0 835660 470005

83-56-60-47
(135.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант Е-2 , 11 класс

Место проведения г. Пенза
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы!
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Жильникова Евгения Евгеньевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«05» апреля 2026 года

Подпись участника

83-56-60-47
(183.2)

~~75 (семьдесят пять)~~

80 (восемьдесят)
Исправлено по апелляции

чистовик (стр 1)

$[-3{,}15;\ 314]$

$$3^{2\sin x}+5^{2\sin x}+1=15^{\sin x}+3^{\sin x}+5^{\sin x}$$

$-3{,}15<-\pi$

$314<100\pi$

Замена: $3^{\sin x}=a$

$5^{\sin x}=b.$

$$a^2+b^2+1=ab+a+b \quad |\cdot 2$$

$$2a^2+2b^2+2-2ab-2a-2b=0.$$

$$(a^2-2ab+b^2)+(a^2-2a+1)+(b^2-2b+1)=0.$$

$$(a-b)^2+(a-1)^2+(b-1)^2=0. \Rightarrow \begin{cases} a-b=0 \\ a-1=0 \\ b-1=0 \end{cases} \Rightarrow a=b=1$$

$\sin x=0 \Rightarrow x=\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

на отрезке $[-3{,}15; 314]$ подходят $k\in[-1; 99]$, $k\in\mathbb{Z}$

-2π, $-3{,}15$, $-\pi$, 99π, 314, 100π, x

кол-во решений, принадлежащих отрезку

равно $99-(-1)+1=101$

Ответ: 101

Чистовик (стр 2)

№2

по т. Виета для приведенного кубического уравнения:

$x^3 - (10+\sqrt{2})x^2 + (22+10\sqrt{2})x - 22\sqrt{2} = 0.$

имеем: $\begin{cases} a+b+c = 10+\sqrt{2} \\ ab+bc+ac = 22+10\sqrt{2} \\ abc = -22\sqrt{2} \end{cases}$

если параллелепипед прямоугольный, то

$V = (a+1)(b+1)(c+1) = abc + (a+b+c) + (ab+bc+ac) + 1 =$

$= -22\sqrt{2} + \underline{10} + \sqrt{2} + \underline{22} + 10\sqrt{2} + \underline{1} = 33 - 11\sqrt{2}$

в общем случае объем параллелепипеда со сторонами $(a+1), (b+1), (c+1)$ равен $(a+1)(b+1)(c+1) \cdot \sin\alpha$.

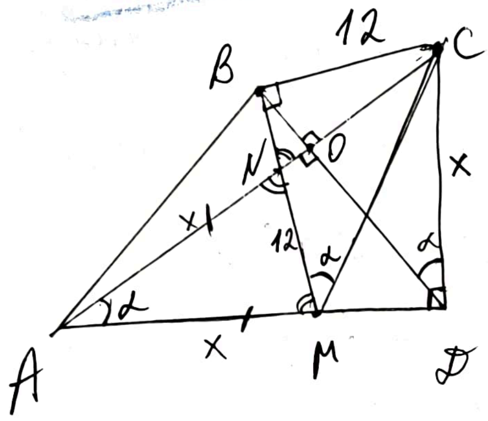
$0 < \sin\alpha \leq 1.$

Тогда V принимает значения на промежутке $(0; 33-11\sqrt{2}]$

Ответ

Чистовик (стр 3)

№3



$AM = AN = BD = DC = x.$

пусть $\angle BDC = \alpha$

тогда $\angle BDA = 90^\circ - \alpha$

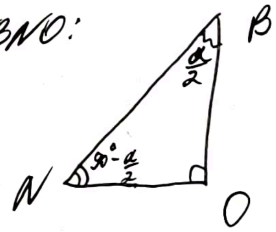
а $\angle NAM = \alpha$

получается, что $\triangle BDC = \triangle NAM$ по 2-м сторонам и углу.

$\Rightarrow NM = BC = 12$

$\angle DBC = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = \angle ANM = \angle BNO$ вертик.

