0 245780 640002

24-57-80-64
(113.2)

дешифр

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 4

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы!
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Обухова Ильи Ильича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

сдал в 16.06

Дата
«04» апреля 2025 года

Подпись участника

Черновик

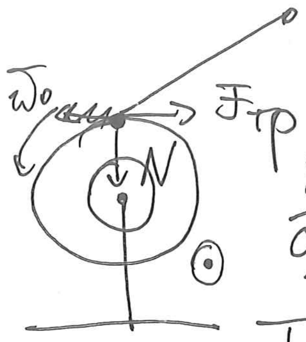
$$I=\frac{mR^2}{2}$$

$$\cancel{\frac{I}{2}}\ \cancel{\frac{mR^2}{2}}\cdot\frac{\omega^2}{2}+\cancel{\frac{mV^2}{2}}=\cancel{mgH}$$

$$\frac{I\omega^2}{2}+\frac{mV^2}{2}=mgH$$

$$\omega R=V$$

$$\frac{V^2}{4}+\frac{V^2}{2}=gH \qquad \frac{3}{4}V^2=gH_0 \qquad V=2\sqrt{\frac{gH}{3}}$$



$$\frac{I\omega^2}{2}-\frac{I\omega_0^2}{2}=$$

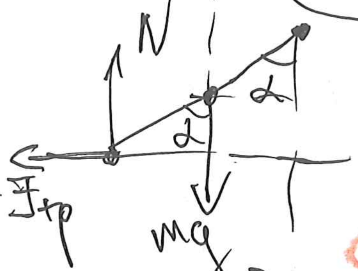
$$\frac{5}{g\sqrt2}\cdot\frac{\sqrt2}{\sqrt3}\ \frac{5\cdot\sqrt6}{g\cdot 16}=F_{тр}\cdot n\cdot 2\pi R$$

$$I=\int dm\cdot r^2$$

$$dm=\frac{m}{\left(\pi R^2-\pi\frac{R^2}{4}\right)\ell}\cdot 2\pi r\,dr\cdot\ell=\frac{4}{3}\frac{m}{R^2}\cdot 2r\,dr$$

$$I=\frac{8}{3}\frac{m}{R^2}\int_{R/2}^{R} r^3dr=\frac{2}{3}\cdot\frac{m}{R^2}\left(R^4-\frac{R^4}{16}\right)=\frac{15}{168}\frac{mR^4}{R^2}\cdot\frac{2}{3}=\boxed{\frac{5}{8}mR^2}$$

$$\cancel{\frac{5}{8}MR^2\omega^2}\qquad I\omega_0^2=4\pi Rn\cdot\mu N$$



$$mg\frac{\ell}{2}\cancel{\sin\alpha}-N\ell\cancel{\sin\alpha}-\mu N\cancel{\ell\cos\alpha}=0$$

$$(\mu+1)N=\frac{mg}{2}$$

$$I\omega_0^2=2\cancel{4}\pi Rn\cdot\mu\cdot\frac{mg}{\cancel{2}(1+\mu)}$$

$$\frac{mg}{2}-N+\mu N=0 \qquad N(1-\mu)=\frac{mg}{2}$$

$$I\omega_0^2=2\pi Rn_1\mu\frac{mg}{(1+\mu)}=2\pi Rn_2\mu\frac{mg}{(1-\mu)}$$

24-57-80-64 (113.2)

Задание 1. Чистовик

Ответ на вопрос:

По теореме Кёнига кинетическая энергия в конце скатывания будет равна $K=\frac{I\omega^2}{2}+\frac{mV^2}{2}$, I – момент инерции цилиндра, V – скорости оси цилиндра, ω – угловая скорость.

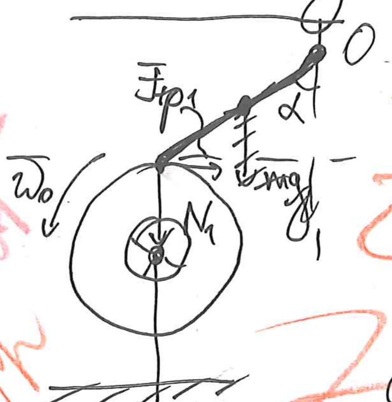
В начале потенциальная энергия: $П=mgH$. $I=\frac{mR^2}{2}$ – для сплошного однородного цилиндра.

