



66-83-99-58
(182.2)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8

Место проведения КАЗАНЬ
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покора Воробьева горы!
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Кузьменко Артёма Дмитриевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+ 1 мест Руз

Дата

«5» апреля 2026 года

Подпись участника

Руз

Задача 7. Чистовик 1

90 (девятью)

9:15



10:15



$$S = v_n \cdot (10:15 - 9:15) = v_n \cdot 17.$$

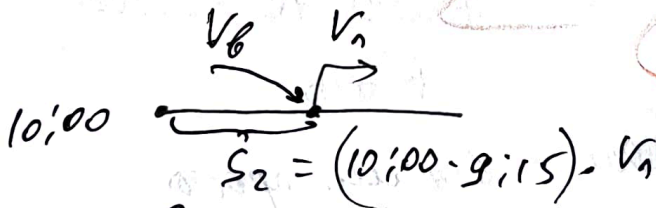
$$t_{\text{встр}} = 10:30 - 10:15 = 15 \text{ минут}$$

$$\frac{S}{v_B - v_n} = 15 \text{ минут}$$

$$v_n \cdot 17 = 15 \text{ мин} \cdot v_B - 15 \text{ мин} \cdot v_n$$

$$v_n \cdot 75 \text{ мин} = 15 \text{ мин} \cdot v_B$$

$$\underline{v_B = v_n \cdot 5}$$



$$t = \frac{S_2}{v_B} = \frac{45 \text{ мин} \cdot v_n}{v_n \cdot 5} = 9 \text{ минут}$$

Значит встреча 9:15 + 9 мин = 9:24.

Ответ: 9:24.

Задача 2. Числовик 2

$$n(n+4001) = m^2$$

По алгоритму Евклида.

$$(n+4001, n) = (n, 4001) = 1 \text{ или } 4001.$$

1. Если $\neq 1$, то 4001 , то $n : 4001 \Rightarrow n = 4001 \cdot k$

$$4001 \cdot k (4001 \cdot k + 4001) = 4001 \cdot k + 4001(k+1) =$$

$$= \underbrace{(4001)^2}_{\text{квадрат}} - \underbrace{k(k+1)}_{\text{квадрат}}$$

$$k, \text{ т.к. } (k, k+1) = 1$$

\Downarrow
 k и $k+1$ квадраты

Такого не может быть.

2. Если $= 1$, то $n, 4001+n$ взаимно просто
 \Rightarrow оба квадраты $\Rightarrow n = k^2$

$$\underbrace{k^2(k^2 + 4001)}_{\text{квадрат}} = (k+n)^2 = k^2 + 2kn + n^2$$

$$2kn + n^2 = 4001$$

$$\Downarrow \\ 4001 : n \Rightarrow n = 1$$

$$n = 4001, \text{ но } n : 4001 \text{ и}$$

$$\Downarrow n = 1.$$

$$2k + 1 = 4001 \\ k = 2000$$

Задача 2. Продолжение Чистовских

Значит $n = (2000)^2$

$$(2000)^2 \cdot \underbrace{((2000)^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2000 + 1^2)}_{(2001)^2} = \text{КВАСРАТ}$$

Значит $n = 2000$

Ответ: 2000

Задача 3.

$$\nu_5(26!) = \left[\frac{26}{5} \right] + \left[\frac{26}{5^2} \right] = 5 + 1 = 6.$$

$$\nu_2(26!) = \left[\frac{26}{2} \right] + \left[\frac{26}{4} \right] + \left[\frac{26}{8} \right] + \left[\frac{26}{16} \right] = 13 + 6 + 3 + 1 = 23$$

Значит последние 6 цифр 0, т.к. образуют $5 \times 2 = 10$.

Разделим на 10^6 . Полученное число будет делиться на 2^{17} , при этом цифр сохранится.