в прямоуг. $\triangle BNO$:



$\Rightarrow \angle NBO = \frac{\alpha}{2}$

$\Rightarrow \angle NBC = \frac{\alpha}{2} + 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 90^\circ$

тогда $MBCD$ - вписанный, MC - диаметр

$\sin\alpha = \frac{12}{MC}$ $\quad \frac{12}{\sin\alpha} = 2R = MC.$

по т. синусов для $\triangle BCM$.

$\triangle MCD \sim \triangle NCB$ (по 2-м $\angle$)

$\frac{MD}{x} = \frac{BN}{12}$

$S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2}$ тк $AC \perp BD$; $BD = x$

$AC = \frac{x}{\sin\alpha}$

$S_{ABCD} = \frac{x^2}{2\sin\alpha} = \frac{72}{2\sin\alpha(1-\cos\alpha)} =$

по т. косинусов для $\triangle BDC$
$72 = x^2(1-\cos\alpha)$

чистовик (стр 4)

№5.

А) если у Ани выпадает число $1^{\text{и}\,2}$ то она точно не выигр.

если у Ани выпала 3 то она выиграет если у Тани (1;1)

	Аня	очки Тани, при которых Аня выигр. 1-ым ходом	вероятность
1)	3	(1;1)	$P_1 = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{36}$
2)	4	(1;1) ; (1;2) ; (2;1)	$P_2 = \frac{1}{12} \cdot \frac{3}{36}$.
3)	5.	(1;1) ; (12) ; (21) ; (22) (31) ; (13)	$P_3 = \frac{1}{12} \cdot \frac{6}{36}$.
4)	6	те же, что и при 5, + (32) ; (23) ; (41) ; (14)	$P_4 = \frac{1}{12} \cdot \frac{10}{36}$
5)	7	те же + (3;3) ; (5;1) ; (15) (42) ; (24)	$P_5 = \frac{1}{12} \cdot \frac{15}{36}$.
6)	8	те же + (34) (43) (52) (25) (16) (61)	$P_6 = \frac{1}{12} \cdot \frac{21}{36}$.
7)	9	те же + (44) (26) (36) (53) (62)	$P_7 = \frac{1}{12} \cdot \frac{26}{36}$.
8)	10	те же + (36) ; (45) (54) (63)	$P_8 = \frac{1}{12} \cdot \frac{30}{36}$.
9)	11	те же + (46) (55) (64)	$P_9 = \frac{1}{12} \cdot \frac{33}{36}$
10)	12	(65) (56)	$P_{10} = \frac{1}{12} \cdot \frac{35}{36}$.

$$P_{\text{общ}} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{36} \left(1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 26 + 30 + 33 + 35\right)$$

$$= \frac{180}{12 \cdot 36} = \frac{5}{12}$$

чистовик (~~стр~~ 5)

№ 5 (продолж 1)

б) вероятность, что при первом ходе ничья

очки Ани	очки Тани при которых ничья	вероятность
2	(11)	$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{36}$
3	(21) (12)	$\frac{1}{12} \cdot \frac{2}{36}$
4	(22) (31) (13)	$\frac{1}{12} \cdot \frac{3}{36}$
5	(41) (32) (23) (14)	$\frac{1}{12} \cdot \frac{4}{36}$
6	(15) (24) (33) (42) (51)	$\frac{1}{12} \cdot \frac{5}{36}$
7	(16) (25) (34) (43) (52) (61)	$\frac{1}{12} \cdot \frac{6}{36}$
8	(26) (35) (44) (53) (62)	$\frac{1}{12} \cdot \frac{5}{36}$
9	(36) (45) (54) (63)	$\frac{1}{12} \cdot \frac{4}{36}$
10	....	$\frac{1}{12} \cdot \frac{3}{36}$
11	...	$\frac{1}{12} \cdot \frac{2}{36}$
12	...	$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{36}$

$$P = \frac{1}{12 \cdot 36}(1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1) =$$

$= \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{36} \cdot 36 = \frac{1}{12}$ — вероятность ничьи при каждом отдельном ходу.

$$P_{общ} = p^3 = \left(\frac{1}{12}\right)^3 = \frac{1}{1728}$$

чистовик (стр 6)

В)

№ 5 (продолж. 2)

За один ход вероятность, что выиграет Аня $P_A = \frac{5}{12}$

вероятность, что будет ничья : $P_H = \frac{1}{12}$

тогда вероятность, что за ход выиграет Таня: $P_T = \frac{6}{12}$.