$\omega R=V$, так как нет проскальзывания и ещё поэтому (ЗСЭ) $K=П\Rightarrow$

$$\Rightarrow\frac{mR^2}{2}\cdot\frac{\omega^2}{2}+\frac{mV^2}{2}=mgH$$

$$\frac{3}{4}mV^2=mgH\Rightarrow V=\sqrt{\frac{4gH}{3}}=\boxed{2\sqrt{\frac{gH}{3}}}$$

Решение задачи:

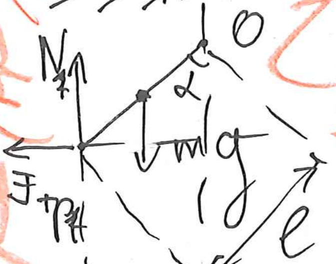


$$ЗСЭ:\ 0-\frac{I\omega_0^2}{2}=A_{тр1}$$

$$A_{тр1}=-F_{тр1}\cdot 2\pi R\cdot n_1$$

$F_{тр1}=\mu N_1$ | n_1 – кол-во оборотов до остановки

Правило моментов для 1-ой ситуации для стержня отн. т. O:



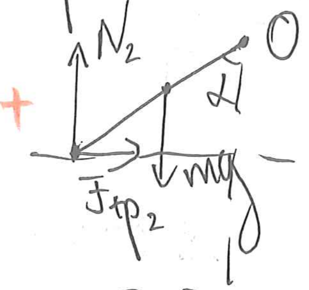
$$mg\frac{\ell}{2}\sin\alpha-N_1\ell\sin\alpha-F_{тр1}\ell\cdot\cos\alpha=0$$

$$\alpha=45^\circ\Rightarrow\sin\alpha=\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt2}$$

$$\frac{mg}{2}=N_1(1+\mu)\Rightarrow N_1=\frac{mg}{2(1+\mu)}$$

$$\frac{I\omega_0^2}{2}=\frac{2\pi Rn_1\mu mg}{2(1+\mu)}\qquad \boxed{I\omega_0^2=\frac{2\pi Rn_1\mu mg}{(1+\mu)}}\ (*)$$

Для второй ситуации изменится только направление силы трения на противоположное. ЗСЭ не изменится по своему виду. Правило моментов примет вид:



$$mg\frac{l}{2}\sin\alpha - N_2 l\sin\alpha + F_{тр_2} l\cos\alpha = 0$$

$$N_2 = \frac{mg}{2(1-\mu)}$$

$$\frac{I\omega_0^2}{2} = \frac{2\pi R n_2 \mu mg}{2(1-\mu)}$$

$$\frac{I\omega_0^2}{} = \frac{2\pi R n_2 \mu mg}{1-\mu} \quad (2)$$

(1) и (2) дадут:

$$\frac{2\pi R n_2 \mu mg}{1-\mu} = \frac{2\pi R n_1 \mu mg}{1+\mu}$$

$$\boxed{n_2 = n_1\frac{1-\mu}{1+\mu}} \qquad n_1 = 65 \quad \mu = 0{,}3$$

$$n_2 = 65\cdot\frac{1-0{,}3}{1+0{,}3} = 65\cdot\frac{7}{13} = 5\cdot 7 = 35$$

Ответ: диск совершит ровно 35 оборотов до полной остановки.

Задание 4.

Ответ на вопрос: для того, чтобы на экране в принципе наблюдалась интерференционная картина две монохроматические световые волны должны быть испущены когерентными источниками, то есть волны должны иметь одинаковую частоту и постоянный во времени сдвиг фаз. Для набл.

