



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8 класс

Место проведения Казань
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Почти Вандалы горы
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Катаева Марко Андреевич
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Выход в туалет 12:12 - 12:14 Р.Кич

Дата

«05» апреля 2026 года

Подпись участника

Катаев

Воп

90 (девятка)

ЧИСТОВИК

№2) Заметим, что если в числе n нет множителя 4001, то числа n и $n+4001$ взаимно просты, т.к. в числе $n+4001$ не делится на свой множитель, а 4001 не делит n и $n+4001$ не делится на множитель.

Значит, число n и $n+4001$ должно быть квадратом, т.к. имеют разные множители, но их произведение - квадрат.

~~Поэтому представим n как n_1^2 , а произведение как x^2 :~~

~~$n_1^2(n_1^2+4001)=x^2$~~

~~$n_1^4+4001n_1^2=x^2$~~

~~$4001n_1^2=x^2-n_1^4$~~

~~$(x-n_1^2)(x+n_1^2)=4001n_1^2$~~

Теперь составим уравнение, где x^2 - это неизвестное произведение.

~~$n(4001+n)=x^2$~~

~~$n^2+4001n=x^2$~~

~~$x^2-n^2=4001n$~~

~~$(x-n)(x+n)=4001n$~~

~~Заметим, что $x-n$ и $x+n$ делится на n , а значит и x делится на n , т.к. $-n$ и n делится на n . Значит, $4001n$ делится на n^2 , т.к. $x-n$ и $x+n$ делится на n . Заметим, что n не делится на 4001, по нашему предположению. Поэтому n делится на n^2 .~~

~~$n:n^2 \neq n$~~

4:n

Значит

Рассмотрим 4 варианта:

1) $x-n=4001n$
 $x+n=n$

$x+n > 1$, т.к.

$x > 1$ и $n > 1$

т.к. эти

натуральные.

Нельзя.

2) $x=4001+n$

$x=4001$

$x+n=n$

$x=0$

$x \notin n$, противно.

Нельзя.

3) $x-n=n$
 $x+n=4001n$

$x-n=n$

$x=2n$

$x+n=4001n$

$3n=4001n$

$n=\frac{4001}{3}$

не натуральное,

нельзя.

4) $x-n=1$
 $x+n=4001n$

$x=n+1$

~~$2n+1=4001n$~~

~~$x=4001n-n$~~

~~$x=4000n$~~

~~$2n+1=4000n$~~

натуральное,

нельзя.

$x=n+1$

$2n+1=4001$

$n=2000$

$x=2000^2+4001=2001^2$

Ответ: $n=2000^2$

ЧИСТОВИК₂

№ 3) заметим, что в произведении встречается

$5, 10, 15, 20, 25 = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 = 5^6 \dots$ Также в произведении встречается $2^6 : 12 \cdot 4 \cdot 8 = 2^6 \dots$ Значит, произведение кратно 5^6 и 2^6 . Значит, $c = d = 0$.

Теперь посмотрим на то, что число делится на 9, а значит его сумма цифр делится на 9 $\Rightarrow 4 + 0 + 3 + \dots + a + b : 9 \Rightarrow$

$b + a + b : 9$, значит $a + b + 6 = 9$, или $a + b + 6 = 18$ ($a + b > 0 \Rightarrow a + b \geq 6$)

$a + b < 9 \cdot 2 \Rightarrow a + b < 18 \Rightarrow a + b + 6 < 24$

Теперь посмотрим на трижды делимость на 11:

$4 - 0 + 3 - 2 + a + b : 11 \Rightarrow b + a + 4 : 11 \Rightarrow b - a + 4 = 0$ или $b - a + 4 = 11$

~~Заметим, что $b - a + 2 = 0 \Rightarrow a - b - 2 = 0 \Rightarrow a - b = 2 \Rightarrow a + b \geq 9$ или $b - a + 4 = 11 \Rightarrow b - a = 7 \Rightarrow b + a \geq 7$.~~

Рассмотрим 2 варианта:

Если $a + b + 6 = 9$, то $a + b = 3$,

тогда $a + b$ и $a - b$ нечетные числа, т.к. $a + b$ нечетно, значит

2 уравнения ~~$b - a + 4 = 0 \Rightarrow b - a = -4$~~ решить не можем, т.к. это система

~~тогда $b - a + 4 + (a + b) + (b - a) = 3 - 9 \Rightarrow 2b = 6 \Rightarrow b = 3$, тогда вариант не подходит. Значит, уравнения $a + b + 6 = 18$ и $b - a = 7$ справедливы.~~

