0 330691 800000

33-06-91-80
(113.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 4

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы горы!
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Арутюняна Григория Армановича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Сдал 15:57, [illegible]

Дата
«4» апреля 2025 года

Подпись участника

33-06-91-80
(113.2)

1	2	3	4	Σ
5	5	5	5	
20	20	20	20	100

(сто)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

Задание 3:

Ответ на вопрос: При изменении магнитного потока через кольцо, возникает индукционный ток. Закон циркуляции вектора вихревого эл. поля:

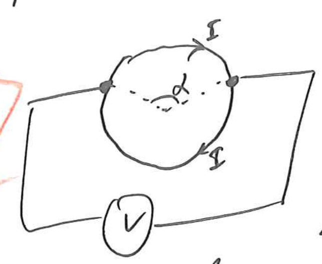
$$\oint E\,dl = -\left|\frac{dB}{dt}\right|\cdot S \qquad E\cdot 2\pi R = -\beta\cdot\pi R^2 \rightarrow E = -\frac{\beta R}{2}$$

Пусть λ - удельное линейное сопротивление кольца λ, тогда $I = \frac{E\cdot 2\pi R}{\lambda\cdot 2\pi R} = \frac{E}{\lambda}$

Рассмотрим подключение вольтметра:

$$E\cdot R\alpha = U_V + I\cdot R\alpha\lambda$$

сопротивление дуги кольца с углом α



$$E R\alpha - \frac{E}{\lambda}R\alpha\lambda = U_V = 0\,В$$

Таким образом, независимо от подключения вольтметр будет ~~ку~~ показывать 0В.

Решение задачи: $\mathcal{E}_i = Bvl$ - эдс индукции, которая возникает в заслонке

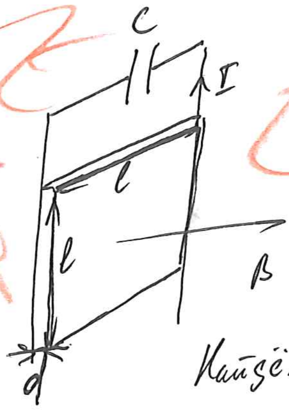
q - заряд конденсатора, C - ёмкость конденсатора

$S = l\cdot d$

$$\mathcal{E}_i = \frac{q}{C} + I\cdot\rho\frac{l}{S} = \frac{q}{C} + I\rho\frac{l}{ld}$$

$$\mathcal{E}_i = \frac{q}{C} + \frac{I\rho}{d}$$

, продифференцируем по времени полученное выражение, не забывая, что $I = const = \frac{\tau l d}{2B}g$



$$B\underbrace{\frac{dv}{dt}}_{a}\cdot l = \underbrace{\frac{dq}{dt}}_{I}\cdot\frac{1}{C}$$

$$Bal = \frac{I}{C} \quad (1)$$

Найдём ускорение заслонки:

Разобъём заслонку на множество тонких участков высотой dx, такие участки можно представить как провод. Через каждый такой провод течёт ток $I' = I\frac{l\,dx}{l^2} = I\frac{dx}{l}$

На каждый провод действует сила Ампера со стороны магнитного поля: $\int_0 dF_A = BI'l = Bl\cdot I\frac{dx}{l} = \int_0^l BI\,dx = BIl$

2й закон Ньютона для заслонки:

$$-F_A + mg = ma, \quad m = l^2 d\cdot\tau$$

$$-BIl + \tau l^2 d g = \tau l^2 d a \rightarrow a = -\frac{BIl}{l^2 d\tau} + g \quad (2)$$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Подставим (2) в (1): **Чистовик**

$$\frac{I}{c} = Bl\left(-\frac{BI}{ld\tau} + g\right)$$, подставим значение I

$$\frac{1}{c} \cdot \frac{\tau l d g}{2B} = -\frac{B^2}{d \cdot \tau} \frac{\tau l d}{2B} g + Blg = Blg - \frac{Blg}{2} = \frac{Blg}{2}$$

