0 142898 860004

14-28-98-86

(113.4)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 04

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы горы!
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Тыванюка Михаила Констатиковича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

15:52 Сдал, Руденко

Дата

«4» апреля 2025 года

Подпись участника

14-28-98-86 (113.4)

В	1	2	3	4
	5	5	1	3
3	19	20	20	6

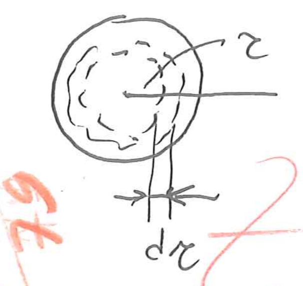
79

Чистовик

Задание 1

Вопрос:

Найдем момент инерции цилиндра (отн. оси), разбив его на маленькие полоски ~~тонк~~ очень малой толщины dr.



$$dI_k = \sigma\pi((r+dr)^2 - r^2)\cdot r^2 = \sigma\pi\cdot 2r\,dr\,r^2 = 2\pi\sigma r^3 dr,$$

– момент инерции тонкого полоска, где $\sigma \equiv \frac{m}{\pi R^2}$, m – масса цилиндра, R – его радиус.

$$I = \sum_k dI_k = \int_0^R 2\pi\sigma r^3 dr = \frac{2\pi m}{\pi R^2}\frac{R^4}{4} = \frac{mR^2}{2}$$

Если цилиндр покатился без проскальзывания, то $\omega R = v_0$ – скорость центра

ЗСЭ: $$mgh = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{mR^2}{2}\left(\frac{v_0^2}{R^2}\right)\frac{1}{2} = \frac{3}{4}mv_0^2$$

$\frac{v_0^2}{R^2} = \omega^2$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$$

т.к. кин. энергия вращ. движ. представлено в виде суперпозиции пост. и вращ. вокруг неё движ. тела в данном случае

Задача:

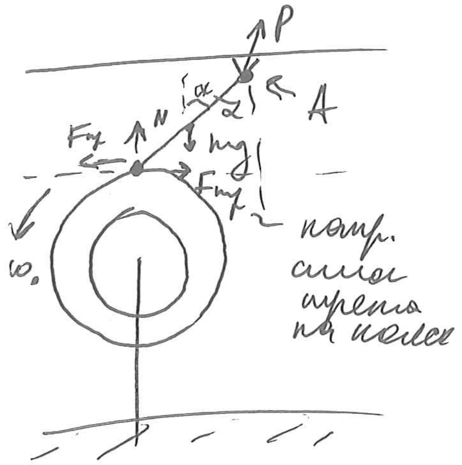
Можно посчитать момент инерции этого цилиндра, сказав, что это суперпозиция целого цилиндра и цилиндра радиуса $\frac{R}{2}$ с отр. плотностью ~~[illegible]~~

но можно и прямым интегрированием, аналогично вопросу: $I = \int_{R/2}^{R} 2\pi\sigma r^3 dr = 2\pi\sigma\frac{r^4}{4}\Big|_{R/2}^{R} =$

$= \frac{\pi\sigma}{2}\left(R^4 - \frac{R^4}{2^4}\right) = \frac{\pi\sigma}{32}15R^4$, где $\sigma = \frac{m}{\pi\left(R^2 - \frac{R^2}{4}\right)} =$

(Чистовик)

$= \frac{\cancel{M} \cdot 4}{3R^2} \Rightarrow I = \frac{\cancel{M}R^2 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{15}^{5}}{\cancel{32}_{8} \cdot \cancel{3}} = \frac{5}{8}\cancel{M}R^2$



Проскальзывание между стержнем и колесом есть $\Rightarrow F_{тр} = \mu N$

Стержень не вращ $\Rightarrow \Sigma \vec{M} = 0$

Запишем сумму моментов отн. т. A (отн оси, $\perp$ листу, проходящей через A)