Чистовик

Черновик

$\delta_1 = 2h_1\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}$

$\delta_1 = m_1\frac{\lambda}{2}$

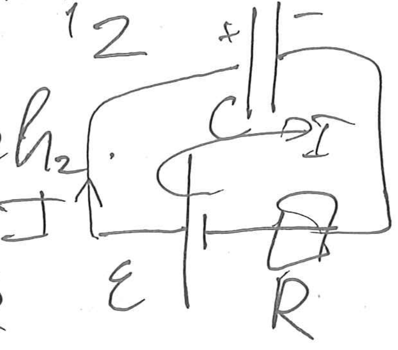
$\frac{R-h}{R} = \cos\beta$

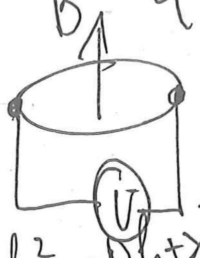
$\frac{R-x}{R} = \sin\beta$

$\delta_2 = 2h_2$

$(R-h)^2 + (R-x)^2 = R^2$ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$\frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$





$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dB}{dt}\cdot S = \beta S$

$2R^2 + h^2 - 2Rh + x^2 - 2Rx = R^2$

$\cancel{\beta S}$

$\varphi_1 - \varphi_2 + \beta S_1 = I\rho\frac{l'}{S'}$

$S_1 = \frac{\pi R^2}{2\pi}\cdot\alpha = \frac{R^2\alpha}{2}$

$l = \alpha R$

$\beta\cdot\pi R^2 = I\rho\cdot\frac{2\pi R}{S'}$

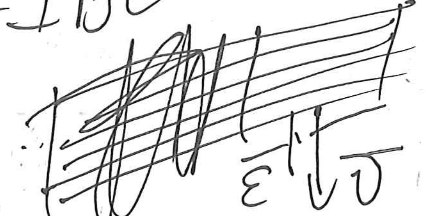
$\varphi_1 - \varphi_2 + \frac{\beta R^2\alpha}{2} = \frac{\beta R}{2}\cdot\alpha R \quad \frac{\beta R}{2} = \frac{2I\rho}{S}$

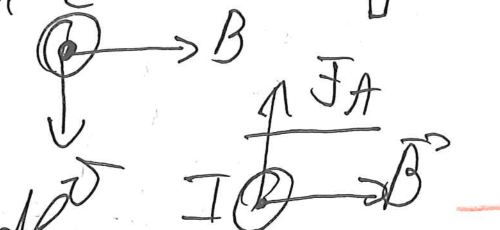
$\varphi_1 = \varphi_2 = 0$

$R^2 - 2R(h+x) + h^2 + x^2 = 0$

$mg - IBl = ma$

$R_{1,2} = h + x \pm \sqrt{(h+x)^2 - 2hx}$





$vBdl$ $\quad dR = \rho\frac{dl}{ld}$ $\quad IBdl$

$\mathcal{E} = vBl$

$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + IR \quad F_A = IBl$

$R = \frac{\rho}{\rho d}$

Черновик

$\mathcal{J}Bl = \frac{q}{c} + \frac{IR}{d}$ $\quad Bla = \frac{I}{c}$

$Bl g - \frac{IBl^2}{m} = \frac{I}{c}$

$ma = mg - IBl \quad a = g - \frac{IBl}{m}$

$c = \frac{mI}{(mg - IBl)Bl}$

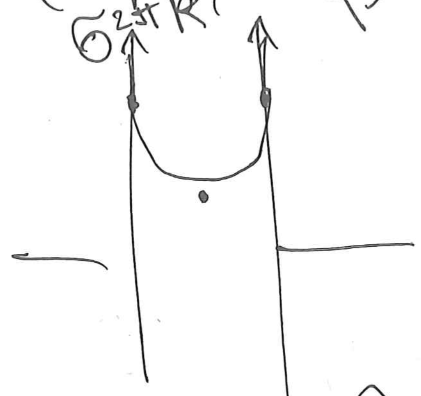
$m = \frac{g}{\tau^2 d^2 q} \cdot Bl^2 d$

