



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 5-6 класс

Место проведения Тенза
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы!
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Туховой Марии Евгеньевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Выход: 12.06

Выход: 12.11

Работа
сдана в В.О.И.

Дата

«05» апреля 2026 года

Подпись участника

95-36-89-62
(181.2)

Числовик 1

~1

Каждым последовательно раскрываем скобки

$$1 - (2 - (3 - (\dots 2024 - (2025 - 2026 + x))) \dots)) = 2026$$

$$1 - (2 - (3 - (\dots 2024 - 2025 + 2026 - x))) = 2026$$

...

Заметим, что при раскрытии скобок все четные числа во внутренней скобке имеют один знак, а все нечетные и x - другой. Так раскроем все скобки и в конце получим следующее:

~~$$1 + 3 + 5 + \dots + 2025 - 2026 + x = 2026$$~~

Разобьем все числа кроме x на пары:

$$(1-2) + (3-4) + (5-6) + \dots + (2025-2026) + x = 2026$$

Каждая скобка равна -1 . Скобок 1013, то есть получаем:

$$1013 \cdot (-1) + x = 2026$$

$$x = 2026 + 1013$$

$$x = 3039$$

Ответ: $x = 3039$.

~2

Обозначим скорость пешехода за x км/ч. С велосипедистом они встретились спустя $1,25$ ч (= 1ч 15 минут). За это время он прошел $1,25x$ км. Велосипедист преодолел это расстояние за $0,25$ ч (= 15 мин). Найдем его скорость:

$$1,25x : 0,25 = 5x \text{ (км/ч)}$$

Если пешеход и велосипедист встретятся в 10:00 пешеход пройдет

$$x \cdot 0,75 \text{ ч} = 0,75x \text{ (0,75 ч} = 45 \text{ мин)}$$

Это расстояние велосипедист преодолит за $0,75x : 5x = 0,75 : 5 = \frac{3}{20}$ ч = 9 минут

Тогда выехать ему нужно в 9:51

Ответ: 9:51

Чистовик 2

~5
 Код состоит из различных 8 ненулевых цифр, то есть из всех от 1 до 9, кроме одной. При этом, мы знаем что на 4 позициях стоят четные числа, и так как четных ~~две~~ цифр всего 4 все они присутствуют. Значит нет нечетной цифры, обозначим ее за x .

Тогда, по условию:

$$2+4+6+8 = 1+3+5+7+9-x$$

$$20 = 25-x \Rightarrow x=5$$

Значит, мы узнали из каких цифр состоит код. Посчитаем количество чисел, которыми может быть сам код.

Умножим кол-во перестановок четных цифр на четных позициях на кол-во перестановок нечетных.

$$4! \cdot 4! = 24 \cdot 24 = 576$$

На каждое он потратит по 0,5 минуты, значит максимум он потратит $576 \cdot 0,5 = 288$ минут

Ответ: 288 минут

~3 Предположим, таким образом убрать фишки возможно. Рассмотрим 2, 4, 6, 7 и 8 столбцы и фишки в них

	•			•	•		
			•		•	•	
	•			•	•		
	•		•		•	•	

Все эти фишки находятся в 4х различных горизонталях. По нашему предположению в них ровно 4 фишки. Тогда среди 2, 4, 6, 7 и 8 столбцов найдется без фишки. Возникает противоречие. Значит это невозможно.

Ответ: -1.

95-36-89-62
(181.2)

Чистовик 3

~6

Рассмотрим разность между числами a и b и $5a-3b$ и $7a-5b$.

$a-b$ и $(5a-3b) - (7a-5b) = -2a+2b$

Теперь рассмотрим разность между этими числами.

$(a-b) - (-2a+2b) = 3a-3b$

То есть, после замены чисел a и b на $5a-3b$ и $7a-5b$ разность между этой парой чисел увеличилась на число кратное 3, то есть сохранился остаток при делении на 3

~4

$n(n+4001) = a^2$

$n^2 + 4001n = a^2$

$4001n = a^2 - n^2$

$4001n = (a+n)(a-n)$

Левая часть : 4001 \Rightarrow правая тоже. Есть 2 варианта $(a-n) : 4001$ и $(a+n) : 4001$.

Рассмотрим 1-й

① $a-n = 4001k$
 $a = 4001k+n$

$\Rightarrow n^2 + 4001n = (4001k+n)^2$
 $n^2 + 4001n = 4001^2 k^2 + n^2 + 2 \cdot 4001 \cdot k \cdot n$ | $-n^2$
 $4001n = 4001n \cdot 2k + (4001k)^2$

Противоречие, т.к. n и $k \in \mathbb{N} \Rightarrow$ левая часть < правая

② $a+n = 4001k$
 $a = 4001k-n$

$\Rightarrow n^2 + 4001n = (4001k-n)^2$
 $n^2 + 4001n = (4001k)^2 + n^2 - 2 \cdot 4001kn$ | $-n^2$
 $4001n = (4001k)^2 - 2 \cdot 4001kn$ | $:4001$

$n = 4001k^2 - 2kn$ | $n+2kn = 4001k^2$
 $n = k(4001k - 2n)$ | $n(1+2k) = 4001k^2$

Заметим, что $(2k+1) \nmid k, \nmid k^2 \Rightarrow (2k+1) \text{ либо } = 1, \text{ либо } = 4001$.