Тогда $\boxed{C = \frac{\tau d}{B^2}}$ ✓

Найдём закон движения заслонки

из (2) следует, что $a = const$

Пусть в начальной момент координата верхнего края заслонки 0 (координату заслонки будет отмечать по координате верхнего края), тогда

$$x = \frac{at^2}{2}$$ ← время от начала движения

↑ координата

$$a = g - \frac{BI}{ld\tau} = g - \frac{Bld\tau g}{2Bld\tau} = \frac{g}{2}$$

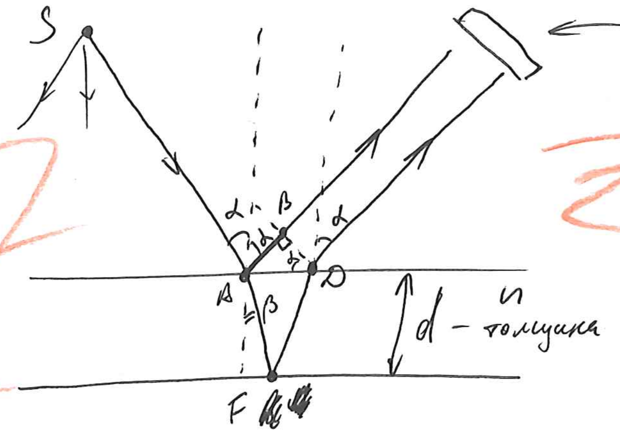
$$x(t) = \frac{gt^2}{4}$$

Ответ: $C = \frac{\tau d}{B^2}$; $x(t) = \frac{gt^2}{4}$ ✓

Задание 4

Ответ на вопрос: Чтобы в некоторой точке экрана наблюдать минимум интерференц. картины, световые волны должны быть когерентны (одинаковой частоты (что выполняется по условию) и с постоянной во времени разностью фаз) также разность фаз должна быть кратна нечётному числу половин длины волны. ($(2n+1)\frac{\lambda}{2}$).

Решение задачи: Происходит интерференция в тонких плёнках.



$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ по закону преломления

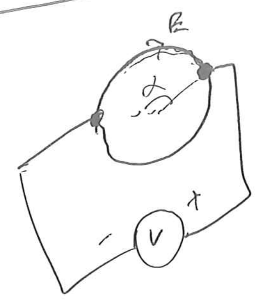
Черновик

$E \cdot dl = \Phi$

$B\,dl = \beta \cdot \frac{\pi R^2}{2}$

$E = \frac{\beta \pi R^2}{2\pi R}$

$E = \frac{\beta R}{2}$



$E \cdot R\alpha = U_0 + I\, \lambda R\alpha$

$E R(2\pi - \alpha) = -U_0 + I\lambda R(2\pi - \alpha)$

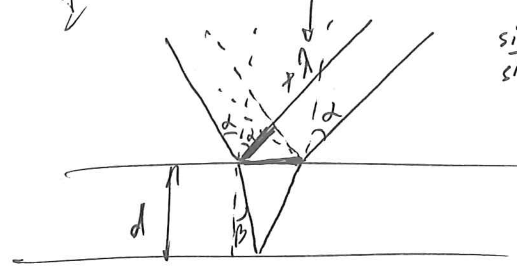
$E\, 2\pi R = I\, \lambda\, 2\pi R$

$I = \frac{E}{\lambda}$

$\mathcal{E}_i = Bvl$

$I = \frac{q}{t}$

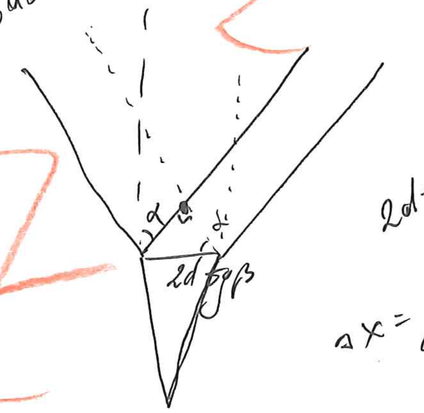
$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$



