0 384938 640003

38-49-38-64
(113.4)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

+1 лист

Вариант 4

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Балыка Севастьяна Игоревича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

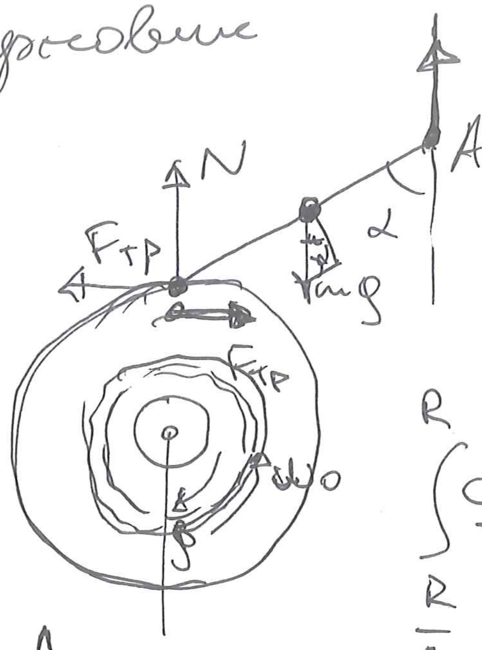
16:15, сдал, Руденко

Дата

«4» апреля 2025 года

Подпись участника

Черновик

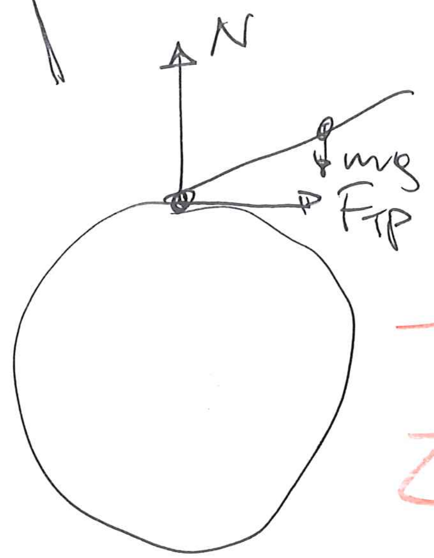


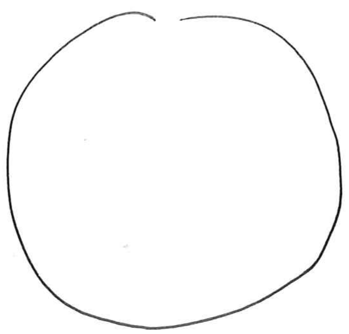
$mg\sin\alpha \cdot \frac{l}{2} - \mu N$

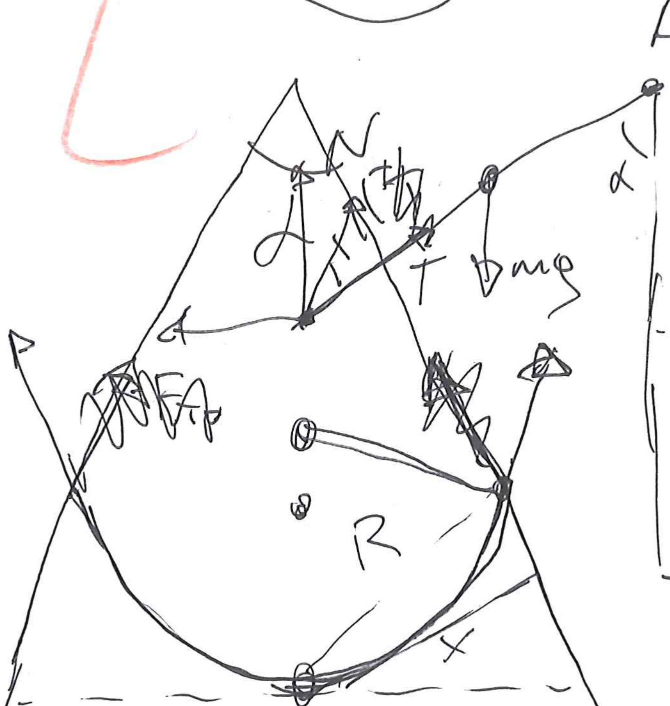
$J \cdot \beta = F_{тр} \cdot R$

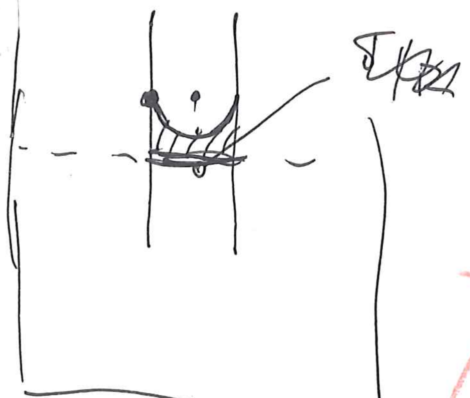
$\int_{R/2}^{R} dm\, r^2 \cdot \beta = \mu N R$

$e^{\alpha t} + \gamma t$









38-49-38-64
(113.4)

(Грибов В.А.)
(Кузнецова А.В.)
(Селезнёв ...)