$\frac{\tau^2 d^2 q}{2B^2 l(\ldots + \frac{\tau d}{2})} = \frac{\tau d}{B^2}$

$\frac{\text{кл} \cdot \text{м} \cdot A^2}{\text{м}^3 \cdot H^2} = 2B$

$= \frac{A^2 \cdot c^2}{H \cdot \text{м}}$

$= \frac{\text{Кл}^2}{Дж} = \frac{\text{Кл}}{В} = Ф$



$p \cdot \pi R^2 + 2\pi R\sigma = p_0 \cdot \pi R^2$

$p + \rho g h = p_0$

$\rho g h \cdot \pi R^2 = 2\pi R\sigma$

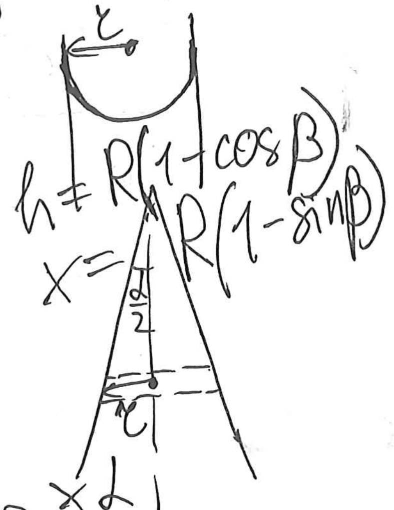
$\rho_2 g h_2 = \frac{2\sigma_2}{R_2}$

$\rho g h_1 = \frac{2\sigma_1}{R_1}$

$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\rho_2 h_2}{\rho_1 h_1}$

$h_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{\sigma_2}{\sigma_1} h_1 = \frac{1}{8.2} \cdot 4 h_1 = \frac{h_1}{2}$

$\sigma\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right) = \rho g h$



$h = R(1 - \cos\beta)$

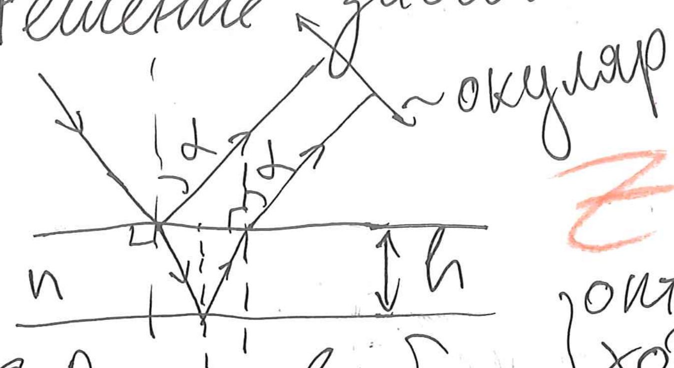
$x = R(1 - \sin\beta)$

$r = x \cdot tg\frac{\alpha}{2} \approx \frac{x\alpha}{2}$

Чистовик

дения минимума в оптической разности хода волн должно укладываться нечётное число длин полуволн если свет не отражался предварительно на каких-либо поверхностях или является „проходящим" и чётное число длин полуволн, если свет является отражённым.

Решение задачи:



как известно в случае отражения в прозрачной плёнке оптическая разность хода равна: Откуда?

$\delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$

Пусть в δ укладывается m длин полуволн: $\delta = m\frac{\lambda}{2}$ тогда период изменения интенсивности будет соответствовать изменению m на 2: $m_2 = m_1 - 2$.

$h_1 - h_2 = \vartheta T$ где ϑ - искомая скорость испарения масляной плёнки.

$$\begin{cases} 2h_1 \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = m_1\frac{\lambda}{2} \\ 2h_2 \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = m_2\frac{\lambda}{2} \\ m_1 - 2 = m_2 \\ h_1 - h_2 = \vartheta T \end{cases}$$

$2(h_1 - h_2)\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = 2 \cdot \frac{\lambda}{2} = \lambda$

$2\vartheta T = \frac{\lambda}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$; $\boxed{\vartheta = \frac{\lambda}{2T\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}}$

24-57-80-64 (113.2)

Чистовик

$$J = \frac{500\cdot 10^{-9}}{2\cdot 15\cdot 60\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \sin^2 60^\circ}}\left(\frac{м}{с}\right) =$$

$$= \frac{500\cdot 10^{-9}}{30\cdot 60}\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{5}{18}\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot 10^{-9}\left(\frac{м}{с}\right) =$$

$$= \frac{5\sqrt{6}}{54}\left(\frac{нм}{с}\right)$$

Ответ: скорость испарения масляной плёнки равна $\frac{5\sqrt{6}}{54}\left(\frac{нм}{с}\right)$.