⇒

Продолжение

Задача 3. Продолжение 4

Число 4

Посмотри на десятичную $2^7 = 128$

Последние 7 цифр числа 128
в полученном числе

$$\overline{56355ab} : 128$$

$$\begin{array}{l} \parallel \\ 56355 \cdot 10^2 + \overline{ab} \equiv_{128} 35 \cdot 10^2 + \overline{ab} \equiv_{128} 44 + \overline{ab} \end{array}$$

$$\equiv_{128} 0 \Rightarrow \overline{ab} \equiv_{128} 128 - 44 = 84$$

Двузначное которое при делении
на 128 дает остаток 84 только 1 это 84.

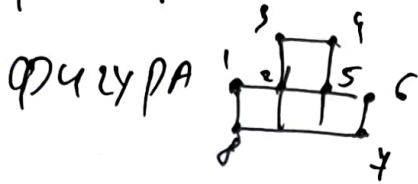
$$\text{Значит } \overline{abcd} = 8400$$

$$\begin{array}{l} \text{Ответ: } a=8 \\ b=4 \\ c=0 \\ d=0. \end{array}$$

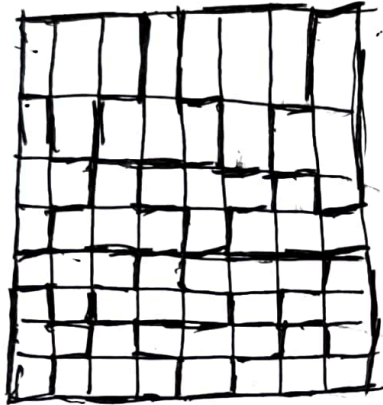
ЗАДАЧА

ЧИСТОБСКИ

Пример:



$64 : 4 = 16$ штук.



Оценка.

Презполовимо, что их больше \Rightarrow в одной штуке меньше клеток, то есть либо 3, либо 2, либо 1.

1) группа фигур из 1 клетки составить нельзя.

2) группа из 2 клеток нельзя составить.

3) - группа фигур из трех кт.

6 групп к.

Значит 16 фигур по 4 клетки это максимум
 Ответ: 16.

Задача 4. Черновик.

Рассмотрим 4 вар а и б.

1) а - 1 ет
б - 1 ет

$$\begin{cases} 5a - 3b = \text{лет} - \text{лет} = \text{лет} \\ 7a - 5b = \text{лет} - \text{лет} = \text{лет} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \times 14 \\ 123 \\ \hline 42 \\ +14 \\ \hline 147 \end{array}$$

2) а - 1 ет
б - 2 ет

$$\begin{cases} 5a - 3b = \text{лет} - \text{лет} = \text{лет} \\ 7a - 5b = \text{лет} - \text{лет} = \text{лет} \end{cases}$$

$$\times 1,3$$

3) а - 2 ет
б - 1 ет

$$\begin{cases} 5a - 3b = \text{лет} - \text{лет} = \text{лет} \\ 7a - 5b = \text{лет} - \text{лет} = \text{лет} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 14 \ 3 \\ -12 \ 1 \\ \hline 2 \ 2 \end{array}$$

4) а - 1 ет
б - 1 ет

$$\begin{cases} 5a - 3b = 1 - 1 = \text{лет} \\ 7a - 5b = 1 - 1 = \text{лет} \end{cases}$$

Тогда количество лет кох 3А 209

либо +0, либо +1, либо

49-1 I
49-1 II

рав Т1
та Т2

обес t1
t2

$$60 \leq t_1 \leq 80$$

$$T_1 + t_1 = T_2 + t_2 + 17$$

$$35 \sqrt{3} \dots$$

$$35 \sqrt{4}$$

$$n \cdot v \cdot (T_1 + t_1) = \frac{4}{3} n \cdot v \cdot T_1$$

$$n \cdot v \cdot \left(\frac{4}{3} t_1\right) = (49 - n) v \cdot \frac{5}{2} t_2$$