	1	2	3	4
В	5	5	2	3
З	20	7	19	12

73

№1 Чистовик

Вопрос:

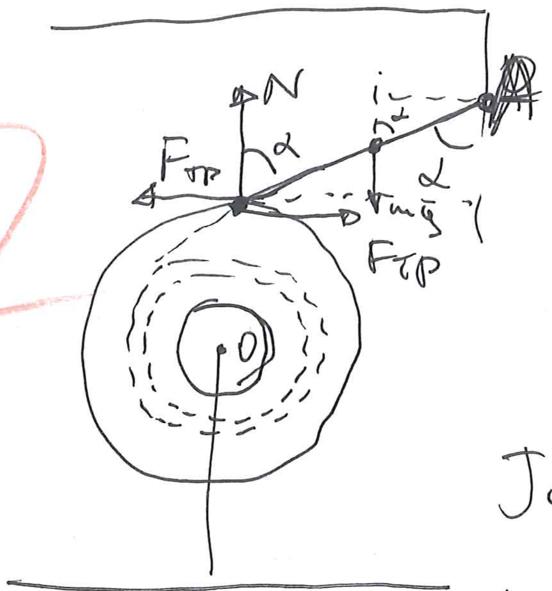
Т.к. цилиндр дв-ся без проскальзывания, то ск-ть в нижн. точке при дв-ии $= 0 \Rightarrow \omega R = V_0$, где V_0 – пост. ск-ть ц. масс, а ω – угл. ск-ть. Запишем ЗСЭ + т. Кёнига (О силы эн-ии)

$mgH = \frac{mV_0^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$, т.к. цилиндр однородный, то $J = \frac{mR^2}{2} \Rightarrow$

$mgH = \frac{mV_0^2}{2} + \frac{m\omega^2R^2}{4} \Rightarrow$

$gH = \frac{3V_0^2}{4} \Rightarrow \boxed{V_0 = \sqrt{\frac{4gH}{3}}}$

Задача:



Запишем уравнение вращения для цилиндра:

$J_0 \cdot \beta = F_{тр} \cdot R$

(β противоположно ω_0)

$J_0 = \int_{R/2}^{R} dm\, r^2$;

$dm = \rho \cdot 2\pi r\, dr$, где ρ – пов. плотн-ть;

Чистовик

$$\rho = \frac{M}{\pi R^2 - \pi \frac{R^2}{4}} = \frac{4M}{3\pi R^2} \Rightarrow$$

$$J_0 = \int_{R/2}^{R} \frac{4M}{3\pi R^2}\cdot 2\pi r\,dr \cdot r^2 = \int_{R/2}^{R} \frac{8M}{3}\cdot\frac{r^3 dr}{R^2}$$

$$= \frac{8M}{3}\cdot\frac{R^4 - \frac{R^4}{16}}{R^2} = \frac{8M}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{15}^{5}R^2}{\cancel{16}_{2}} = \frac{5MR^2}{2}$$

$$\frac{5MR^2}{2}\cdot\beta = \mu N\cdot R \Rightarrow \beta = \frac{2\mu N}{5MR}$$

Теперь запишем правило моментов отн. A для стержня (пусть L — длина стержня)

$$mg\frac{L}{2}\sin\alpha - \mu N\cdot L\cos\alpha - NL\sin\alpha = 0$$

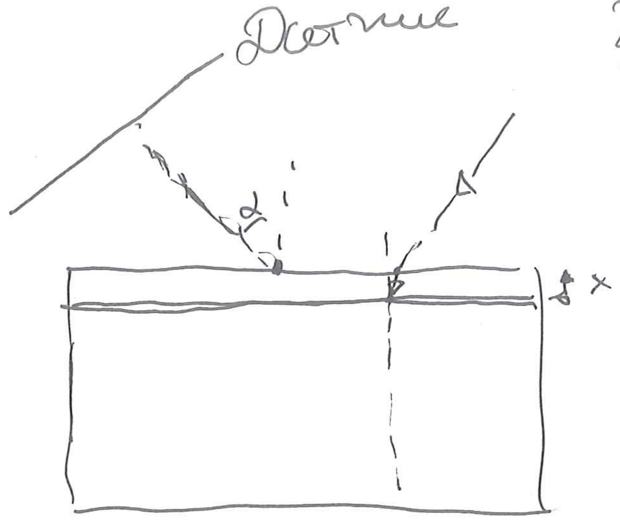
$$\Rightarrow mg\cdot\frac{\sin\alpha}{2} = N(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)$$

$$\Rightarrow N = \frac{mg\sin\alpha}{2(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}$$

