0 720009 570006

72-00-09-57
(113.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

+1 лист

Вариант №04

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы!
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Тютюшкова Ярослава Ивановича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

сдал в 16.10

Дата

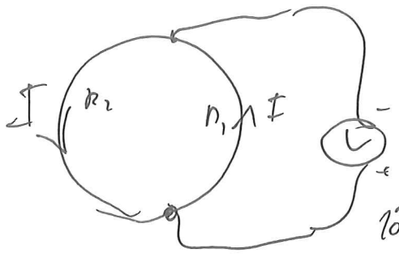
«04» апр. 2025 года

Подпись участника

$q \quad a = \frac{H}{\omega^2}$

$\frac{H}{\cancel{M}} \quad \frac{H}{M^2} \cdot \frac{1}{\frac{\omega^2}{M^3} \cdot \frac{H}{\omega^2}} = M^3$

$\frac{\rho \cdot H}{M^2} \cdot \frac{1}{\frac{M}{M^3} \cdot \frac{H}{\omega^2}} = \frac{M^3}{M}$



$\mathcal{E}_1 = U_{R_1} - I_1 R_1$

$\mathcal{E}_2 = U_{R_2} + I R_2$

$F \quad \rho = j$

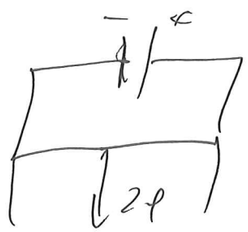
$10^{-9} \quad \frac{kq^2}{2R^2} \cdot \rho \quad \frac{q}{S}$

$\omega \quad \oint B \cdot dl = I \cdot \mu_0$

$F_A = I(dl \cdot B) \quad \frac{dS}{dS}$

$F_A = i(dl \cdot B)$

$vBl =$



$\frac{dx}{dt} = \frac{dq}{dt} + q$

$\frac{dv}{dt} = mg - \frac{dq}{dt}$

72-00-09-57 (113.2)

(чистовик)

№1 вопрос: используя з. сохр.:

$\frac{I\omega^2}{2} + \frac{m v_{y.m}^2}{2} = mgH$

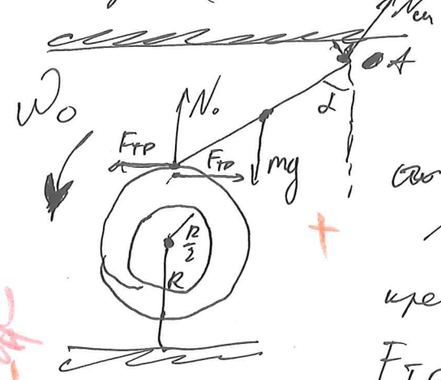
$I = \frac{mR^2}{2}$ – т.к. равномерно распределён.

$\frac{mR^2\omega^2}{4} + \frac{m v_{ym}^2}{2} = mgH$ $\quad \omega R = v_{y.m}$ т.к. без проскальзывания

$\frac{v_{y.m}^2}{4} + \frac{v_{ym}^2}{2} = gH$ $\quad \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

$\frac{3}{4} v_{ym}^2 = gH \Rightarrow \boxed{v_{y.m} = \sqrt{\frac{4}{3} gH}}$

Задача: Дано: $m; M; \omega_0; N = GS; R; \mu_{тр}; \beta$



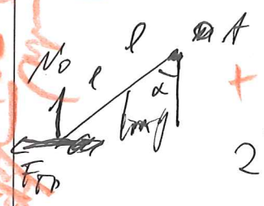
Расставим силы действующие на стержень и колесо.

~~Mg и N0~~

Mg – приложено к центру колеса в точке крепления

$F_{тр} = \mu N_0$.

Правило моментов для стержня.



ТА: $N_0 \cdot 2l \cdot \sin\alpha + N_0 \mu \cdot 2l \cos\alpha = mgl \cdot \sin\alpha$.

$2R \cdot \sin\alpha_0 N_0 + N_0 \mu \cdot 2R \cdot \cos\alpha = mgR \cdot \sin\alpha$.