$x_1 = \frac{2d}{\cos\beta}$

225 − 75 = 150

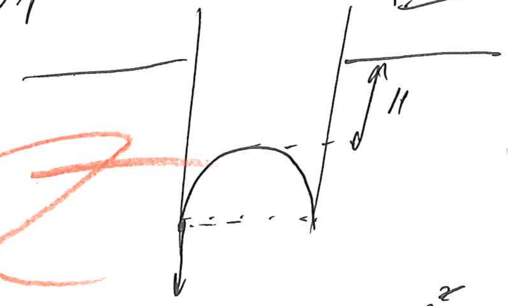
$x_2 =$



$2d\,\mathrm{tg}\beta \sin\lambda$

$2d\,\mathrm{tg}\beta \sin\lambda - \lambda$

$\Delta x = \frac{2dn}{\cos\beta} - 2d\,\mathrm{tg}\beta \sin\lambda - \lambda$



$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = (m+1)\lambda$

$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\lambda} = m\lambda$

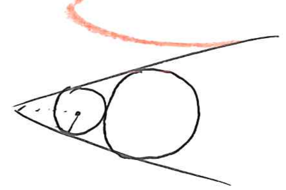
$\sigma \frac{2}{R} = \rho g H$

$H = \frac{2\sigma}{\rho g R}$

$2\pi R\sigma = \rho g H \cdot \pi R^2$

$\frac{2\sigma}{R \rho g} H$

$h = \frac{2\sigma}{\rho g \frac{x}{2}} = \frac{4\sigma}{\rho g x}$



Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

33-06-91-80
(113.2)

Ход волны, которая отразилась от масла: Чистовик

$X_1 = AB + \lambda/2$ ← т.к. произошло отражение от оптически более плотной среды.

$$\begin{cases} \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} \\ 1-\cos^2\beta = \left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)^2 \end{cases}$$

Ход волны, прошедшей через масло:

$X_2 = (AF + FD)\cdot n$

$$\Delta X = \frac{2dn}{\cos\beta} - 2d\,tg\beta\cdot\sin\alpha - \lambda$$

$$\cos\beta = \sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}{n}$$

$X_1 = 2d\cdot tg\beta\cdot\sin\alpha + \lambda/2$

$X_2 = \frac{2d}{\cos\beta}\cdot n$

$$tg\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\sin\alpha\; n}{n\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}$$

$$\Delta X = \frac{2dn^2}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}} - \frac{2d\sin^2\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}} - \lambda = 2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} - \lambda/2 \quad +$$

Условие интерференц. максимума: $\Delta X = m\cdot\lambda$, $m\in Z$

$$2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} - \lambda = m\lambda \rightarrow 2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} = (m+1)\lambda$$

За один период интерференционная картинка смещается на 1 порядок интерференции.

$d\downarrow$, зн $(m+1)\downarrow$

$$2d_0\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} = (m+1)\lambda$$
$$2d'\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} = (m-1+1)\lambda$$

$$2\Delta d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} = \lambda$$

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}$$

$$v = \frac{\Delta d}{T} = \frac{\lambda}{2T\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}} \quad +$$

$$v = \frac{500\cdot10^{-9}\,м}{2\cdot(15\cdot60)с\,\sqrt{2,25-0,75}} = \frac{500\cdot10^{-9}\,м}{18\cdot100\,с\cdot\sqrt{1,5}} = \frac{5\sqrt{1,5}\cdot10^{-9}}{18\cdot1,5}\,\frac{м}{с} = \frac{\sqrt{1,5}\cdot10^{-5}}{54}\,\frac{мм}{с}$$

Ответ: $v = \frac{\sqrt{1,5}}{54}\cdot10^{-5}\,\frac{мм}{с}$ +

Задание 1

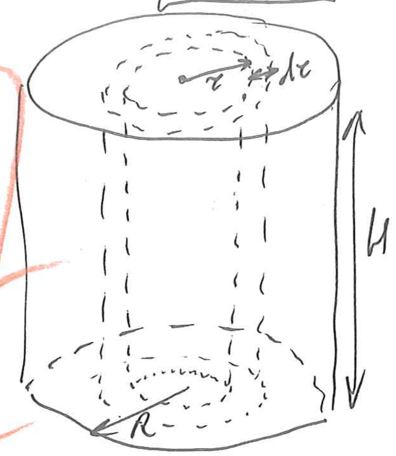
Ответ на вопрос: При скатывании потенциальная энергия переходит в кинетическую энергию движения центра масс цилиндра и энергию вращения вокруг центра масс:

$$MgH = \frac{Mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \quad +$$

где J - момент инерции цилиндра, ω - угловая скорость

Рассчитаем момент инерции однородного цилиндра относительно оси симметрии:

Чистовик



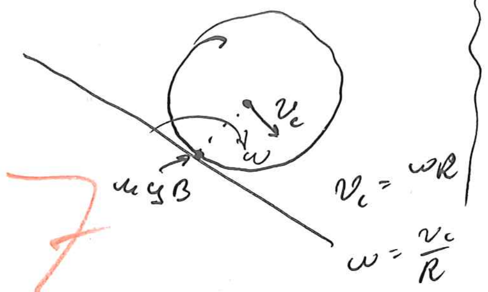
Пусть плотность цилиндра ρ.