Рас-м случай $\boxed{2}$, в этом случае меняется напр. силы трения, т.е во всех законах $\mu N \to -\mu N$.

$$\Rightarrow N_2 = \frac{mg\sin\alpha}{2(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} \Rightarrow$$

Черновик



m

n·sinα

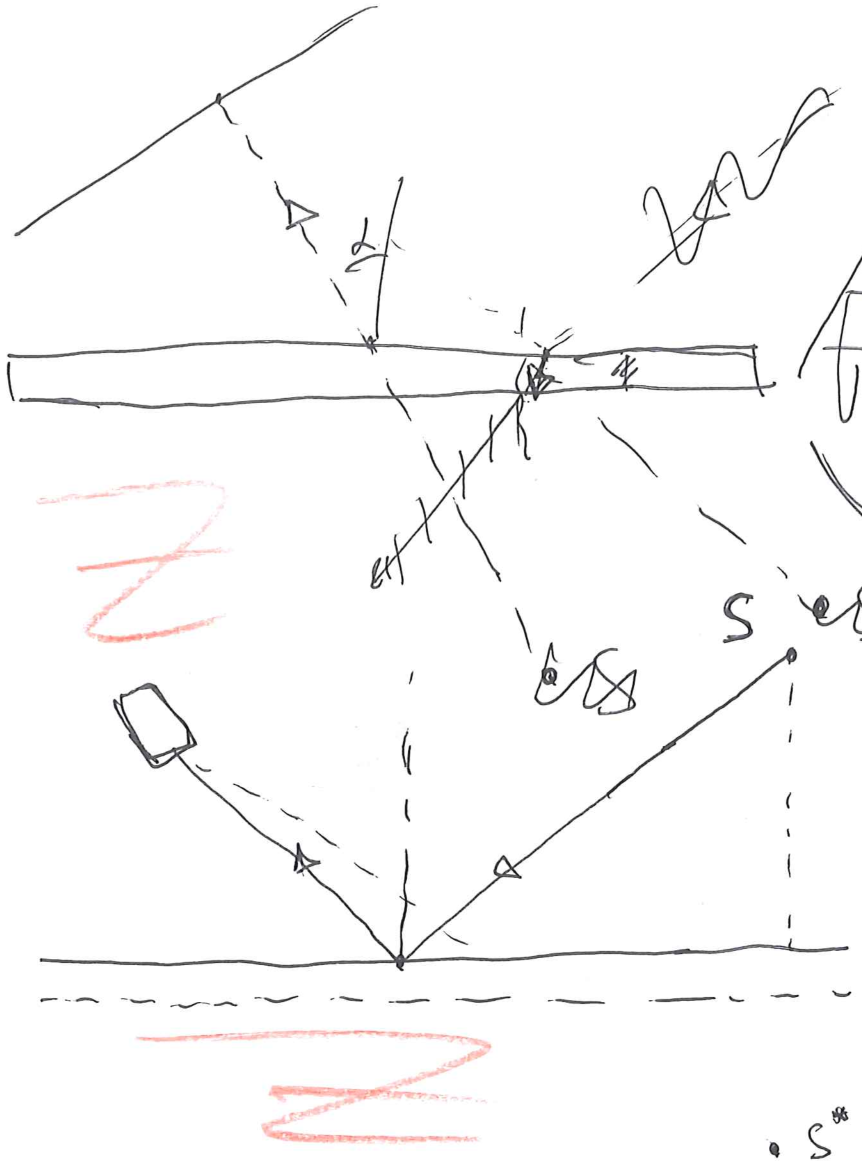
$n\cdot\sin\gamma = \frac{4}{3}$

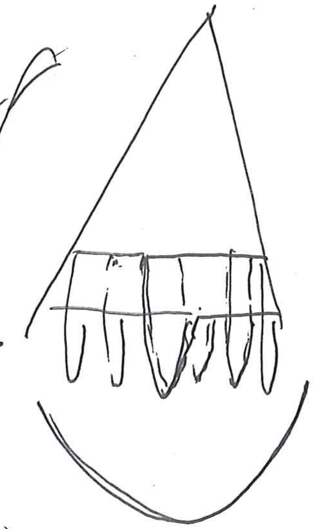
$\frac{3}{2}\cdot$

δR

$$\dot x = gt - \frac{qBl}{m}$$

$$\dot q R + \frac{q}{C} = Bl\cdot\left(gt - \frac{ql}{m}\right)$$





~~[illegible]~~
Из ф-лы Лапласа доп давл. у тел с радиусами кривизны R_1 и R_2 можно расчитать как