$$3 \dots + 14 =$$

$$14 \cdot \frac{14}{11} =$$

$$T_2 + t_2 = T_2 + \frac{2}{3} T_2$$

$$\frac{4}{3} t_1 = \frac{5}{2} t_2 + 17$$

$$315 \sqrt{4} + 14 = 320$$

$$t_2 = \frac{2}{3} T_2$$

$$t_1 = \frac{3}{4} T_1$$

$$T_1 = \frac{4}{3} t_1$$

Задача 6 Продолжение. Чистовик.
7

$$7n = 49 + \frac{3n \cdot 17 - 49 \cdot 37}{7z_1}$$

$$n = 24,5 + \frac{3n \cdot 17 - 49 \cdot 37}{14z_1}$$

→
max значение при $z_1 = 17$
min при $z_1 = 17$ тоже.

1) max

$$n = 24,5 + \frac{3n \cdot 17 - 49 \cdot 37}{14 \cdot 17} = 24,5 + \frac{3}{14}n - \frac{3 \cdot 49}{14} =$$

$$= 24,5 + \frac{3}{14}n - \frac{3 \cdot 7}{2} = 14,5 + \frac{3}{14}n = n$$

$$\frac{11}{14}n = 14$$

$$n \leq 14,13$$

$$n \leq 18,2$$

$$n \leq 14 \cdot \frac{14}{11}$$

2) min

$$24,5 + \frac{3n \cdot 17 - 49 \cdot 37}{14 \cdot \frac{4}{3}7} = 24,5 + 3n \cdot \frac{3}{4 \cdot 14} - \frac{49 \cdot 3 \cdot 3}{14 \cdot 4}$$

$$= 24,5 + \frac{9}{64}n - 10,5 \cdot \frac{3}{4} = 7 \frac{55}{64}n \geq 24,5 + \frac{31,5}{4}$$

$$\frac{31,5}{4}$$

$$\frac{55}{64}n \geq 24,5 + 8 = 16,5$$

$$n > 16,5 \cdot \frac{64}{55}$$

$$18,2 \geq n > 17$$

↓
n = 18
Ответ: 18.

ЦЕРНО БУК.

$5a+5b$
 $a+3b$

a a b

но ч

$a+b$

раз

$a - (-1)b$

$-a - b$

$a+b$ и $(-a+b)$

$5a-3b < a+b$
 $5a-3b < a+b$

умно остатков.

на

$4a-5b < b, a$

~~$4a-3b < 0$~~

$7a-3b < a$

$4a-3b < 0$

$4a < 3b$

но могут

$(+b)$

a

$a+b$

15416

$15 \cdot 5 - 16 \cdot 3$
 $75 - 48$

$15 \cdot 7 - 6 \cdot 15$
 $105 - 90$

(37)

сумма остатков

15

2 3 ... 8
4 6 8 10 ... 11

~~И~~ } $ASA \cdot A$ и Частот В и К. \varnothing

$a \rightarrow 7a - 5b \equiv 2a \pmod{5}$ если $a \equiv 5 \Rightarrow 2a \equiv 5$
 если $a \not\equiv 5 \Rightarrow 2a \not\equiv 5$

$b \rightarrow 5a - 3b \equiv 2b \pmod{5}$ если $b \equiv 5 \Rightarrow 2b \equiv 5$
 если $b \not\equiv 5 \Rightarrow 2b \not\equiv 5$