I полож: $mg\frac{l}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} + \mu N l \frac{\sqrt{2}}{2} = N l \frac{\sqrt{2}}{2}$, где l – длина стержня

однородный

$\Downarrow$

$mg = 2N + 2\mu N \Rightarrow N = \frac{mg}{2(1+\mu)}$

II полож: $mg\frac{l}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = N_1 l \frac{\sqrt{2}}{2} + \mu N_1 \frac{l\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow N_1 = \frac{mg}{2(1+\mu)}$ (сила трения на палк $\uparrow\downarrow$ силе трения на колесо)

Тогда эл. работа сил трения $\delta A_{т} = \mu N R d\alpha$

угол поворот колеса

ЗСЭ:

$\frac{5}{8}MR^2\frac{\omega_0^2}{2} = \mu\frac{mg}{2(1+\mu)} 2\pi R \cdot 65$ (1)

$\frac{5}{8}MR^2\frac{\omega_0^2}{2} = \mu\frac{mg}{2(1+\mu)} 2\pi R \cdot x$ (2)

x – искомое кол-во об.

неверно

$\frac{(2)}{(1)}: 1 = \frac{x}{65}\frac{(1-\mu)}{(1+\mu)} \Rightarrow x = 65 \cdot \frac{1+\mu}{1+\mu} = 65\frac{\cancel{1{,}3}^{0{,}7}}{\cancel{0{,}7}_{1{,}3}} = \frac{65 \cdot \cancel{13}^{7}}{\cancel{7}\,13} = 35$

$\cancel{65}\frac{13}{5}$

Ответ: 35

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

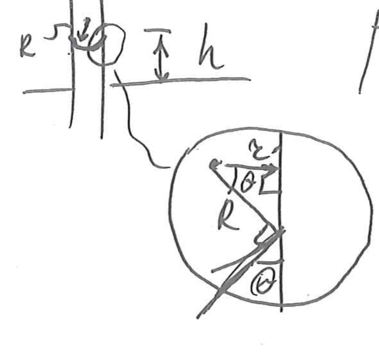
14-28-98-86
(113.4)

Задача 2

Чистовик

Вопрос

$\Delta h = 4$ мм



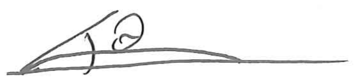
$\rho g h = 2\frac{\sigma}{R}$ — лапласово давление

↑ давление столба воды

$r = R\cos\Theta$

↑ угол смачивания

$\rho g h = 2\frac{\sigma}{r}$



почти полное смачиван → $\Theta \approx 0$

почти полностью не смачива → $\Theta \approx 180°$

В I случае

(считаем, что с пренебрежением мал, размер мениска << 4 мм)

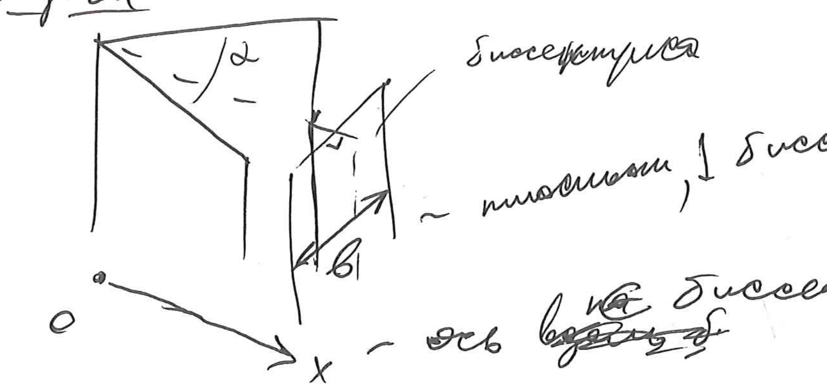
Во втором

$8\rho g\Delta h_1 = 2\cdot\frac{4\sigma}{r} \Rightarrow 2\rho g\Delta h_1 = 2\frac{\sigma}{r} = \rho g\Delta h$

$\Rightarrow \Delta h_1 = 2$ мм

Но важно отметить, что в этом случае уровень жидкости будет ниже, чем во всём сосуде.