$$p = \frac{\sigma}{R_1} + \frac{\sigma}{R_2}.$$

Потому в первом

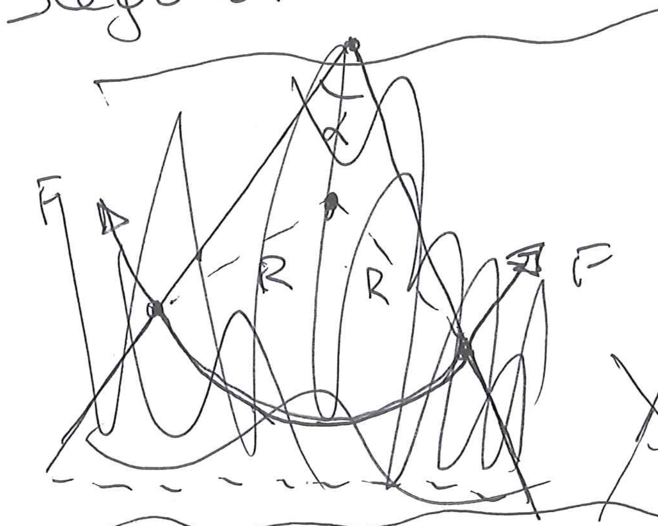
$\boxed{1}$ $\frac{2\sigma}{R} = \rho g h_1$ (доп давл. ур-я давл. жидк)

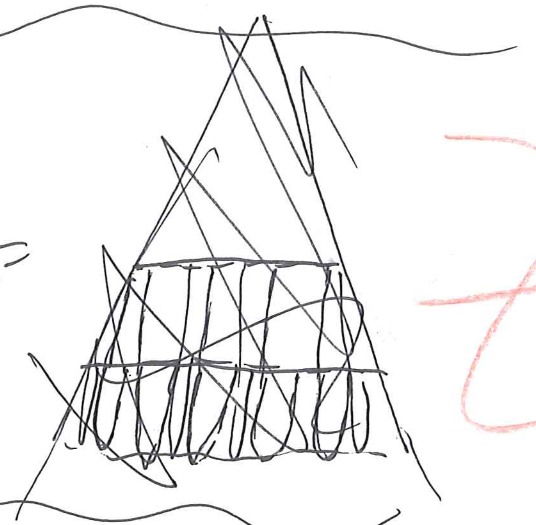
$\boxed{2}$ $\frac{2\cdot 4\sigma}{R} = \cancel{8}\rho g h_2$ (аналогично)

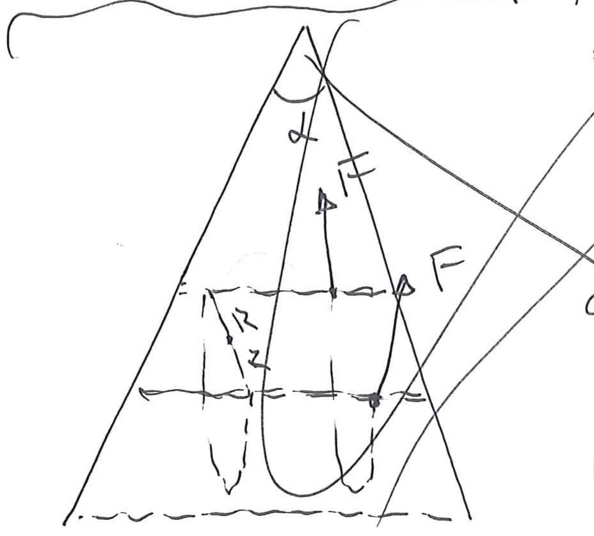
$\Rightarrow h_2 = \frac{h_1}{2} = 2$ мм (вниз)

это „вниз"?