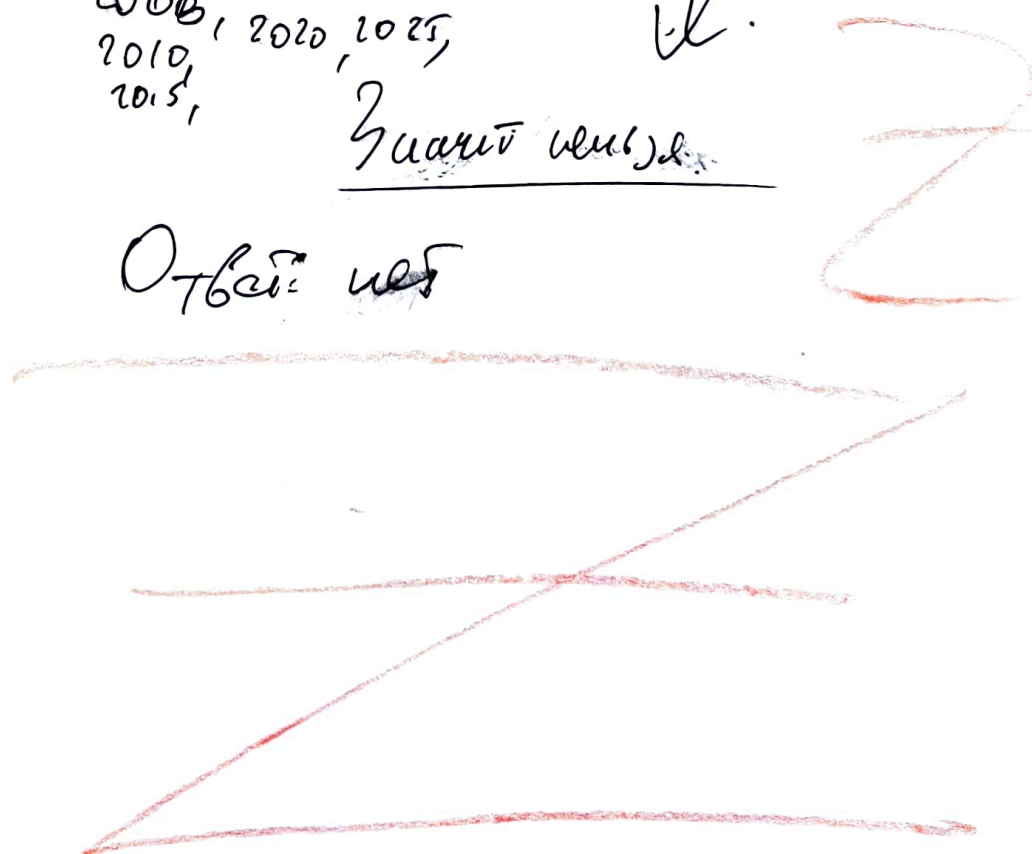
Значит количество месяцев : 5 не уменьшается

15, 16... 40. \rightarrow 26 мес. генерация ИА5
 15, 20, 25, 30, 35, 40. 6 мес.

2001, 2002... 2076 \rightarrow 26 мес генерация
 ИА5. Только 5

2006, 2010, 2015, 2020, 2025, ВК.
Значит ИА5.

Ответ: нет



ЗАДАЧА 6. ЧИСТОБЫК 6

I	Работа T_1	Объем t_1
II	T_2	t_2

$$60_n \leq t_1 \leq 80_n$$

	человек
I	n
II	$49 - n$

$$T_1 + t_1 = T_2 + t_2 + 17.$$

$$n \cdot V \cdot (T_1 + t_1) = n \cdot V \cdot (T_1) \cdot 1 \frac{3}{4}$$

$$T_1 + t_1 = 1 \frac{3}{4} T_1 = \frac{7}{4} T_1 \Rightarrow t_1 = \frac{3}{4} T_1$$

$$T_1 = \frac{4}{3} t_1$$

$$(49 - n) \cdot V \cdot (T_2 + t_2) = (49 - n) \cdot V \cdot (T_2) \cdot 1 \frac{2}{3}$$

$$T_2 + t_2 = \frac{5}{3} T_2 \Rightarrow t_2 = \frac{2}{3} T_2$$

$$T_2 = \frac{3}{2} t_2$$

$$T_1 + t_1 = \frac{7}{4} T_1 = \frac{5}{3} T_2 + 17. \Rightarrow \frac{7}{3} t_1 = \frac{5}{2} t_2 + 17.$$