Задача

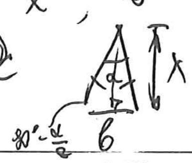


биссектриса

~ плоскости, ⊥ биссектрисе

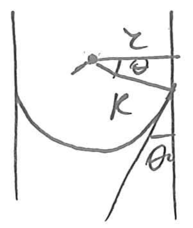
x — ось ~~вдоль~~ на биссектрисе, ⊥ ребру

На расстоянии x, b — расстояние между гранями угла



$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{b}{2\cdot x} \Rightarrow b = 2x\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$

Р/м такое сечение на (чистыми) расстоянии x.



$r = R\cos\theta = R$, где $r = \frac{b}{2}$

$\cos\theta$ по условию $= 1$ (полностью смачивает)

(*) $\rho g h(x) = \sigma \cdot \frac{2}{2x\, tg\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sigma}{x} ctg\frac{\alpha}{2} = \frac{2\sigma}{\alpha x}$

$h(x)$ – искомая высота

$\alpha \ll 1 \Rightarrow ctg\frac{\alpha}{2} \approx \frac{2}{\alpha}$ $\Rightarrow h(x) = \frac{2\sigma}{\alpha x \rho g}$

Почему в формуле (*) нет 2 в лапласовом давлении?

Потому что в формуле Лапласа

$\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y}\right)$, где x и y, перп. направ. в данном случае

R_x – радиус кривизны в пл-сти рисунка, а R_y – радиус кривизны в пл-сти, ⊥ плоск. рисунка (и содержащей ребро угла)

$R_y \to \infty$

Ответ: $h(x) = \frac{2\sigma}{\alpha x \rho g}$

Задача 3.

Вопрос:

$|B| = \beta t + B_0$

З. эл.-магн. индукции

$\cancel{\oint E\,dl} = \mathcal{E} = -\frac{\partial\left(\int B\,ds\right)}{\partial t} \equiv \Phi$ – поток через кольцо

ЭДС индукции

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик

Т.е. рассеянный свет подразумевает, что свет распространяется по всем направлениям одинаково, но интенсивность зависит от угла падения света, т.е. интенсивность будет больше всего, если луч падает прямо на датчик (угол падения = 0)

Естественно лучи направлены по-разному, но наибольший вклад в интенсивность дают именно прямые лучи, если ~~их~~ максимум их интерференции будет на датчике, а т.к. максимумы интенсив. каждые 15 мин, ~~то~~ максимум прямого луча на датчике каждые 15 мин.

(плоскопараллельная пластинка не меняет напр. хода луча)

2

Ответ: $\nu = \dfrac{\sqrt{6}\,\lambda}{9T} = \dfrac{\sqrt{6}\cdot 500\,\text{нм}}{9\cdot 15\cdot 60\,\text{с}} = \dfrac{\sqrt{6}\cdot 10^5}{54\cdot 3}\dfrac{\text{нм}}{\text{с}} = \dfrac{\sqrt{6}\cdot 5}{27\cdot 3}\dfrac{\text{нм}}{\text{с}} = \dfrac{5\sqrt{6}}{81}\dfrac{\text{нм}}{\text{с}}$

$27 \times 3 = 81$

Надо отметить, что наблюдать максимум будет нельзя, т.к. много разных волн будет отражено, скорее каждые 15 мин ~~датч~~ на датчике будет ярче всего, но ~~т~~ кружков ~~и~~ полос на нем не будет, как бывает от точечного источника.

Хотя луч отражённый от пленки сначала и прошедший через нее, а потом отражённый — два когерентных луча.