Задача:







Запишем II з-н для вытекающего куска воды:

$2F = \Delta m g$, где

$F = \sigma R$ (ф-ла силы пов-ого нат)

$\Delta m = \rho h.$

38-49-38-64 (113.4)

$$\beta_1 = \frac{7M\cdot\frac{mg\sin\alpha}{7(\mu\cos\alpha+\sin\alpha)}}{5MR} = \frac{\mu m g \sin\alpha}{5MR(\mu\cos\alpha+\sin\alpha)}$$

$$\beta_2 = \frac{\mu m g \sin\alpha}{5MR(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}$$

Запишем ур-я дв-я в этих случаях:

$$\begin{cases} 2\pi\cdot n_1 = \omega_0 t_1 - \frac{\beta_1 t_1^2}{2} \\ \omega_0 - \beta_1 t_1 = 0 \to t_1 = \omega_0/\beta_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\pi\cdot n_2 = \omega_0 t_2 - \frac{\beta_2 t_2^2}{2} \\ \omega_0 - \beta_2 t_2 = 0 \to t_2 = \omega_0/\beta_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2\pi n_1 = \frac{\omega_0^2}{2\beta_1};\quad 2\pi n_2 = \frac{\omega_0^2}{2\beta_2} \Rightarrow$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\mu m g\sin\alpha}{5MR}\ldots = \frac{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}{\mu\cos\alpha+\sin\alpha}$$

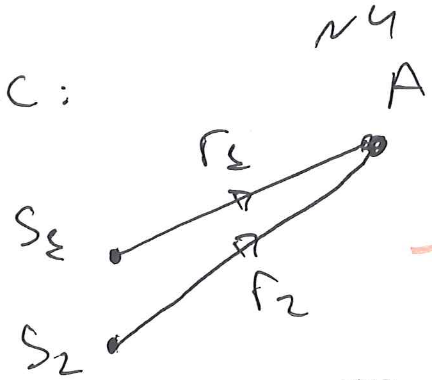
$$= \frac{\frac{\sqrt2}{2} - 0{,}3\cdot\frac{\sqrt2}{2}}{\frac{\sqrt2}{2}\cdot 0{,}3 + \frac{\sqrt2}{2}} = \frac{1-0{,}3}{0{,}3+1} = \frac{0{,}7}{1{,}3} \Rightarrow$$

$$n_2 = \frac{0{,}7}{1{,}3}\cdot 65 = 35$$

Ответ: 35 оборотов

№4

Вопрос:

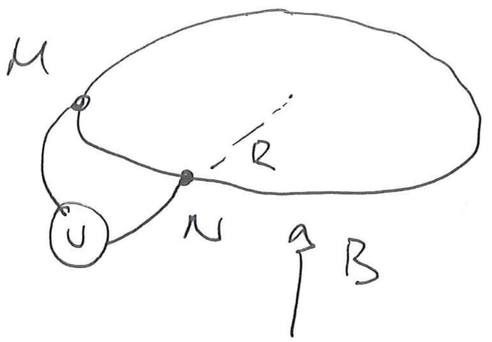


Предположим есть два ист. монохром. свет. волн. Найдём условие на то, чтобы в точке A

Были ~~светлые~~ min/max. Для этого необходимо найти оптические длины волн, Γ_1 и Γ_2 = S_1A и S_2A соотв. ~~и~~ разность хода $\Gamma_1 - \Gamma_2$ должна быть либо $\frac{\lambda}{2}(2m+1)$, $m \in \mathbb{Z}$ для min и $\frac{\lambda}{2} \cdot 2m$, $m \in \mathbb{Z}$ для max. — условия.

№3

Вопрос:



Из з-на электромагн. индукции:

$$\mathcal{E}_{инд} = \frac{|d\Phi|}{dt} = \frac{dB}{dt} \cdot \pi R^2 = \beta \cdot \pi R^2$$

Т.к. кольцо имеет сопр, то ток прот. через кольцо из з-на Ома: $\beta \cdot \pi R^2 = I \cdot \lambda \cdot 2\pi R$, где λ — удельное сопр

$\Rightarrow I = \frac{\beta R}{2\lambda}$. Тогда разность потенц. м/у M и N можно найти как $V = I \cdot \lambda \cdot \overset{\frown}{MN} = \frac{\beta R}{2} \cdot \overset{\frown}{MN}$, где $\overset{\frown}{MN}$ — длина дуги MN.

2б.

Задача:

№4 Продолж.

Интерференция происходит у лучей отр. от пов-ти (также всегда есть

Черновик

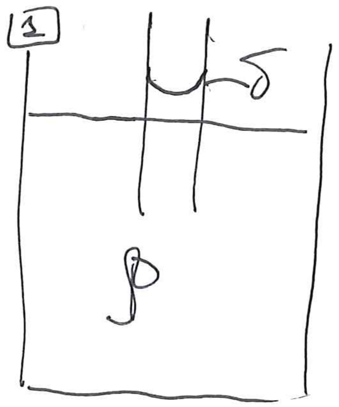
№4 Продолж.