$N_0 = \frac{mg \sin\alpha}{2\sin\alpha + 2\mu\cos\alpha}$

$N_0 = \frac{mg\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{2}\mu} = \frac{mg}{2(1+\mu)}$

	1	2	3	4	5	6	7
	3	4	1	3	3	9	74
+	3	13	20				

(семь 2 сов четыре)

Посчитаем I_0 – момент инерции для диска (щитовиа)

$I_0 = \int dI = \int dm \cdot r^2$ $\quad$ ~~$dm = \rho \cdot \delta \cdot dr \cdot \pi r^2$~~

$dm = \delta \cdot dr \cdot 2\pi r$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

$\delta = \frac{m}{S_0} = \frac{M}{\pi R^2 - \frac{\pi R^2}{4}} = \frac{M}{\frac{3\pi R^2}{4}} = \frac{4}{3}\frac{M}{\pi R^2}$

$\int_{I_0} dI = \int_0^R \delta \cdot 2\pi r \cdot r^2 \cdot dr = \frac{4}{3}\frac{M}{\pi R^2} \cdot 2\pi \int_0^R r^3 dr = \frac{2\pi\delta \cdot R^4}{4} = \frac{2\pi\delta \cdot r^4}{4}\Big|_{\frac{R}{2}}^{R} =$

$= \frac{\pi\delta}{2} \cdot \left(R^4 - \frac{R^4}{16}\right) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{4}{3}\frac{M}{\pi R^2} \cdot \frac{15}{16} R^4 =$

$= \boxed{\frac{5}{8} MR^2} = I_0$

Считаем, что стержень не отрывается в процессе вращения от колеса.

~~Запишем~~ Найдем кинетическую энергию колеса $K_0 = \frac{I_0 \cdot \omega_0^2}{2}$

$K_к = 0.$

$A_{тр} = N_0 \cdot \mu \cdot 2\pi R \cdot N$

N – кол-во оборотов.

ЗСЭ:

$\frac{I_0 \cdot \omega_0^2}{2} = A_{тр}$

$\frac{\frac{5}{8} MR^2 \omega_0^2}{2} = 2\pi R \mu N \cdot N_0$

$N_0 = \frac{mg}{2(1+\mu)}$

$\frac{\frac{5}{8} MR^2 \omega_0^2}{2} = 2\pi R \mu \cdot N \cdot \frac{mg}{2(1+\mu)}$

$UBl = IR \cdot l \frac{q}{\varepsilon}$

$q = \int I dt$

(черновик)

$I = \frac{\varepsilon}{R}$

$\cos 2x = 2\cos^2 - 1$

$\cos^2 x = \frac{2\cos 2x + 1}{2}$

$\sin x + \sin y = 2 \sin\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = \sin\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}$

$x = 0$

$y = \frac{\pi}{2}$ $\quad 1 + 0 = \sin\frac{\pi}{2}$

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2\sin 1$

$\nu =$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$ $\quad \omega = 2\pi\nu$

$x_1 - x_2$

(чистовик)

$v(t)$

$I = \int q \, dt$

$$\begin{cases} vBl = IR + \frac{q}{C} \\ ma = mg - IBl \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt}Bl = \frac{dq}{dt}R + \frac{q}{C} \\ m\frac{dv}{dt} = mg - \frac{dq}{dt}Bl \end{cases}$$

по условию I – const $\quad I = \frac{\pi l d}{2B}$

$$\begin{cases} vBl = IR + \frac{q}{C} \\ ma = mg - IBl \end{cases}$$

Тогда $q = I \cdot t$

$$\begin{cases} vBl = IR + \frac{It}{C} \\ ma = mg - IBl \end{cases}$$

$ma = I = \frac{m(g-a)}{Bl}$

$vBl = I\left(R + \frac{t}{C}\right) = \frac{m(g-a)}{Bl}\left(R + \frac{t}{C}\right)$

$gR + \frac{t}{C}g - aR - \frac{at}{C}$

$\frac{vB^2l^2}{m} = gR + \frac{t}{C}g - a \cdot R - \frac{at}{C}$

$\frac{dx}{dt}\frac{B^2l^2}{m} = gR + \frac{t}{C}g - \frac{dx}{dt^2} - \frac{dx}{dt^2} \cdot \frac{t}{C}$