P_A ; P_H ; P_T – вероятности выигрыша в рамках одного хода

пусть ничья – Н
победа Ани – А
победа Тани – Т.

события, когда Аня выиграет:

$$\left[\begin{array}{l} A \\ H, A \\ H, H, A. \end{array}\right.$$

события, когда Таня выиграет:

$$\left[\begin{array}{l} T \\ H, T \\ H, H, T. \end{array}\right.$$

$$P_{A\,общ} = P_A + P_H \cdot P_A + P_H^2 \cdot P_A = \frac{5}{12} + \frac{5}{12 \cdot 12} + \frac{5}{12^3}$$

$$P_{T\,общ} = P_T + P_H \cdot P_T + P_H^2 \cdot P_T = \frac{6}{12} + \frac{1}{12}\frac{6}{12} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 6}{12^3}$$

=> вероятность, что выиграет Таня больше, она равна: $\frac{6 \cdot 144 + 6 \cdot 12 + 6}{12^3} = \frac{864 + 72 + 6}{12^3} =$

$= \frac{942}{12^3} = \frac{942}{1728} = \frac{157}{288}$

Ответ: А) $\frac{5}{12}$

Б) $\frac{1}{1728}$ В) $\frac{942}{1728}$ или $\frac{157}{288}$

Чистовик (стр 7)

№4

$\overline{4a89} = 4089 + 100a$ $a \neq 0$

$\overline{290в} = 2900 + в.$ $в \neq 0.$

$\overline{4a89} \cdot \overline{290в}$ [redacted]

$= 11858100 + 4089в + 290000a + 100aв$

$= 11n + 1$, где $n \in \mathbb{N}$

тогда $\underbrace{11858099}_{\vdots 11} + 4089в + 290.000a + 100aв = 11n$

Значит [redacted]

$4089в + 100a(2900+в)$ делится на 11

$4089 = 371 \cdot 11 + 8$ (ост 8 при дел. на 11)

$2900 = 263 \cdot 11 + 7$ (ост. 7 при дел. на 11)

$100 = 9 \cdot 11 + 1$ (ост 1 при дел на 11)

$\Rightarrow 8в + 7a + 1aв \vdots 11$

$8в + a(7+в) \vdots 11$

если $в = 1$: $8 + 8a \vdots 11$ нет реш.

$в = 2$: $16 + 9a \vdots 11 \Rightarrow a = 8$ но 18 и 81 не простые

$в = 3$: $24 + 10a \vdots 11 \Rightarrow a = 2$ 23 ✓ простое

$в = 4$: $32 + 11a \vdots 11$ нет реш

$32 \not\vdots 11$

$в = 5$: $40 + 12a \vdots 11$ простые числа на 5 это 53, 59

$a = 3$
$a = 9$ не подх

$в = 6$: $48 + 13a \vdots 11$.

$\Downarrow$

$4 + 2a \vdots 11 \Rightarrow a = 9$ но 96 и 69 не простые

$в = 7$: $56 + 14a \vdots 11$

$1 + 3a \vdots 11 \Rightarrow a = 7$ но 77 не простое

$в = 8$: $64 + 15a \vdots 11 \Rightarrow 9 + 4a \vdots 11$ нет $a, в$ уд. усл

чистовик (стр 8)

№ 4 (продолж.)

$b=9$: $72+16a \vdots 11$

$6+5a \vdots 11$.

$a=1$.