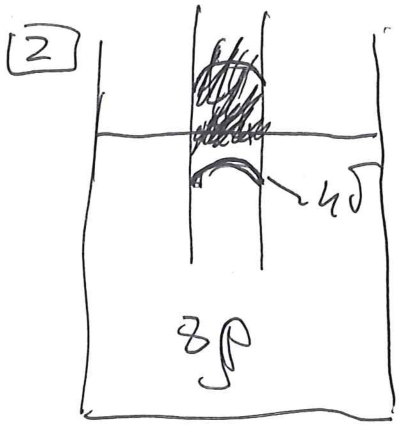
~~№2 Продолж.~~

Черновик

№2

Вопрос:





q_0 и V_0 — в момент $T \to \infty$, когда

$\dot q \xrightarrow[T\to\infty]{} \frac{\tau l d g}{2B}$, $V_0 = gT - \frac{q_0 B l}{\tau l^2 d}$

$\frac{\tau l d g}{2B} \cdot \rho l + \frac{q_0 B^2}{\tau d} = B V_0 \cdot l$

$q_0 = \frac{\tau l d g}{2B} \cdot T \Rightarrow$

$V_0 = \frac{q_0 \cdot 2B}{\tau l d} - \frac{q_0 B}{\tau l d} = \frac{q_0 \cdot B}{\tau l d}$

$\Rightarrow q_0 = \frac{V_0 \tau l d}{B} \Rightarrow$

$\frac{\tau l^2 d g \rho l}{2B} + V_0 l B$

~~Т.е можно найти~~ q_0, V_0

(если пренебречь выделением конд-р заряжается мгновенно, то з-н дв-я просто имеет вид

~~Итоговый~~

Видно, что при $t \to \infty$, $\dot q \to I$

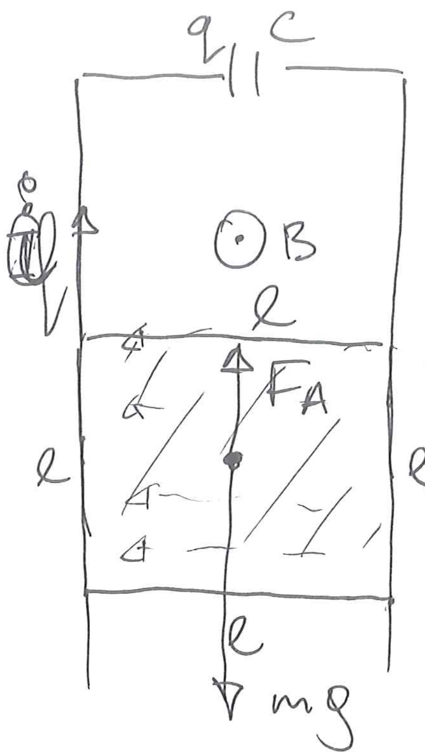
Можно решить это дифф. ур-е для q, найти $q_0, V_0 \to$ з-н дв-я.

В общем случае можно написать

$x = x_0 + V_0 t + \frac{g t^2}{2}$, где

x_0, V_0 — у начальных усл-й.

38-49-38-64 (113.4)



Итоговый

~~Пусть конд-р заряжается~~

$I = const = \frac{\tau l d}{2B} g$

Запишем II з-н по оси OX для уравнения в произв. момент времени:

$\downarrow \ddot x$: $mg - F_A = m\ddot x$

$F_A = \dot q \cdot B \cdot l$

$m = \tau \cdot l^2 d$

Запишем II правило Кирхгофа для цепи:

$\dot q \cdot R + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$. из з-на ЭМ инд: $\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = B\dot x l$

$\Rightarrow \dot q R + \frac{q}{C_0} = B \dot x l$, где R — сопр рамки

в конце $\dot q = I = \frac{\tau l d}{2B} g = const$

$\Rightarrow$ во II з.Н л.ч $= const \Rightarrow \ddot x = const$

Тогда: $\tau l^2 d g - \frac{\tau l^2 d g}{2} = \tau l^2 d \cdot \ddot x_{кон}$

$\Rightarrow \ddot x_{конеч} = \frac{g}{2}$. Тогда в конце

$\dot x_{конеч} = V_0 + \frac{gt}{2}$; $q_{конеч} = q_0 + \frac{\tau l d}{2B} g \cdot t$

Найдём связь м/у ними:

в $t=0$: $\frac{\tau l d}{2B} g \cdot R + \frac{q_0}{C} = B V_0 \cdot l$

и в произв. момент:

$$\dot{q} R = \frac{B l (V_0 + \frac{gt}{2}) \cdot C - (q_0 + \frac{\tau l d}{2B} g t)}{C}$$

$=$ const $\Rightarrow$ коэф при t сокр

$$\Rightarrow \frac{B \cancel{l} C g}{\cancel{2}} \cdot \cancel{t} - \frac{\tau \cancel{l} d}{\cancel{2}B} g t = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{\tau d}{B^2}}$$

+

~~$\frac{\tau l d}{2B} g \cdot \rho l = \frac{B l V_0 C - q_0}{C}$ сопр. (по всей поверхн. рамки) сопротивл.~~

~~проинтегрировав II з-н получим~~

~~$mgt - qBl = m\dot{x}$~~

Тогда з-н дв-я рамки имеет вид: $\boxed{x = \cancel{x_0} + \cancel{V_0 t} + \frac{g t^2}{4}}$, где

x_0, V_0 - коорд. и ск-ть до установления пост. тока. ~~Можно продолжа~~

из II з.Н: $mgt - \rho B l = m\dot{x} \Rightarrow$

Z

$\dot{x} = gt - \frac{qBl}{m} \Rightarrow \dot{q} \cdot \rho l + \frac{q}{C} =$

$= Bl \cdot (gt - \frac{qBl}{m}) \Rightarrow$

$$\dot{q} \cdot \rho l + q \cdot \left(\frac{1}{C} + \frac{B^2 l^2}{m}\right) = Blgt$$

- дифф. ур-е, ~~р-ем которого является $q = e^{\varphi t} + \lambda t$, где λ - коэф.~~

Взяв произв. по t:

$$\ddot{q} \rho l + \dot{q} \left(\frac{1}{C} + \frac{B^2 \cancel{l^2}}{\tau \cancel{l^2} d}\right) = Blg$$

$$\Rightarrow \ddot{q} \rho l + \dot{q} \left(\frac{1}{C} + \frac{B^2}{\tau d}\right) = Blg$$

$\dot{q} = \alpha + \beta \cdot e^{\varphi t}$, где $\alpha, \beta, \varphi =$ const

$\beta \varphi \cdot \rho l \cdot e^{\varphi t} + (\alpha + \beta e^{\varphi t}) \cdot \frac{2B^2}{\tau d} = Blg$

$\beta \varphi \cdot \rho l \cdot \cancel{e^{\varphi t}} + \beta \cancel{e^{\varphi t}} \cdot \frac{2B^2}{\tau d} = 0$

(сокращ.)

$\alpha \cdot \frac{2B^{\cancel{2}}}{\tau d} = \cancel{B} l g \Rightarrow \alpha = \frac{\tau l d g}{2B}$

$\varphi = \frac{-2B^2}{\tau d \rho l} \Rightarrow$

$$\dot{q} = \frac{\tau l d g}{2B} + \beta \cdot e^{\frac{-2B^2}{\tau d \rho l} \cdot t}$$

~~Таким образом лажем~~

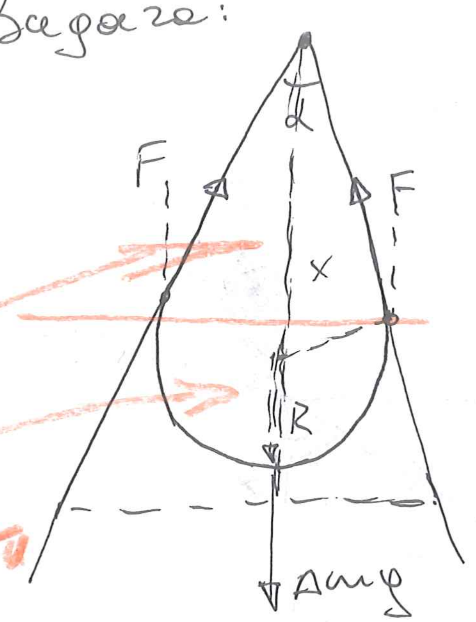
Z

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

38-49-38-64
(113.4)

Чистовик №2 продолж.

Задача:



это разные плоскости

Запишем II зН для выступающего кусочка жидкости:

$$2F\cdot\cos\alpha/2 = \Delta mg$$

где $F = \sigma R$?