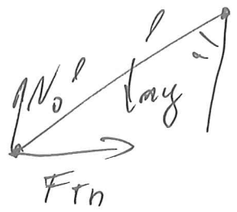
$$\begin{cases} vBl = IR + \frac{q}{C} \\ ma = mg - IBl \end{cases}$$

72-00-09-57
(113.2)

~~в обоих случаях~~ второй случай;

$\frac{I_0 \omega^2}{2} = N_1 \mu \cdot 2\pi R \cdot N_{обр.}$ (чистовик)

в ~~2м~~ втором случае правило моментов;



$N_0 \cdot 2R \cdot \sin\alpha = mg \cdot R \cdot \sin\alpha + F_{тр} \cdot 2R\cos\alpha$

$N_0 S2 = mg\frac{S2}{2} + \mu N_0 S2.$

$N_0 S2(1-\mu) = mg\frac{S2}{2}$

$N_1 = \frac{mg}{2(1-\mu)}$

$\cancel{\frac{mg}{2(1-\mu)}}$ $\quad I_0\omega$ $\quad A_{тр_1} = A_{тр_2}$ – т.к одинаковы клин, энергия вначале,

$\Rightarrow \frac{mg}{2(1+\mu)} \cdot 2\pi R \cdot \mu \cdot N = 2\pi R \cdot \mu \cdot N_{обр} \cdot \frac{mg}{2(1-\mu)}$

$N_{обр} = \boxed{\frac{1-\mu}{1+\mu} \cdot N}$ +

$N_{обр} = \frac{0{,}3}{1{,}3} \cdot 65 = \frac{3}{13} \cdot 65 = \boxed{15}$ –

$65 \,|\, 13$
$65 \,|\, 5$
0

Ответ: 15 оборотов.

№2. вопрос: (чистовик)

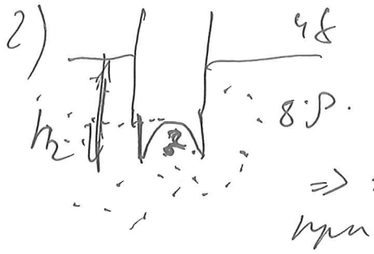
1)

$\rho g h_1 = \delta\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ R_1 / R_2 - радиусы кривизны в верх. точке

т.к. симметрично $R_1 = R_2$

$\rho g h_1 = \frac{2\delta}{R_{кр}}$

2)



т.к происходит не смачивание

=> жидкость преодолевает подъемную силу

=> жидкость начнет закипать при

2: $\rho g h_2 = 4\delta\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)$

$8\rho g h_2 = \frac{4\delta}{R_{кр2}}$? $R_{кр1} = R_{кр2}$ - т.к считаем, что сосуд одинаковый

$\delta = 2\rho g h_2 \cdot R_{кр2}$

$\delta = \frac{\rho g h_1}{2} \cdot R_{кр1}$

=> $2\rho g h_2 R_{кр2} = \frac{\rho g h_1}{2} R_{кр1}$

$\boxed{h_2 = \frac{h_1}{4}}$ => $\boxed{h_2 = 1\text{ мм.}}$ ниже уровня воды

=> при опускании ~~во~~ стержня вниз уровень воды будет на 1 мм ниже. чем. в широком сосуде.

$vBl = \frac{m}{2lB}(g-a)\cdot R + \frac{mgt}{2lBC} - \frac{mv}{2lBC}$ (чистовик)