Задание 3.

Ответ на вопрос:

Выберем контур проходящий через дугу 1-2 и вольтметр и с площадью

$$S_{12} = \frac{\pi R^2}{2\pi}\cdot\alpha = \frac{\alpha R^2}{2}$$

Тогда будет верно: $\varphi_1 - \varphi_2 - \mathcal{E}_{i12} = IR_{12}$

$$\mathcal{E}_{i12} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -\beta S_{12}$$

$R_{12} = \rho\cdot\frac{\alpha R}{S'}$ ρ – уд. сопротивление металла кольца, S' – площадь его поперечного сечения.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\alpha R\rho I}{S'} - \frac{\beta\alpha R^2}{2}$$

Для кольца целиком будет верно:

$$\begin{cases} -\mathcal{E}_i = I\rho\frac{2\pi R}{S'} \\ \mathcal{E}_i = -\beta\cdot\pi R^2 \end{cases} \quad \frac{\beta R}{2} = \frac{I\rho}{S'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\alpha\beta R^2}{2} - \frac{\alpha\beta R^2}{2} = 0$$

То есть показания вольтметра будут равны нулю.

Черновик

$$\frac{2}{x\alpha} + \frac{1}{R} = \frac{\rho g h}{\sigma}$$

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g\alpha}\cdot\frac{1}{x} + \frac{\sigma}{\rho g R}$$

$$x = R \qquad h = 0$$

$$\frac{2\sigma}{\rho g\alpha R} + \frac{\sigma}{\rho g R} = 0 \qquad \frac{\sigma}{\rho g}\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right)\frac{1}{R}$$

$$R = \frac{2\sigma}{\rho g\alpha x} + \frac{\sigma}{\rho g R} + x \pm \sqrt{\frac{4\sigma}{\rho g\alpha} + \frac{2\sigma x}{\rho g R}}$$

$$R^2 + h^2 + x^2 = 2Rh + 2Rx$$

$$\frac{1}{R} = \frac{\rho g h x}{\sigma x} - \frac{2\sigma}{x\alpha\rho g h}\cdot\frac{\rho g h}{\sigma x}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{\rho g h}{\sigma x}\left(x - \frac{2\sigma}{\alpha\rho g h}\right) \quad y$$

$$\frac{1}{R} = \frac{\rho g h}{\sigma} - \frac{2}{x\alpha} = \frac{\rho g h x\alpha - 2\sigma}{\sigma x\alpha}$$

$$\cancel{\frac{x^2\alpha^2\sigma^2}{\rho g h x}} \qquad \frac{2\sigma}{\alpha\rho g} = y \qquad \frac{2}{\alpha y}\cdot\frac{h}{x}(x - y)$$

$$\frac{y}{h} = $$

$$\frac{1}{R} = \frac{\rho g}{\sigma} - \frac{2}{\alpha y} = \frac{2}{\alpha y x}(x - y)\left(\frac{\alpha^2 y^2 x^2}{4(x-y)^2} + h^2 + x^2\right)$$

Черновик

$$\frac{2}{x\alpha}+\frac{1}{R}=\frac{\rho g h}{\sigma}$$

$$1+\frac{h^2}{R^2}+\frac{x^2}{R^2}=\frac{2h}{R}+2\frac{x}{R}$$

$$R^2+h^2+x^2=2Rh+2Rx$$

$$\frac{1}{R}=\frac{\rho g h}{\sigma}-\frac{2}{x\alpha}$$

$$1+\left(\frac{\rho g h}{\sigma}-\frac{2}{x\alpha}\right)^2(h^2+x^2)=(h+x)\cdot 2\left(\frac{\rho g h}{\sigma}-\frac{2}{x\alpha}\right)$$