Тогда $a + b = 18 - 6 = 12$

$(a + b) + (b - a) = 12 + 4$

$2b = 16$

$b = 8$

$a = 8 - 4 = 4$

Ответ: $a = 4, b = 8, c = 0, d = 0$

74-16-69-86
(182.2)

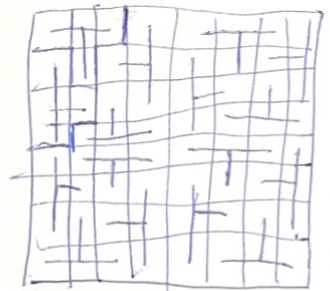
№ 4) Заметим, что если мы возьмем 2 числа, делящихся на 5, то их сумма тоже делится на 5.

Если мы возьмем число, не делящееся на 5 (или число, делящееся на 5 ~~то~~), то найдем 1 число, делящееся на 5 и 1 число, не делящееся на 5 ($5a - 35b_1 = 5(a - 7b_1)$) или $75a_1 - 5b = 5(7a_1 - b)$, другое число не делится на 5 т.к. это из старинных делится на 5). Если другое 2 число не делится на 5, то мы найдем 2 числа, не делящиеся на 5, н.к. это старинное ($5a$ и $+(-5b)$) делится на 5, а другое нет. Но в попарном порядке 6 чисел, делящихся на 5, а в конечном - 5, то ка-то число делится на 5, не увеличивается. Значит, количество таких чисел равно 0.

Ответ: нет

№ 5) Минимальный ~~максимальный~~ состав из 4 клеток ($\square, \square, \square$ и \square не всевозможны), например \square . С помощью него можно заполнить поле 8×8 (всего их будет $\frac{8 \cdot 8}{4} = 16$ штук), например так:

Ответ: 16



№ 1) Пешеход шел $10:30 - 9:15 = 75$ мин., а велосипедист едет $10:30 - 10:15 = 15$ минут, значит он выедет вперед пешехода в $\frac{75}{15} = 5$ раз. Тогда, пока пешеход будет идти $10:30 - 9:15 = 45$ минут, велосипедист пройдет то же расстояние за $\frac{45}{5} = 9$ минут, значит он выедет в $10:00 - 9$ мин = $9:51$.

Ответ: 9:51

№ 3) ^{ЧИСЛОВИКИ} Докажите: если n делится на 4001, то

получим $4001n_1 (4001 + 4000n_1) = x^2$

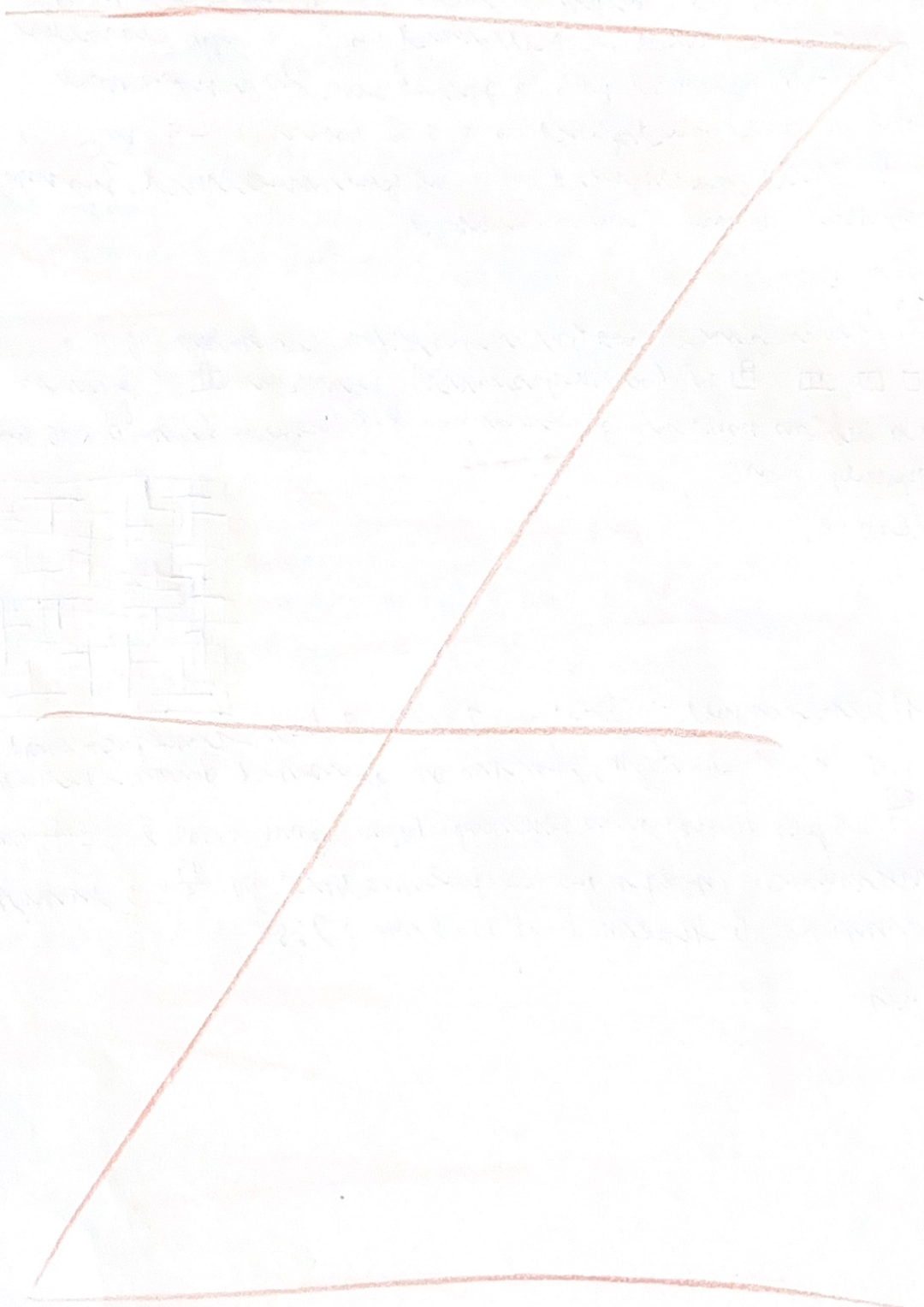
$4001^2 \cdot n_1 \cdot (n_1 + 1) = x^2$