$vBl = \frac{mgR}{2lB} - \frac{maR}{2lB} + \frac{mgt}{2lBC} - \frac{mv}{2lBC}$

$2vB^2l^2 = mgR - maR + \frac{mgt}{C} - \frac{mv}{C}$

$v\left(2B^2l^2 + \frac{m}{C}\right) = mgR + \frac{mgt}{C} - maR$

Запишем правило Кирхгофа

$vBl = IR + \frac{q}{C}$ + $\mathcal{E}_i = \frac{d\Phi}{dt} = vBl$

$dF_A = j[d\vec{V}\cdot\vec{B}]$

$i = \frac{I}{S} = \frac{I}{l\cdot d}$

$F_A = \frac{I}{ld} l^2 d\cdot B = IlB$

II з Ньютона: $ma = mg - IlB$ +

правило Кирхгофа: $vBl = IR + \frac{q}{C}$

при установившемся токе

$\frac{dv}{dt}Bl = \frac{dq}{dt}\cdot\frac{1}{C}$ => $aBl = \frac{I}{C}$

$a = \frac{I}{Bl\cdot C}$

$\frac{mI}{BlC} = mg - IlB$

$I = \frac{\pi l d}{2B}\cdot g$

$I\left(\frac{m}{BlC} + lB\right) = mg$

$\frac{\pi l d g}{2B}\left(\frac{\pi l d}{BlC} + lB\right) = \pi l d g$

$\frac{\pi l d}{BC} + lB = 2Bl$

$\frac{\pi l d}{BC} = Bl$

$\boxed{C = \frac{\pi d}{B^2}}$

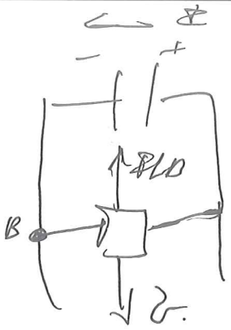
$I = \frac{\pi l d}{2B} g$

$R_l = \frac{\rho \cdot l}{l \cdot d} = \frac{\rho}{d}$ (чистовик)

Запишем правило Кирхгофа

$\mathcal{E}_i = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dS}{dt} \cdot B = vBl$

$\mathcal{E}_i = IR + \frac{q}{C}$



$\mathcal{E}_i = vBl$

$vBl = mg - IlB$

$IlB = mg$

$\frac{\pi l \cdot d}{2B} g \cdot lB = mg$

$m = \frac{\pi l^2 d}{2}$

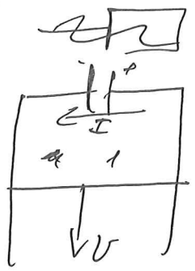
$F_A(I) = I \cdot B \cdot L$, где L

$l = \frac{\pi l d}{2} = \frac{\pi B g}{2B g} \cdot B L$

$L = 2l$

$F_A(I) = 2l \cdot B \cdot I$

$vBl = I \cdot R + \frac{q}{C}$



$vBl = I \cdot R + \frac{q}{C}$

$m \frac{dv}{dt} = mg - 2lB \frac{dq}{dt}$

$I = \frac{ma - mg}{2lB}$

$vBl = \frac{dq}{dt} \cdot R + \frac{q}{C}$

$m \frac{dv}{dt} = mg - 2lB \frac{dq}{dt}$ $\quad | \cdot dt$

$\int_0^v m\,dv = \int_0^t mg\,dt - \int_0^q 2lB\,dq$

$mv = mgt - 2lBq$

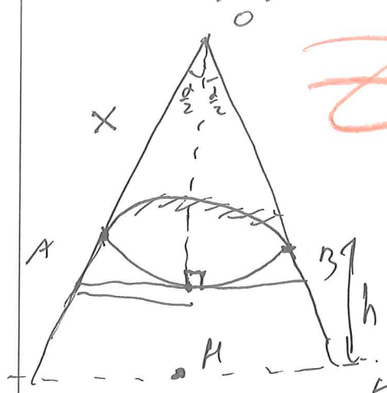
$q = \frac{mgt - mv}{2lB}$

72-00-09-57 (113.2)

№2. Задача. (чистовик)

$\rho; \alpha; \delta$

$x \gg \sqrt{\frac{2\delta}{\alpha \rho g}}$



Скорее всего ребро двух гранного угла это отрезок $AO = OB$.

AB – дуга окружности

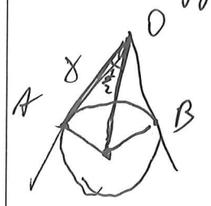
Влияние воздуха в полости AOB не учитываем.

Из равенства давлений в нижней точке

$\rho g h - \frac{\delta \cdot 2}{R} = \rho g h = \frac{2\delta}{R}$

т.к. жидкость полностью смачивает $\Rightarrow$

AD – дуга вписанной окр. в угол AOB.