91 - не прост

19 - простое

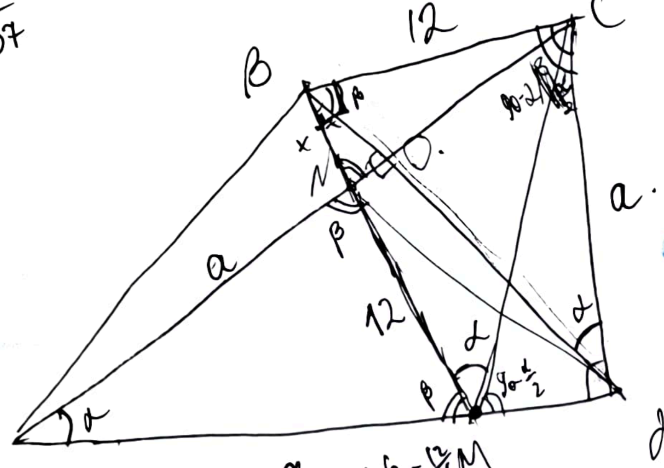
Ответ: 19; 23.

$90-90-\alpha$ черновик

$\beta = 90 - \frac{\alpha}{2}$

$7785 8099 \mid \frac{11}{107}$

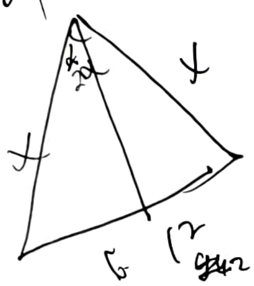
$\frac{85}{-77}$

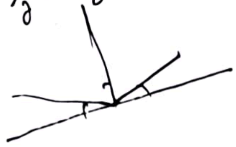


$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{6}{x}$

$\sin\alpha = 2\cdot\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2} = 2\cdot\frac{6}{x} = \frac{12}{x}$

$\frac{12}{x}\cdot\cos\frac{\alpha}{2} = \sin\frac{\alpha}{2}$





$\frac{12}{x+12} = \frac{a}{a+}$

$150-\frac{\alpha}{2}$

$\frac{x+12}{12} = \frac{a+MD}{a}$

$144 \mid \frac{12}{72}$

$8b + a(7+b)$

$\frac{(12^2+12+1)}{12\cdot12\cdot\cancel{72}}$

$\frac{x}{12} = \frac{MD}{a}$

$b=1$ 4089

$8+8a = 8(a+1) \vdots 11$

$2900 \mid \frac{11}{263\cdot 11+57}$

$992 \mid \frac{6}{157}$

$x = 12k$

$MD = ak.$

$1728 \mid \frac{6}{288}$

$\frac{157}{288}$

$b=2$

$16+9a \vdots 11$

$12^2 = x^2 + x^2 - 2x^2\cos\alpha$

$12^2 = 2x^2(1-\cos\alpha)$

$72 = x^2(1-\cos\alpha)$

$16 + 9\cdot 8$

$\frac{72}{+16}{88}$

$\sin\alpha = \frac{x}{AC}.$

$16 + 18 = 4$

$16+27 = 43$, $+9 = 52$, $+9 = 61$, $+9 = 70$, $+9 = 79$, $+9$

$\frac{72}{2\sin\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha}$

$\frac{72}{2\sin\alpha - \sin 2\alpha}$

$AC = \frac{x}{\sin\alpha}$

$\cos\alpha = \frac{x}{AC}$

$(1-\cos^2\alpha)$

$(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)\cdot(1-\cos\alpha)$

$3c$

$\sin\alpha(1-\cos\alpha)$

$24+20$

$8+$

$290000 \mid \frac{11}{26363}$

-72, 70, -66, 40, -33, 70, -66, 40, -33

черновик

$(4000+100a+89)\cdot(2900+b)=11n+1$

$(4089+100a)(2900+b)=11n+1$

91 | 7 ; 51 | 17, 3 ; 17 · 3 = 51

11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 47.