$2k+1 \neq 1$, т.к. k - натуральное

Иногда возникает противоречие. Значит таких n нет

$(4 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^6 \cdot 4001)$
не квадрат

$2k+1 = 4001$
 $k = 2000$

~~$n = k^2$~~
 $4001n = 4001k^2$
 $n = k^2$
 $n = 4000000$

Ответ: таких нет.

Черновики

$$4 \cdot 10^6 \cdot (4004001)$$

~~7~~

$$\begin{array}{r} \times 4004001 \\ 4000000 \\ \hline 16016004000000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4004001 \quad | \quad 9 \\ \hline 36 \\ 40 \\ \hline 86 \\ 44 \\ \hline 130 \\ 122 \\ \hline 252 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 444889 \quad | \quad 8 \\ \hline 32 \\ 24 \\ \hline 56 \\ 32 \\ \hline 88 \\ 38 \\ \hline 126 \\ 35 \\ \hline 161 \end{array}$$

~~7~~

$$\begin{aligned} &10^6 \\ &2^6 \cdot 5^6 \cdot 16016004 \\ &2^8 \cdot 5^6 \cdot 4004001 \\ &2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^6 \cdot 444889 \end{aligned}$$

~~7~~

$$\begin{array}{r} 444889 \quad | \quad 13 \\ \hline 29 \\ 54 \\ \hline 83 \\ 28 \\ \hline 111 \\ 26 \\ \hline 137 \\ 26 \\ \hline 163 \end{array}$$

~~7~~

$$\begin{aligned} &4 \cdot 10^6 \cdot (4001 + 4 \cdot 10^6) \\ &2^8 \cdot 10^{12} + 4 \cdot 10^6 \cdot 4001 \\ &\quad \quad \quad \times \end{aligned}$$

~~444889~~

$$\begin{array}{r} 444889 \quad | \quad 12 \\ \hline 24 \\ 164 \\ \hline 198 \\ 28 \\ \hline 226 \\ 178 \\ \hline 404 \\ 169 \end{array}$$

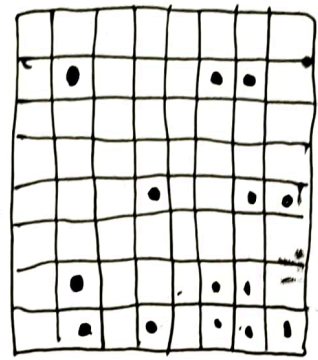
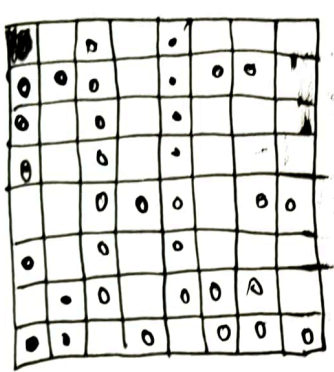
$$\begin{array}{r} 444889 \quad | \quad 19 \\ \hline 24 \\ 164 \\ \hline 198 \\ 28 \\ \hline 226 \\ 178 \\ \hline 404 \\ 169 \end{array}$$

~~7~~

$$\begin{array}{r} 444889 \quad | \quad 4001 \\ \hline 4001 \\ 14778 \\ \hline 4001 \\ 4279 \end{array}$$

~~Large scribbled-out area at the bottom of the page.~~

Черновик



$$n \cdot (n+4001) = n^2 + 4001n = a^2$$

$$4001n = (a-n)(n+a)$$

$$a+n = 4001b$$

$$a = 4001b - n$$

$$n(n+4001) = (4001b-n)^2$$

$$n^2 + 4001n = 4001^2 b^2 + n^2 - 8002bn$$

$$n = 4001b^2 - 2bn$$

$$n(1+2b) = 4001b^2$$

$$b^2 \cdot 1 + 2b \cdot b = 4001b^2$$

$$1+2b = 4001$$

$$n = 4001b^2 - 2bn$$

$$n = 4000000$$

$$n^2 + 4001n = x^2$$

$$4001n = (x+n)(x-n)$$

$$\textcircled{1} x-n = 4001k$$

$$x = 4001k + n$$

$$\textcircled{2} x+n = 4001k$$

$$x = 4001k - n$$

$$n^2 + 4001n = (4001k+n)^2$$

$$n^2 + 4001n = 4001^2 k^2 + n^2 + 8002kn$$

$$4001n = 4001^2 k^2 + 8002kn$$

$$n^2 + 4001n = (4001k-n)^2$$

$$n^2 + 4001n = 4001^2 k^2 + n^2 - 8002kn$$

$$4001n = (4001k)^2 - 8002kn$$

$$4001n - (4001k)^2 = -8002kn = (4001k)^2 - 4001n$$

$$4001 \cdot 2kn = 4001 \cdot (4001k^2 - n)$$

$$2kn = 4001k^2 - n$$

$$2kn - n = 4001k^2$$

$$n(2k-1) = 4001k^2$$

$$n^2 + 4001n = a^2$$

$$n(n+4001) = a^2$$

$$a+b \quad 12a-9b$$

$$11a-9b$$

$$a-b$$

$$(5a-3b) - (7a-5b) = -2a+2b = -2(a-b)$$

15, 20, 25, 30, 35, 40

0, 1, 1, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2

2005, 2010, 2015, 2020, 2025

0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1

$\exists \in$

1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2
0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2