$R = tg\frac{\alpha}{2} = \frac{R}{x}$ $\quad tg\frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$

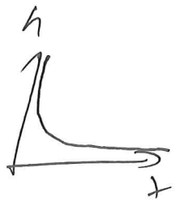
$\frac{\alpha}{2} \approx \frac{R}{x}$ $\quad \Rightarrow \frac{2R}{\alpha}$

$R = \frac{\alpha \cdot x}{2}$

$\Rightarrow \rho g h = \frac{2\delta}{\frac{\alpha \cdot x}{2}}$

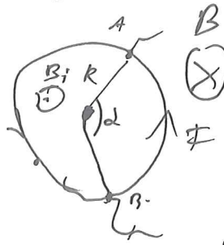
$\rho g h = \frac{4\delta}{\alpha \cdot x}$

$\boxed{h(x) = \frac{4\delta}{\alpha \rho g x}}$



(чистовик)

№3. вопрос:

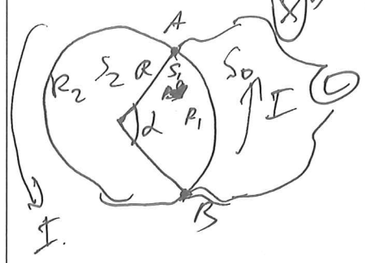


$\beta = \frac{dB}{dt} > 0$ $\quad \mathcal{E}_i = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB}{dt} \cdot S$ +

$S = \pi R^2$. контура в виде ж в кольце.

$\mathcal{E}_i = \beta S$ –

введем ур α (или ри)



по правилу шнурофа:

$$\left.\begin{aligned} U_V + I_1 R_1 &= \mathcal{E}_1 \\ -U_V + I_1 R_2 &= \mathcal{E}_2 \\ I_1 (R_1 + R_2) &= \mathcal{E}_i \end{aligned}\right\}$$

$$I_1 = \frac{\beta S}{2\pi R \cdot \rho} = \frac{\beta \cdot \pi R^2}{2\pi R \rho} = \frac{\beta R}{2\rho}$$

~~Если показания вольтметра~~

$$I_1 = \frac{\beta R}{2\rho}$$

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = \cancel{\beta \cdot (S_0 + S_1)} = \beta \cdot S_0 \\ \mathcal{E}_2 = \beta (S_0 + S_2 + S_1) = \beta (S_0 + \pi R^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_V + I_1 R_1 = \mathcal{E}_1 = \beta S_0 \\ -U_V + I_1 R_2 = \beta S_0 + \beta \pi R^2 \end{cases} \ominus$$

$$U_V + U_V + I_1 (R_1 - R_2) = -\beta \pi R^2$$

$R_2 = (2\pi - \alpha) R\rho$

$R_1 = \alpha R$

$R_2 - R_1 = (2\pi - 2\alpha) R\rho$

$$2U_V = I_1 (R_2 - R_1) - \beta \pi R^2$$

$$U_V = \frac{\beta R}{2\rho} \left(2(\pi - \alpha) R\rho - \beta \pi R^2 \right.$$

$$U_V = \beta (\pi - \alpha) R^2 - \beta \pi R^2$$

$$U_V = -\beta \alpha R^2$$

$\ominus$ – означает на схему ~~ошибка~~ знаков в правиле шнурофа

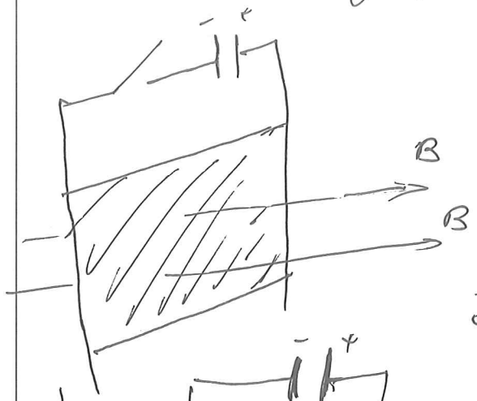
$$\boxed{U(\alpha) = -\beta \alpha R^2}$$

см. след. лист. дополнение

№3. Задача: (чистовик)

Дано: $l \times l$, d; ρ; τ $\quad C$ – ?

$I = \frac{\tau l d}{2B} g$? $\quad v(t)$ – ?