$dm = 2\pi r\, dr\, H \rho$; $M = \pi R^2 H \rho$

$$\int_0^J dJ = \int_0^R 2\pi r\, dr\, H\rho\, r^2 = 2\pi H\rho \left.\frac{r^4}{4}\right|_0^R =$$

$$= \frac{\pi H \rho R^4}{2} = \frac{\pi R^2 H \rho\, R^2}{2} = \frac{MR^2}{2}$$

При движении без проскальзывания точка касания – мгновенный центр вращения, тогда скорость центра в любой момент ωR



$v_c = \omega R$

$\omega = \frac{v_c}{R}$

Вернёмся к ЗСЭ:

$$MgH = \frac{Mv^2}{2} + \frac{MR^2}{4} \cdot \frac{v^2}{R^2}$$

$$MgH = \frac{3}{4}Mv^2 \rightarrow v = 2\sqrt{\frac{gH}{3}}$$

Ответ: $v = 2\sqrt{\frac{gH}{3}}$

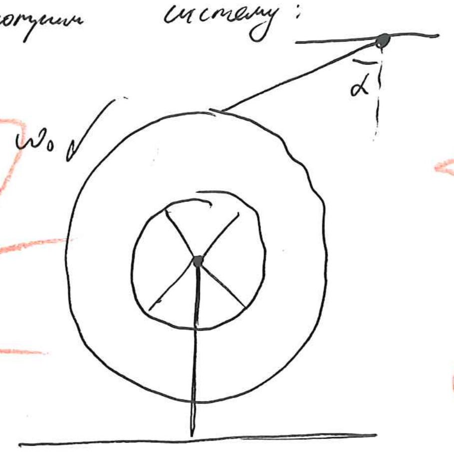
Решение задачи:

Момент инерции полого цилиндра с внешним радиусом R и внутренним радиусом $\frac{R}{2}$:

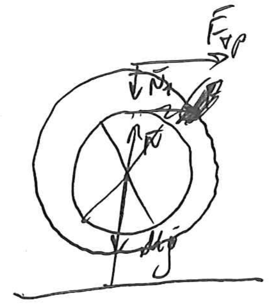
$$J = \int_0^J dJ = \int_{\frac{R}{2}}^R 2\pi H\rho\, r^3 dr = 2\pi H\rho\left(\frac{R^4}{4} - \frac{R^4}{4 \cdot 16}\right) = \frac{\pi H\rho \cdot 15R^4}{32} = \frac{\frac{3}{4}\pi H\rho R^2 \cdot 5R^2}{8} = \frac{5MR^2}{8}$$

$$M = \left(\pi R^2 - \pi \frac{R^2}{4}\right)H\rho = \frac{3}{4}\pi H\rho R^2$$

Рассмотрим систему:



Силы действующие на цилиндр:



ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Лапласово давление: $p_1 = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ т.к. в одной из плоскостей мы считаем поверхность плоской, то $R_2 \to \infty$, з.к. $p_1 = \frac{\sigma}{R_1}$

$R_1 = x \cdot tg\frac{\alpha}{2} \approx x\frac{\alpha}{2}$ из условия малости угла α

$\boxed{p_1 = \rho g h}$ — условие равновесия участка жидкости
h - высота над уровнем остальной жидкости в резервуаре

$\frac{2\sigma}{x\alpha} = \rho g h \to \boxed{h = \frac{2\sigma}{\rho g x \alpha}}$ Чистовик

Ответ: $h(x) = \frac{2\sigma}{\rho g \alpha x}$

33-06-91-80
(113.2)

Чистовик

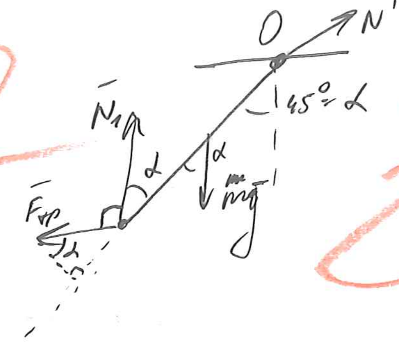
Рассмотрим основное уравнение вращательного движения относительно центра цилиндра:

$R\mu N_1 = J\varepsilon = J\frac{d\omega}{dt}$ (1), т.к. $\mu N_1 R = const$, то и $\frac{d\omega}{dt} = const$

$\boxed{65 \cdot 2\pi = \frac{\omega_0^2}{2\varepsilon}}$ $\omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2} = 65 \cdot 2\pi$ ← условие остановки цилиндра после 65 оборотов

Это ~~аналогично~~ $s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a}$

Рассмотрим силы действующие на стержень:



Рассмотрим правило моментов отн т. O: стержень в равновесии, зн $\Sigma M_i = 0$

$N_1 \sin\alpha \cdot l + N_1\mu\cos\alpha\, l - mg\sin\alpha\frac{l}{2} = 0$

$N_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = mg\frac{\sin\alpha}{2}$

Для упрощения дальнейших расчётов используем

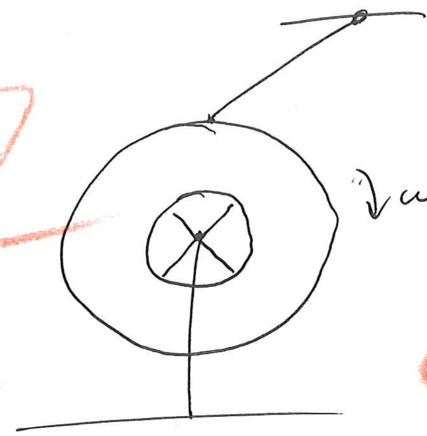
$\sin\alpha = \sin 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$N_1(1+\mu) = \frac{mg}{2} \to N_1 = \frac{mg}{2(1+\mu)}$

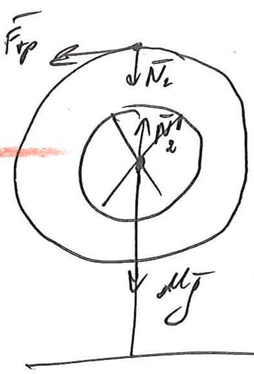
Подставим в (1): $R\mu\frac{mg}{2(1+\mu)} = \frac{5MR^2}{8}\cdot\varepsilon$

$\varepsilon = \frac{R\mu mg \cdot 8}{2(1+\mu)\cdot 5MR^2} = \frac{4}{5}\cdot\frac{\mu}{1+\mu}\cdot\frac{m}{M}\cdot\frac{g}{R}$ (2)

Рассмотрим ситуацию с вращением цилиндра в обратную сторону:



силы действующие на цилиндр

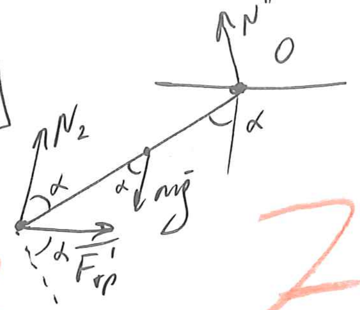


Основное уравнение вращательного движения относительно центра цилиндра:

$R\mu N_2 = J\cdot\varepsilon_2$ (3) ; до остановки пусть n оборотов $n \cdot 2\pi = \frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_2}$ (4)

Рассмотрим силы, действующие на стержень в этой ситуации:

Чистовик



Рассмотрим правило моментов отн т. O: стержень в равновесии, зн.

$$\Sigma M = 0$$

$$N_2 \sin\alpha \cdot l - mg\frac{l}{2}\sin\alpha - \mu N_2 \cos\alpha\, l = 0$$

$$N_2 \sin\alpha - \mu N_2 \cos\alpha = mg\frac{\sin\alpha}{2}$$

снова воспользуемся тем, что $\sin\alpha = \sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$N_2(1-\mu) = \frac{mg}{2} \rightarrow N_2 = \frac{mg}{2(1-\mu)}$$, подставим в (3)

$$R\mu\frac{mg}{2(1-\mu)} = \frac{5MR^2}{8}\cdot\varepsilon_2 \rightarrow \varepsilon_2 = \frac{R\mu mg\cdot 8}{2(1-\mu)5MR^2}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{4}{5}\cdot\frac{\mu}{1-\mu}\cdot\frac{m}{M}\cdot\frac{g}{R}$$