$$(T_1 + t_1) \cdot n \cdot V = (T_2 + t_2) (49 - n) V$$

$$\frac{7}{3} t_1 \cdot n \cdot V = \left(\frac{5}{3} t_2 + 17 \right) (49 - n) \cdot V$$

$$\frac{7}{3} t_1 \cdot n = \frac{7 \cdot 49}{3} t_1 - \frac{4n t_1}{3} + n \cdot 17 - 49n.$$

$$\frac{7}{3} n = \frac{7 \cdot 49}{3} - \frac{4n}{3} + \frac{n \cdot 17 - 49n}{t_1}$$

$$\frac{14}{3} n = \frac{7 \cdot 49}{3} + \frac{17 \cdot n - 49n}{t_1}$$

$$14n = 7 \cdot 49 + \frac{3n \cdot 17 - 49n \cdot 3}{t_1}$$

Черно В. К.

n β $(49-n)$ β $\frac{3}{4} \cdot 19$
 $16,5$ $16,5$ $1,18$ $16,5$
 $\times 1,18$ \times $\frac{16,5}{1,18}$
 $19,670$ 1520
 $+ 165$ $+ 165$
 $19,670$ $19,670$
 $31,17 + 49,3$ t_1
 $n = 49 +$ $31,17 +$
 $n = 24,5 +$ $31,17 +$ $49,3$
 $2t_1$

обег t_1
 $100, t_1, 2,60n$

$T_1 + t_1 = T_2 + t_2 + 17AC$
 $T_1 + t_1 = \frac{4}{3} T_1$
 $t_1 = \frac{3}{4} T_1$

$(49-n) \cdot (T_2 + t_2) = \frac{12}{3} (49-n) (T_2)$
 $T_2 + t_2 = \frac{5}{3} T_2$

$t_1 = \frac{3}{4} T_1$
 $T_1 = \frac{4}{3} t_1$

$t_2 = \frac{2}{3} T_2$

$\frac{4}{3} t_2$

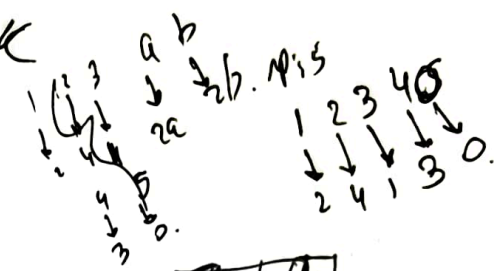
$3n = \frac{3}{3} n = n$
 $3n = \frac{3}{3} n = n$

$n = 49$

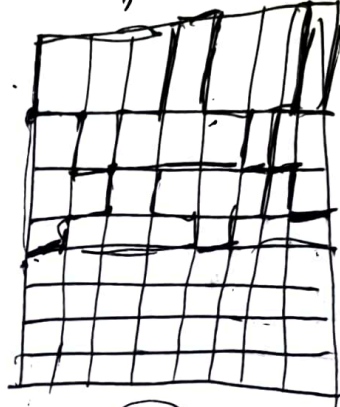
ЧЕРНОВИК

$5a - 3b$ и $4a - 5b$

реб и реб.



$a + b$
 $2a - 3b = 4$
 $3a - 2b = 1$
 $n, n \rightarrow n+1$
 $n, n \rightarrow n-1$
 $n-1 = 4$

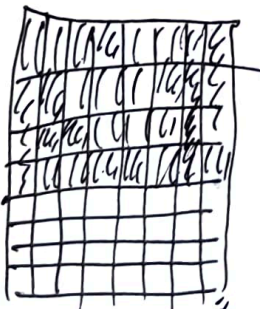


$a+b$
 $-a-b$

a реб
 b реб
 $5a - 3b = 4a + 5b$



n, n
 $n - n = 0$
 $n - n = n$



$(a-b)$
 $4n+2$
 $4n+3$

$5a - 3b = 2b$
 $4a - 5b = 2a - 2b$

$5a - 3b = n$
 $4a - 5b = n$
 n, n

$2a - 2b$
 $2a + 2b$
 $2n + 2n$
 $2n$

ЧЕРНОВИК

$$v_2(26!) = \frac{26}{2} + \frac{26}{4} + \frac{26}{8} + \frac{26}{16} =$$

$$= 13 + 6 + 3 + 1 =$$

56?