$\Delta m = \rho\cdot h\cdot\pi R^2$?

$$\Rightarrow 2\sigma R\cdot\left(1-\frac{\alpha^2}{8}\right) = \rho g\pi R^2$$

$$\Rightarrow h = \frac{2\sigma\left(1-\frac{\alpha^2}{8}\right)}{\rho g\pi R}$$ ~~В задаче~~

~~не ясно, что такое x. Расстояние от ребра до тела? От ребра до жидкости в разных точках разное. Не ясно условие.~~

причём $\frac{\alpha}{2} \approx \frac{R}{x} \Rightarrow R = \frac{\alpha x}{2}$

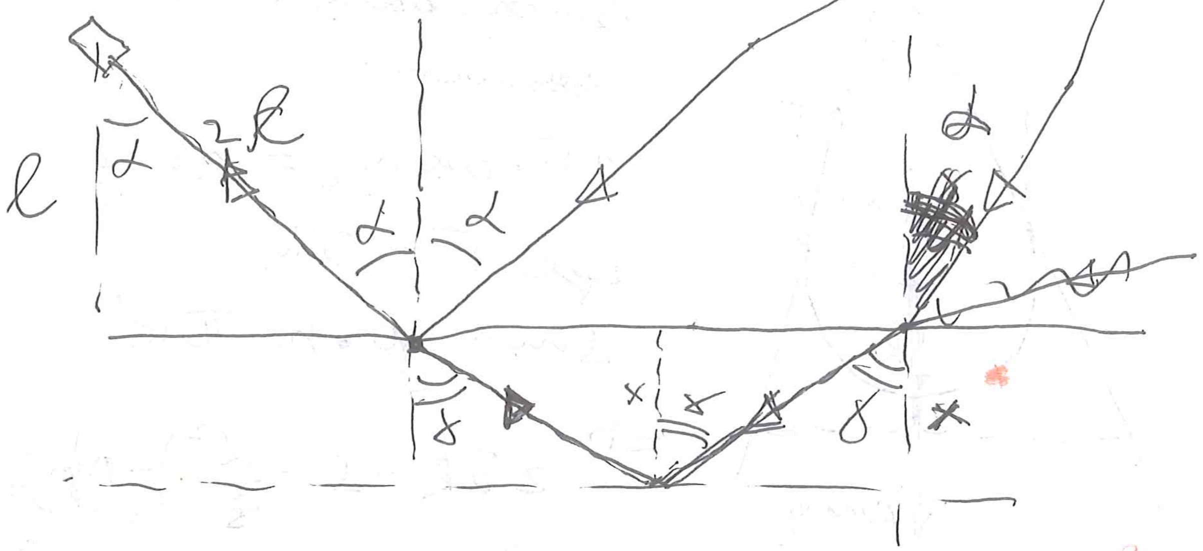
Тогда $$\boxed{h = \frac{4\sigma}{\rho g\pi\alpha x}}$$

вместо 2

№4 продолж.

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

Чистовик №4 Продолж. 2.05



Интерференция = сложение лучей отр. от пов-ти воды в масле + луч отр. от пов-ти масла. $\frac{3}{2}\sin\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin\gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}$

+ 2б

$\Rightarrow \cos\gamma = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Тогда найдём разность хода: $\Gamma_1 = 2l + \frac{\lambda}{2}$

$\Gamma_2 = \frac{2x}{\cos\gamma} + 2l \Rightarrow \Delta = \sqrt{6}x - \frac{\lambda}{2}$

не учтено n воды

неверно

неверно разность хода

~~Ясно, что T луч. перемещение и разность хода,~~ ($\frac{\lambda}{2}$ – т.к. отр. от более плотной среды)

Условие max: $\Delta = \lambda m$, $m \in \mathbb{Z}$

м/у подряд. м/у максимумами

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

~~Чистовик~~ прошло T. Если ск-ть испарения V, то: $\Delta_1 = \sqrt{6}x - \frac{\lambda}{2} =$

$\Delta_2 = \sqrt{6}(x - VT) - \frac{\lambda}{2} = 0 \Rightarrow$

$\sqrt{6}x = \frac{3\lambda}{2}$; $\sqrt{6}x - \sqrt{6}VT = \frac{\lambda}{2}$

не общий вид аналитич. ответа

$\Rightarrow VT = \frac{\lambda}{\sqrt{6}} \Rightarrow V = \frac{\lambda}{\sqrt{6}T} = \frac{\cancel{500}^{10}\text{ нм}}{\sqrt{6}\cdot\cancel{15}_{3}\cdot 60} = \frac{10\text{ нм}}{18\sqrt{6}}\ \frac{\text{нм}}{\text{с}} \approx 0{,}2\ \frac{\text{нм}}{\text{с}}$

числ ответ

· неверно записана сист. разность хода

· нет аналитического ответа в явном виде

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!