$$1+\left(\left(\frac{\rho g h}{\sigma}\right)^2+\frac{4}{x^2\alpha^2}-\frac{4\rho g h}{\alpha\sigma x}\right)(h^2+x^2)=\frac{2\rho g h^2}{\sigma}+\frac{2\rho g h x}{\sigma}-\frac{2h}{x\alpha}-\frac{2}{\alpha}$$

$$1+\left(\frac{\rho g}{\sigma}\right)^2 h^4+\cancel{\frac{4h^2}{\alpha^2 x^2}}-\frac{4\rho g h^3}{\alpha\sigma x}+\cancel{\left(\frac{\rho g}{\sigma}\right)^2 h^2 x^2}+\frac{4}{\alpha^2}-\frac{4\rho g h}{\alpha\sigma}x=\frac{2\rho g h^2}{\sigma}+\frac{2\rho g h x}{\sigma}-\frac{2h}{x\alpha}-\frac{2}{\alpha}$$

$$h=x=R\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\cancel{\frac{2}{x\alpha}}\quad \frac{1}{R}=\frac{\rho g x}{\sigma}-\frac{2}{x\alpha}=\left(x^2-\frac{2\sigma}{\rho g\alpha}\right)\cdot\frac{\rho g}{\sigma x}\approx\frac{\rho g x}{\sigma}$$

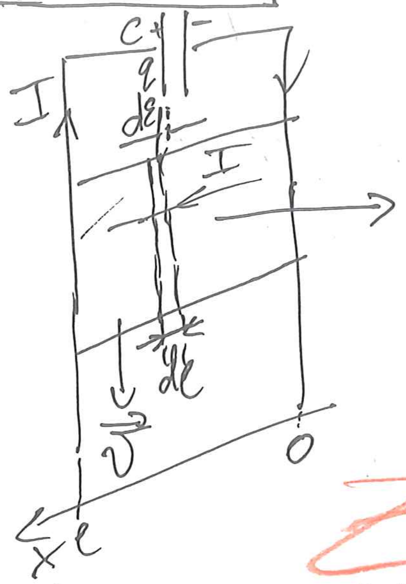
$$\frac{1}{R}\approx\frac{\rho g}{\sigma}R\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$R=\sqrt{\frac{\sigma\sqrt{2}}{\rho g(\sqrt{2}-1)}}$$

$$h=\frac{2\sigma}{\rho g\alpha x}+\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}\rho g}}$$

24-57-80-64 (113.2)

Чистовик | Решение задачи:



Разобьём колонку на полосы dl. В каждой из них будет возникать ЭДС индукции: $d\mathcal{E}_i = vBdl$, а сопротивление каждой будет:

$$dR=\rho\frac{dl}{l\cdot d}$$

Просуммируем по Ox и получим:

$$\mathcal{E}_i=vBl$$

$$R=\frac{\rho}{d}$$

$$\mathcal{E}_i=\frac{q}{C}+IR$$

~~Для~~ На каждый проводник dl будет действовать сила dF_A (Ампера) вертикально вверх и равная $dF_A=IBdl$. Просуммируем и получим $F_A=IBl$

II з-н Ньютона на OY:

$$mg-F_A=ma$$

$$m=\tau l^2 d$$

$$vBl=\frac{q}{C}+I\frac{\rho}{d}\quad(1)$$

$$g\tau l^2 d-IBl=\tau l^2 d a\quad(2)$$

$$(3)\quad I=\frac{\tau l d g}{2B}=const$$

продифференцируем по времени (1)

$$Bl\cdot\frac{dv}{dt}=\frac{1}{C}\frac{dq}{dt}+0$$

$$\boxed{CBla=I}$$

Из (2) и (3): $a=\frac{g\tau l d-IB}{\tau l d}=g-\frac{g}{2}=\frac{g}{2}$

$$\frac{CBlg}{2}=\frac{\tau l d g}{2B}\qquad\boxed{C=\frac{\tau d}{B^2}}$$

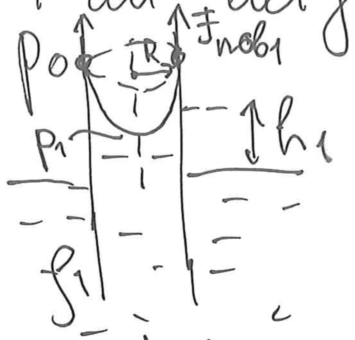
Чистовик

Ответ: ёмкость конденсатора $C = \frac{\tau d}{B^2}$; заслонка будет двигаться вниз с постоянным ускорением, равным $\frac{g}{2}$.