= 23. => - 6 цифр

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

= 14

$$\begin{array}{r} 56355 \overline{) 128} \\ - 512 \\ \hline 515 \end{array}$$

$$- 512$$

35

more game

55ab

: 16

$$\begin{array}{r} 3500 \overline{) 128} \\ - 256 \\ \hline 940 \end{array}$$

3 цифр! 8

5500

5500

313

$$\begin{array}{r} 5500 \overline{) 16} \\ - 48 \\ \hline 1120 \end{array}$$

5ab : 8

ab : 4

14

355ab : 25

600

12

ab : 4
94 904 04

84

$$\begin{array}{r} 56355 \overline{) 128} \\ - 512 \\ \hline 515 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56355 \cdot 102 \\ \hline 5635500 \\ 5635500 \\ \hline 56355000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56355 \overline{) 128} \\ - 512 \\ \hline 515 \end{array}$$

04

20

36

35

$$\begin{array}{r} 3500 \overline{) 128} \\ - 256 \\ \hline 940 \end{array}$$

14

$$\begin{array}{r} 128 - 44 \\ \hline 84 \end{array}$$

35

Четраован

$$U_2 (26!) = \left[\frac{26}{2} \right] + \left[\frac{26}{4} \right] + \left[\frac{26}{8} \right] + \left[\frac{26}{16} \right] =$$

$$= 13 +$$

$$U_5 (26!) = \left[\frac{26}{5} \right] + \left[\frac{26}{25} \right] =$$

$$= 5 + 1 = 6.$$

Последние 6 углы
сд-углы

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 2 \times 1 = 3$
 $4 + 0 + 3 + 2 + 9 + 4 + 1 + 6 + 1 + 1$
 $+ 2 + 6 + 6 +$
 $(2000)^2 (2000^2 + 2001)$
 $4000000 + 2001$
 $4004001 =$
 $2k + 1 = 4001$
 $2k = 4000$
 $k = 2000$
 5.3

ЧЕРНО ВУК

$$n(n+4001)$$

$$(n, n+4001) = (n, 4001) = 1 \text{ или } 4001$$

$$4001 \cdot k(4001 \cdot (k+1)) = 8004 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\frac{16008}{2} = (4001)^2 \cdot k(k+1)$$

$(n, 4001) = 1$

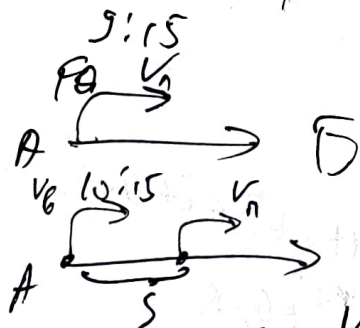
$\frac{8004}{2001} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2001}$

$\frac{8004}{2001} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2001}$

$\frac{8004}{2001} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2001}$

$$k = \frac{-4 + 16004}{2} = 8000$$

$$9:15 = 8000$$



$$S = V_n \cdot 17$$

$$4001 = 2k \cdot n + n$$

$$2k+1$$

$$\frac{S}{V_B - V_n} = 15 \text{ мин}$$

$$\frac{V_n \cdot 17}{V_B - V_n} = 15 \text{ мин}$$

$$k^2 + 2k + 1 = 4001 \Rightarrow V_n \cdot 17 = 15 \cdot V_B - 15 \cdot V_n$$

$$k^2 + 2k - 4000 = 0 \Rightarrow 15 \cdot V_n = 15 \cdot V_B - 15 \cdot V_n$$

$$V_B = \frac{45}{15} V_n = 3 V_n$$

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-4001) = 4 + 16004 = 16008$$