91 | 17

$\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}$

$4089 \times 2900 = 36801 + 8178 = 11858100$

если у Ани нагдёт 1 то она проиграл

A	T
3	11
4	11, 12, 21

11858100 | 11

$11858100 + 4089b + 290000a - 1 + 100ab$

$11858100 + 4089 + 290000 + 100ab + 100$

$11858099 + 4089b + 290000a + 100ab$

4089 | 11 = 371

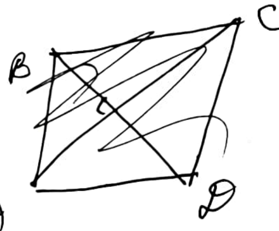
$\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{36}$

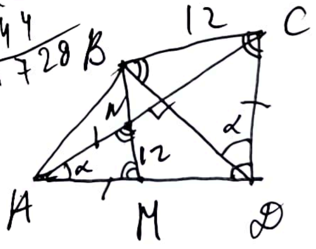
100

$7+2+3+1+4+5=15$

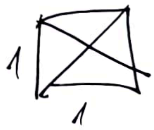
30

$144 \times 12 = 288 + 144 = 1728$





$\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 11n$



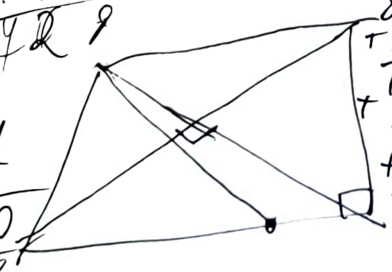
$7\cdot 4 = 28 + 9$

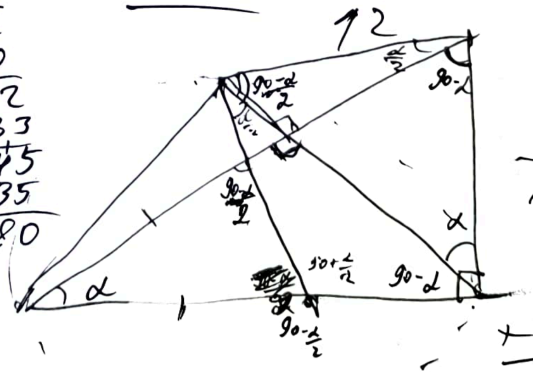
$90-\frac{\alpha}{2}-90+\alpha$

$144 \times 12 = 288,\ 144,\ 1728$

35 + 21 = 56 + 26 = 82 + 30 = 112 + 33 = 145 + 35 = 180

12 × 5



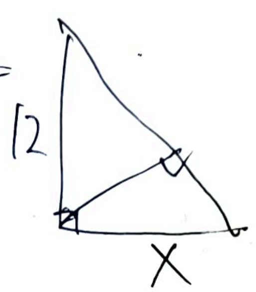


$144 \times 5 = 720 + 5 = 725 + 60 = 785$

$942 + 785 = 1727$

18 × 4

$\cos\alpha = \frac{12+x}{d}$



~~180~~

~~18·10~~

~~180~~

$180-\frac{\alpha}{2}(12+x)$

$\frac{18\cdot 2.5}{12\cdot 36}=\frac{5}{12}$

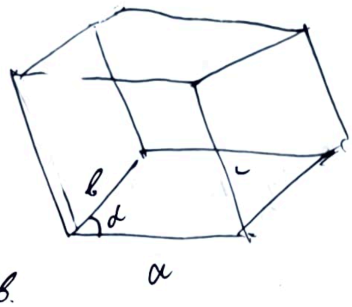
12+

Черновик.

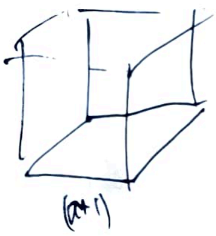
$$3^{2\sin x}+5^{2\sin x}+1=3^{\sin x}\cdot 5^{\sin x}+3^{\sin x}+5^{\sin x}$$

$3^{\sin x}=a$

$5^{\sin x}=b$ $\quad a^2+b^2+1=ab+a+b.$

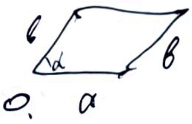


$2a^2+2b^2+2=\underline{2ab}+2a+2b.$



(a+1)