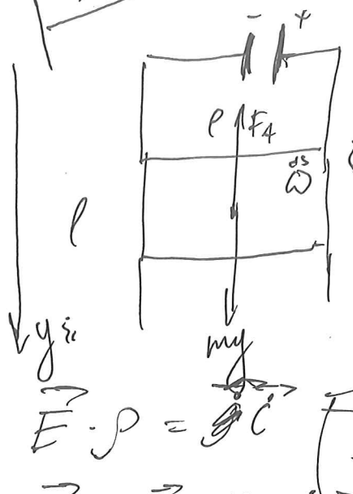


в ~~другой вывешенной решении~~

$V = l \cdot l \cdot d \quad m = l^2 d \cdot \tau$

Составим силы:

трения нет.



Заметим, что если мы ~~возьм~~ рассмотрим участок dS в плоскости в нутри него ~~вар~~ нет $\mathcal{E}_i$ => нет вихревого тока т.к. самоиндукцией пренебрегаем.

$$\vec{E} \cdot \rho = \vec{i} \qquad i = \frac{dI}{dS}.$$

$$d\vec{F}_A = \vec{i} \cdot [d\vec{V} \times \vec{B}]$$

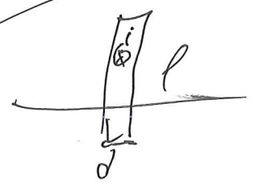
если $\frac{dB}{dt}$ – только внутри кольца

то $U_V = \frac{d\Phi}{dt} = \boxed{\beta \pi R^2}$ (дополнение к вопросу) $\ominus$

~~Заметим, что ~~так~~ ток ~~дополнительный~~ ~~возникнет~~ в доль ~~сонаправлен~~ с напряженностью~~

$$F_A = i \cdot l^2 d \cdot B = \frac{I}{l \cdot d} \cdot l^2 d \cdot B = \Big| \; i = \frac{I}{l \cdot d}$$

$$= I l \cdot B$$



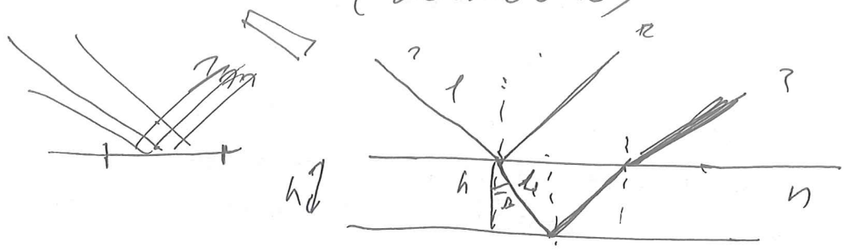
введем ось y:

=> ОСЬ II з. Ньютона

y: $0 = -IlB + mg$

$$IlB = mg$$

(чистовик)



лучи 2 и 3 параллельны

=> ~~при~~ при условии, что $L = \frac{h}{\cos\beta}$

при условии, что разность ходов 1 и 2 ~~лучей~~ будет максимум $\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta}$

=> $\vec{n} \cdot \vec{N} = \cdot 2L$

$\frac{dh}{dt}$? $\vec{n} \cdot \vec{N} = \frac{h}{\cos\beta}$

$\vec{n} \cdot \vec{N} \cdot \cos\beta = h$

$\frac{\vec{N}}{T} \sqrt{1-\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)^2} = \frac{dh}{dt}$.

=> $u = \frac{\vec{N}}{T} \sqrt{1-\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)^2}$

$u = \frac{500 \cdot 10^{-9}}{75} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{9} \left(\frac{м}{мин}\right)$

72-00-09-57
(113.2)

№3. т.к. I — const (чистовик)

a => $m \frac{dv}{dt} Bl = \frac{dq}{dt} \cdot \frac{1}{c}$.