$$\left.\begin{aligned} 65\cdot 2\pi &= \frac{\omega_0^2}{2\varepsilon} \\ n\cdot 2\pi &= \frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_1}\end{aligned}\right\} \quad \frac{n}{65} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = \frac{\mu}{1+\mu}\cdot\frac{1-\mu}{\mu} = \frac{1-\mu}{1+\mu}$$

$$n = 65\cdot\frac{1-\mu}{1+\mu} = 65\cdot\frac{1-0,3}{1+0,3} = 65\cdot\frac{7}{13} = 35$$

Ответ: 35 оборотов

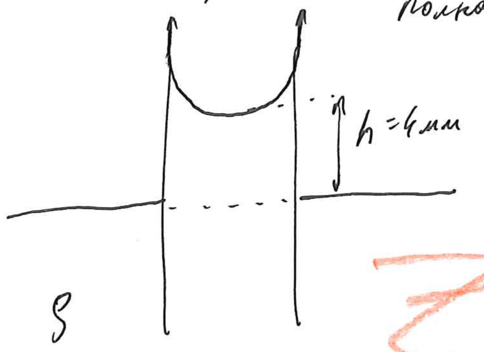
Задание 2

Ответ на вопрос:

Пусть σ - у первой жидкости, тогда 4σ - коэф. пов. натяжения второй жидкости

Рассмотрим капилляр в первом резервуаре: полное смачивание, зн. $\theta = 0^\circ$

Пусть ρ - плотность первой жидкости, 8ρ - плотность второй жидкости



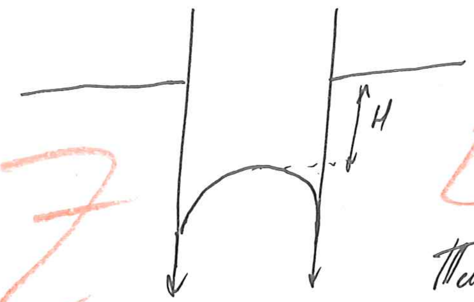
Условие равновесия жидкости в капилляре, которая выше остальной жидкости в сосуде:

$$2\pi R\sigma - \pi R^2\rho h g = 0 \rightarrow h = \frac{2\sigma}{\rho g R} \rightarrow \frac{\sigma}{\rho g R} = \frac{h}{2}$$

сила пов. натяжения; сила тяжести, действующая на эту часть жидкости

Чистовик

Рассмотрим капилляр во втором резервуаре: Т.к. жидкость не смачивает стекло ($\theta = 180^\circ$), то будет наблюдаться такая картина:



Условие равновесия:

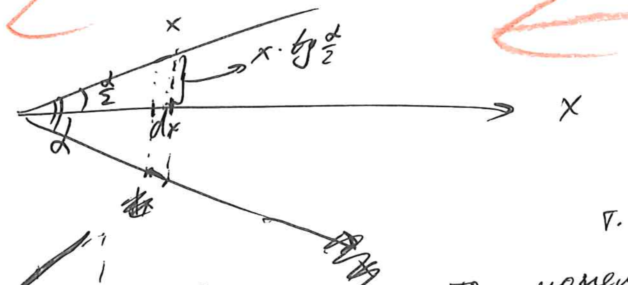
$$2\pi R\cdot(4\sigma) = \pi R^2(8\rho)gH$$

$$H = \frac{2(4\sigma)}{8\rho g R} = \frac{\sigma}{\rho g R} = \frac{h}{2} = 2мм$$

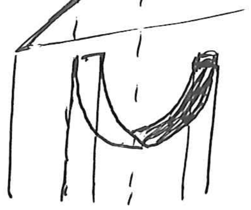
Таким образом, во втором резервуаре уровень жидкости в капилляре будет на 2 мм ниже, чем в остальной части резервуара.

Решение задачи: ~~Уровень жидкости в двугранном~~

Рассмотрим бесконечно маленький участок dx по оси X. ~~одного из ребер двугранного угла~~:



в плоскости, перпендикулярной оси X этот участок - дуга окружности (по условию), а т.к. участок очень тонкий, то можем считать его плоским в другой плоскости:



поверхность участка dx сбоку