Z

$4001 \cdot n_1 \cdot (n_1 + 1) = (4001x_1)^2$

Z

n_1 и $n_1 + 1$ взаимно просты и не образуют квадратов



ЧЕРНОВИК₁

$$a + b = 49$$

$$a(t_1 - t_{n1}) = b(t_2 - t_{n2})$$

$$t_1 - t_{n1} = t_2 - t_{n2} + 1$$

$$a(t_2 - t_{n2} + 1) = b(t_2 - t_{n2})$$

$$at_2 = a(t_2 - t_{n2}) + 1$$

$$t_2 = \frac{1}{a} (1 + at_{n2})$$

$$0,75t_1 = 1,75t_{n1}$$

$$t_1 = \frac{7}{3}t_{n1}$$

$$t_2 = \frac{2}{3}t_2 + \frac{5}{3}t_{n2}$$

$$\frac{2}{3}t_2 = \frac{5}{3}t_{n2}$$

$$t_2 = 2,5t_{n2}$$

$$\frac{7}{3}t_1 - t_1 = \frac{5}{3}t_2 - t_2 + 1$$

$$\frac{4}{3}t_1 = \frac{2}{3}t_2 + 1$$

$$t_2 = \frac{3}{2}(1 - \frac{4}{3}t_1)$$

$$t_2 = 1,5 - 2t_1 \Rightarrow 2t_1 = 1,5 - t_2$$

$$t_1 = 0,75 - 0,5t_2$$

$$a \cdot \frac{4}{3}t_1 = b \cdot \frac{2}{3}t_2$$

$$a \cdot \frac{4}{3}t_1 = b \cdot \frac{2}{3}(1,5 - 2t_1) \Rightarrow (1,975 - 0,5t_2) \cdot \frac{2}{3}t_2$$