$a^2-2ab+b^2+a^2-2a+1+b^2-2b+1=0.$

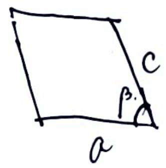


$(a-b)^2+(a-1)^2+(b-1)^2=0.$

$(a+1)(b+1)(c+1)$

$\sin x=0$

$S=ab\sin\alpha\cdot c$



$$x^3+(22+10\sqrt2)x=(10+\sqrt2)x^2+22\sqrt2$$

$(a+1)(b+1)=(ab+a+b+1)$

$(c+1)$

$$x^3-(10+\sqrt2)x^2=22\sqrt2-(22+10\sqrt2)x$$

$ac\sin\beta$

$(a+1)(b+1)(c+1)\cdot\sin\alpha$ $\quad x^2(x-10+\sqrt2)=$

$abc+ac+bc+c+ab+a+b+1$

$(x-a)(x-b)(x-c)=0.$ $\cancel{(x-a)(x-b)(x}$

$\sin\alpha$

$(x^2-bx-ax+ab)(x-c)=x^3-bx^2-ax^2+abx-cx^2+bcx+acx+abc$

$\sqrt2$ $\quad 12\times6=72$

$a+b=10$

$a\cdot b=-22$

$b=10-a$

$a(10-a)+22=0$

$-a^2+10a+22=0$

$a^2-10a-22=0$

$x=100+88=188$

$72,\ 12,\ 144,\ 2,\ 864$

$x^3+(-a-b-c)x^2+x(ab+bc+ac)+abc=0$

$x^3-x^2(a+b+c)$

22 $\quad 144\times6=864$, $\quad 864+6=870$

$102-44=58$

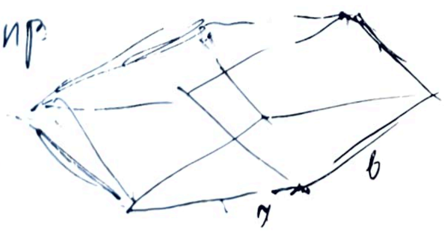
$22,\ 4.$

$2\sqrt2$ $\quad \sqrt2$ –

$a^2+2ab+2bc+2ac+b^2+c^2=102+20\sqrt2$

$(a+b+c)(a+b+c)=$

$ac\sin\beta$



$870+72=942$

$a^2+b^2+c^2+2(22+10\sqrt2)=102+20\sqrt2$

$a^2+b^2+c^2=102+20\sqrt2-44-20\sqrt2$

$a^2+b^2+c^2=58.$

$942=$

Повысить оценку на 5 (пять) баллов, старая оценка — 75 (семьдесят пять), новая оценка — 80 (восемьдесят) [illegible] — ([illegible])

Хайнве Е.Н.

Председателю апелляционной комиссии олимпиады школьников „Покори Воробьевы горы!"

Ректору МГУ имени М.В. Ломоносова академику В.А. Садовничему

ученика 11 класса, МОАУ „Гимназия № 1" г. Оренбурга

Жильникова Евгения Евгеньевича

апелляция

Прошу пересмотреть выставленные технические баллы (75 баллов) за мою работу заключительного этапа по математике, поскольку считаю, что ход решения задачи № 3 схож с представленным и получены многие ключевые заключения, помогающие решить задачу: доказано равенство двух равнобедренных треугольников, посчитаны основные углы, рассматриваемые в официальном решении, применены теоремы синуса и косинуса для основных треугольников, а также верно написана формула для площади четырехугольника через произведение диагоналей. Геометрическая часть задачи проделана верно, выписаны все геометрические факты и закономерности, приводящие к правильному ответу. Единственное, что отсутствует в решении — это объединение полученных фактов для нахождения углов и сторон, что является технической частью задачи, требующей лишь алгебраические рассуждения. Таким образом, в геометрической задаче все основные и необходимые рассуждения, касаемые геометрической части, выполнены верно. Считаю, что проделанная работа над задачей дает значительное продвижение и поэтому прошу за решение 5 баллов.

23.04.2026 (Жильников Е.Е.)