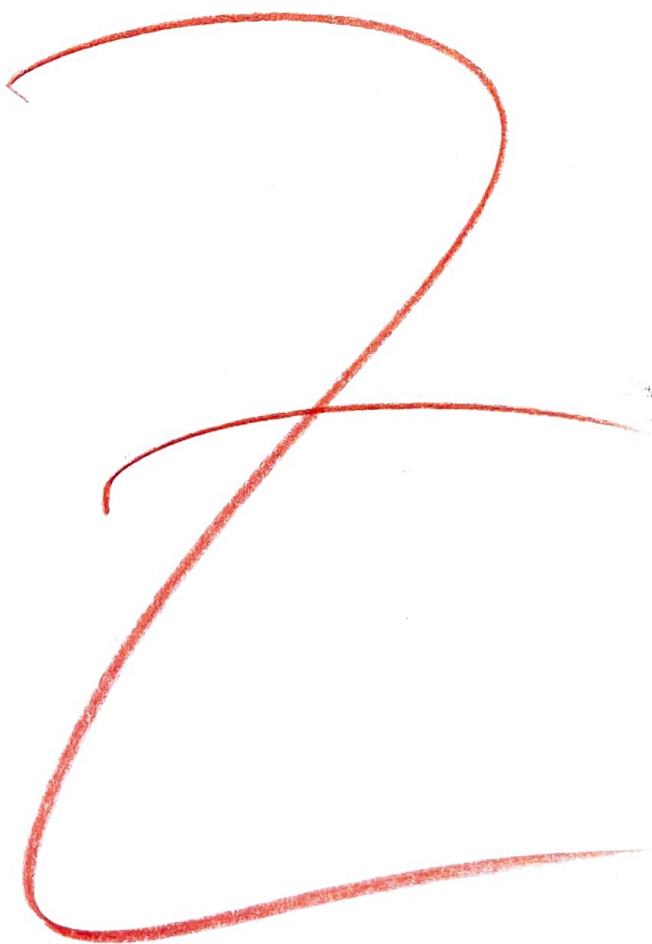
Ответ: 16.

Уастовик:

13.

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{1}\overset{2}{3}\overset{3}{5}\overset{4}{3}\overset{5}{6}\overset{6}{4}\overset{7}{8}\overset{8}{2}\overset{9}{7}\overset{10}{3}\overset{11}{8}\overset{12}{8}\overset{13}{8}\overset{14}{4}\overset{15}{9}\overset{16}{7}\overset{17}{6}\overset{18}{6}\overset{19}{4}\overset{20}{0}\overset{21}{0}\overset{22}{0}\overset{23}{0} \\
 \times \phantom{13536482738884976640000} \\
 \hline
 5414593095553990656 \\
 2707296542276993328 \\
 \hline
 \times 324875645739239439360000 \\
 \phantom{13536482738884976640000} \\
 \hline
 162437822866619719680 \\
 64975129146647887872 \\
 \hline
 \times 812189114333098598400000 \\
 \phantom{13536482738884976640000} \\
 \hline
 48231346359985915904 \\
 16243782286661971968 \\
 \hline
 211279189326605635584000000
 \end{array}$$

Ответ:  $a = 8$   
 $b = 4$   
 $c = 0$   
 $d = 0$



4/6