$aBl = \frac{I}{c}$ т.к. $I = const$

~~$I = aBlc$~~ => $a = const$

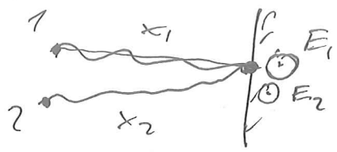
$\frac{dv}{dt} \cdot BR = \frac{rd}{2Bc} g$

$\int_0^v dv = \int_0^t \frac{rd}{2B^2c} g \cdot dt$

$\boxed{v = \frac{rd}{2B^2c} g \cdot t}$

$v = \frac{rd}{2B^2} \cdot \frac{B^2}{rd} \cdot g = \boxed{\frac{g}{2} t}$

№4. вопрос: (чистовик)



$E = E_0 \sin(\omega t + kx + \varphi_0)$

$E_1(t) = E_{10} \sin(\omega_1 t + kx + \varphi_1)$

$E_2(t) = E_{20} \sin(\omega_2 t + kx + \varphi_2)$

$I \sim \langle E^2 \rangle_{сред}$ ~~— ф дробленом~~

$I \sim \langle (E_1 + E_2)^2 \rangle$ — принцип супер позиции

$I \sim \langle E_1^2 + E_2^2 + 2 E_1 \cdot E_2 \rangle$

обозначим коэффициент пропорциональности за R.

$I = R\langle E_1^2 \rangle + R\langle E_2^2 \rangle + 2R\langle E_1 \cdot E_2 \rangle$

$\langle \cos^2(\omega t + kx + \varphi_0) \rangle = \frac{1}{T}\left(\int_0^T \frac{\cos 2\cdot(\omega t + kx + \varphi_0)}{2} dt + \int_0^T \frac{1}{2} dt\right) =$

$\approx \frac{1}{2} \Rightarrow \langle \cos^2 x \rangle = \frac{1}{2}$.

$\Rightarrow I_R = \frac{R E_{10}^2}{2} + \frac{E_{20}^2 R}{2} + 2\langle E_1 \cdot E_2 \rangle R.$

~~$\sin x \sin y = \frac{1}{2}\sin x \sin y + s$~~

$\sin x \cdot \sin y = 2(\cos(x-y) + \cos(x+y))$

~~$\Rightarrow$ ~~ $2 E_{10} \cdot E_{20} (\omega_1 - \omega_2 + \varphi_1 - \varphi_2)(\omega_1 + \omega_2 + \varphi_1 - \varphi_2)$~~

~~гармон~~

$\Rightarrow \frac{1}{T}\int_0^T 2 E_{10} \cdot E_{20} \cos(\omega_1 - \omega_2 + \varphi_1 - \varphi_2 + k(x_1 - x_2)) \cdot \sin(\omega_1 + \omega_2 + \varphi_1 + \varphi_2 + k(x_1 + x_2)) dt$

(чистовик)

при ~~ω_1~~ $\omega_1 \neq \omega_2$ этот интеграл даст 0, но если частоты одинаковые то будут при появление точки в которых $\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow \cos 0 \cdot \sin(\omega_1 + \omega_2 + \varphi_1 + \varphi_2) dt$

и этот интеграл не даст нуль.

$\Rightarrow$ при ~~$\sin t + \sin = \cos t$~~ разности ~~$x_1 - x_2$: длине волны~~

~~длин волн~~

min - ?

$\Rightarrow$ Если подобрать длину, которая проходит волна кратно: λ — то это минимум

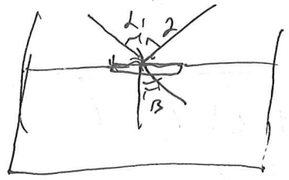
$\Rightarrow$ $\boxed{\text{если } x_1 - x_2 = n \cdot \lambda \text{ — минимум}}$

№4 задача:

$\lambda = 500$ нм

$\alpha = 60°$

$n = 1{,}5$



① при переходе из воздуха в n_2 ($n_2 > n_1$) период волны изменяется на π

чтобы луч волн отражается под $\alpha = 60°$ чтобы преломлялся

$n_1 \cdot \sin\alpha = n \sin\beta$

$\Rightarrow \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

при переходе из (среды в другую сохраняется частота

~~$\nu = \frac{c}{\lambda \cdot n}$~~ $\nu = \frac{c}{\lambda}$

$\nu = \frac{c}{\lambda}$ $\quad n = \frac{c}{v}$ $\quad \Rightarrow \lambda = \frac{c}{n}$.

$\frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{\lambda_0 n}$ $\quad \lambda_0 n = \lambda$ $\quad \lambda_0 = \frac{\lambda}{n}$

λ_0 — ~~длина~~ длина волны после преломления.