[Задание 2]

Ответ на вопрос:

1-ая ситуация (угол смачивания $\to 0°$):



$$\begin{cases} F_{пов1} + p_1 S = p_0 S \\ p_1 + \rho_1 g h_1 = p_0 \\ F_{пов1} = \sigma_1 \cdot 2\pi R \\ S = \pi R^2 \end{cases}$$

$$2\pi R \sigma_1 = \rho_1 g h_1 \pi R^2 \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \frac{2\sigma_1}{R}$$

2-ая ситуация (угол смачивания $\to 180°$):

$$\begin{cases} F_{пов2} + p_0 S = p_2 S \\ p_0 + \rho_2 g h_2 = p_2 \\ F_{пов2} = \sigma_2 \cdot 2\pi R \\ S = \pi R^2 \end{cases}$$

$$\rho_2 g h_2 = \frac{2\sigma_2}{R}$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} = 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

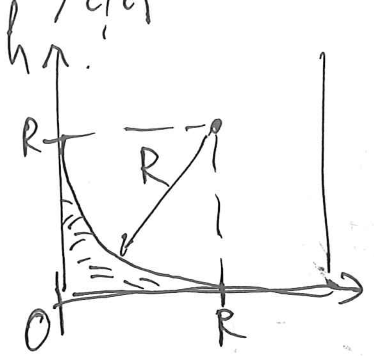
$$h_2 = \frac{h_1}{2} = 2 \text{ мм}$$

То есть ~~жид~~ уровень жидкости в капилляре будет на 2 мм ниже ~~уров~~ чем в остальной части сосуда.

Чистовик | Решение задачи: как известно избыточное давление определяется ~~при угле смачивания $\to 0°$~~ как $\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)$, где r и R – радиусы кривизны поверхности в двух взаимно перпендикулярных плоскостях.

С другой стороны $\Delta p = \rho g h$

$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{r}{x}$ α – малый $\Rightarrow$ $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$



$r \approx \frac{x\alpha}{2}$; R – радиус дуги окружности, указанной в условии

$$\rho g h = \sigma\left(\frac{2}{x\alpha} + \frac{1}{R}\right)$$

при $x \to 0$: $h \to \infty$, то есть на самом деле $h(x=0) = R$

Возьмём точку $x_0 = h_0 = R(1 - \cos 45°) = R\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$$\rho g x_0 = \frac{2\sigma}{x_0\alpha} + \frac{\sigma}{R}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{\rho g x_0}{\sigma} - \frac{2a}{x_0\alpha} = \left(x_0^2 - \frac{2\sigma}{\rho g \alpha}\right) \cdot \frac{\rho g}{\sigma x_0}$$

$$x \gg \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho g \alpha}} \Rightarrow x^2 \gg \frac{2\sigma}{\rho g \alpha} \Rightarrow \frac{1}{R} \approx \frac{\rho g x_0}{\sigma}$$

$$\frac{\sigma}{\rho g} = R^2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow R \approx \sqrt{\frac{\sigma\sqrt{2}}{\rho g(\sqrt{2}-1)}}$$

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g \alpha} \cdot \frac{1}{x} + \frac{\sigma}{\rho g} \sqrt{\frac{\rho g(\sqrt{2}-1)}{\sigma\sqrt{2}}} = \frac{2\sigma}{\rho g \alpha x} + \sqrt{\frac{\sigma(\sqrt{2}-1)}{\rho g \sqrt{2}}}$$

Ответ: $h(x) = \frac{2\sigma}{\rho g \alpha} \cdot \frac{1}{x} + \sqrt{\frac{\sigma(\sqrt{2}-1)}{\rho g \sqrt{2}}}$ – зависимость высоты подъёма жидкости от расстояния x от ребра двугранного угла.