$$4at_1 = 3b - 4bt_1$$

$$a = \frac{3b - 4bt_1}{4t_1}$$

$$a = \frac{3b}{4t_1} - 1$$

$$a = \frac{3 \cdot 75}{4t_1} - 1$$

$$a = \frac{3 \cdot 75}{4 \cdot 75 - 4 \cdot 5t_2} - 1$$

$$b = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} (0,75 - 0,5t_2)$$

$$a = 49 - b$$

$$a \cdot \frac{4}{3}t_1 = b \cdot \frac{2}{3}t_2$$

$$4at_1 = 2bt_2$$

$$2000^4 + 4001 \cdot 2000^2 = 2000^2 \cdot 2001^2 - 2000^2 = 4001$$

$$2000^2 + 4001$$

$$4(49 - b)t_1 = 2b(1,5 - 2t_1)$$

$$4 \cdot 49 - 4bt_1 = 3b - 4bt_1$$

$$3b = 4 \cdot 49$$

$$20 \cdot 29$$

$$a = \frac{3b}{4t_1} - 1$$

$$2 \cdot 4 \cdot \frac{3b}{4t_1}$$

$$2 \cdot 2 = \frac{3 \cdot 28}{4t_1}$$

$$2 \cdot 2 = \frac{21}{t_1}$$



$$2000^2 (2000^2 + 2000 + 1) = x^2$$

$$2000^2 \cdot 2000^2 \cdot 2000^2 = x^2$$

$$h(49 + 4001) = x^2$$

$$h^2 + 4001h = x^2$$

$$4001h = x^2 - h^2$$

$$4001h = (x - h)(x + h)$$

$$4001h^2$$

$$h = 1$$

$$2000^4 + 4001 \cdot 2000^2 = x^2$$

$$2000^2 (2000^2 + 4001) = x^2$$

$$(2001 \cdot 2000^2 - 2000^2)(x^2 + h^2) = 4001 \cdot 2000^2$$

$$2000^2 (2001 - 1) 2000^2 (2001 + 1) = 4001 \cdot 2000^2$$

$$2000^2 \cdot 2001^2$$

$$x = \sqrt{2000^2 \cdot 2001^2}$$

$$h = 2000^2$$

$$x - h = 1$$

$$x + h = 4001h$$

$$x = 4001h$$

$$x - h = 4001h \Rightarrow x - h = 2000 \cdot 2001$$

$$x + h = h \Rightarrow x + h = 2000 \cdot 4001$$

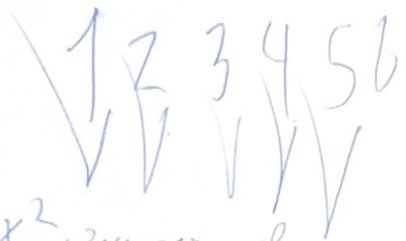
$$2000^2 \cdot 2001 \cdot 2001 = 4001$$

$$2001 = 1$$

$$h = 2000^2 \Rightarrow 2000 \cdot 2001^2$$

$$h = 2000^2 \Rightarrow \lambda = 2000 \cdot 2001$$

ЧЕРНОВИК 2



$$x^2 - n^2 = 4001$$

$$(x-n)(x+n) = 4001$$

$$\frac{x}{15} = 5$$

$$x = 75$$

$$n^2 + 4001 = k^2$$

$$n^2 + 4001n = kb$$

$$n = 2000^2$$

$$x = n = 2000^2 (2000^2 + 4001)$$

$$x = n = 4001$$

$$d+b+2 = 3$$

$$n(n+1) = x^2$$

$$h(h+1) = x^2$$

$$b-a-9 = 11$$

$$b-a = 4$$

и $n+x \geq kb$, миним. см

$$4 = 0+3-2+9 \quad 4+1-6+1-2-5+6+3-5+6+1+1$$

$$x = 2+9+4+1-6+1-2-5+6+3-5+6+1+1$$

$$b = 4 - a = 11$$

$$x = n + 1$$

$$2n+1 = 4001$$

$$n = 2000$$



$$504$$

$$40$$

$$35a - 21b - 35a + 21b$$

$$25a - 15b - 21a + 15b$$

$$4a - 30b$$

$$5(5a - 30b + 21a + 15b)$$

$$2b - 2a$$

$$b - a - 4 = -11$$

$$-b + 4 = 11$$

$$a - b = 7$$

$$b - a = 4$$

$$4+3+4+1+2+5+3+4+5 = 27$$

$$3(3+7) = 30$$

$$4+3 = 4+3+1+2+5+3+4+5$$

$$4+5+6 = d$$

$$b+9 = d$$

$$b+9-a = 11$$

$$a+b+6 = 9$$

$$a+b = 12$$

$$b-a = 4$$

$$2b = 16$$

$$b = 8$$

$$a = 4$$

$$520 = 8 \cdot 13 \cdot 5$$

$$564 = 4 \cdot 141$$

$$n^2 + 4001n = x^2$$

$$x^2 - n^2 = 4001n$$

$$2000^2 \cdot 2001 - 2000^2 = 2000^2 (2001 - 1) = 2000^2 \cdot 2000$$

$$4, 4 \Rightarrow 4, 4$$

$$4, 4 \Rightarrow 4, 11$$

$$4, 11 \Rightarrow 4, 11$$

$$3+7 = 10$$

$$4+3 = 7$$

$$14 \cdot 3 = 42$$