2

14-28-98-86
(113.4)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

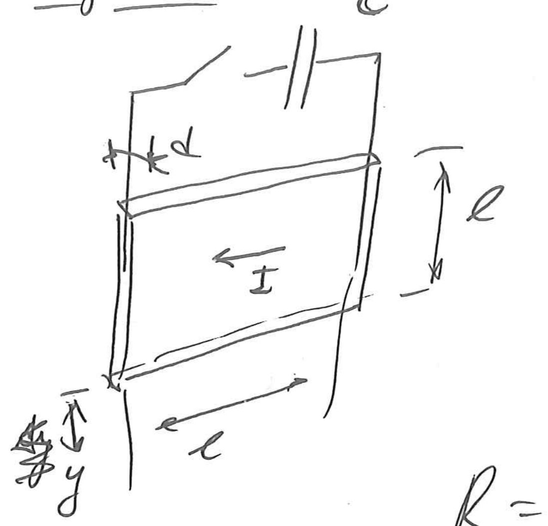
поле однородно $\Rightarrow \Phi = B\pi R^2$, $\pi R^2 = \text{const}$

$\Rightarrow \mathcal{E} = -\pi R^2 \dfrac{\partial B}{\partial t} = -\pi R^2 \beta$

3

А значит, показания вольтметра $\pm\pi R^2\beta$ (зависит от полярности подключения и напр. магн. поля)

Задача



$m = \tau l l d = \tau l^2 d$ — масса пластинки

ток через пластинку течёт сложным образом, но можно усреднить и считать направленным как на рис

$R = \dfrac{\rho l}{S} = \dfrac{\rho l}{l d} = \dfrac{\rho}{d}$

Пусть перемещение пластинки y, тогда

$\dfrac{\partial \Phi}{\partial t} = l B \dfrac{\partial y}{\partial t} = |\mathcal{E}| = \dfrac{q}{C}$ (1)

~~Продифференцируем ($I = \dot q$): $I = B$~~

$ClB \dfrac{\partial y}{\partial t} = q + IRC = q + \dot q RC \quad \Big| \dfrac{d}{dt}$

Продифференцируем по времени:

$ClB\ddot y = I + \dot I RC$

но по условию $I = \dfrac{\tau l d}{2B} g = \text{const} \Rightarrow \dot I = 0$

верно

$\Rightarrow \ddot y = \dfrac{I}{ClB} = \dfrac{\tau l d g}{2B\cdot ClB} = \dfrac{\tau d g}{2B^2 C} \Rightarrow \dot y(t) = \dfrac{\tau d g}{2B^2 C} t$

$I = \text{const} \Rightarrow q(t) = It + q_0$

$\dot y(0) = 0$, ситуация

Чистовик

~~Подставим в формулу (1):~~ $\cancel{lB \frac{\tau d g t}{2B^2 c} = \frac{\tau l d}{2Bc} g t + \frac{\rho}{d} \frac{\tau l \rho g}{2B}}$

~~$\frac{\tau l d g}{2BC} t = \frac{\tau l d g}{2B^2} t \quad v = \frac{\rho \tau l g}{2B^2}$~~

Подставим в (1): $lB \frac{\tau d g}{2B^2 c} t = \frac{\tau l d g}{2BC} t + \frac{q_0}{c} + \frac{\tau l d}{2B} g R$

$\Rightarrow -\frac{q_0}{C} = \frac{\tau l d g}{2B} \frac{\rho}{d} = \frac{\tau l \rho g}{2B}$

сила Ампера

II з.Н для пластины: $-IBl + mg = m\ddot{y}$

(на ось $\uparrow\uparrow \vec{g}$)

правило Ленца

$\tau l^2 d \cdot \frac{\tau d g}{2B^2 c} - \tau l d g = -\frac{\tau l d}{2B} g \cdot Bl$

$\frac{\tau d}{2B^2 c} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow C = \frac{\tau d}{B^2}$

~~$\frac{B^2 c}{\tau d} = 1$~~

$\ddot{y}(t) = \frac{\tau d g t}{2B^2 \cdot \frac{\tau d}{B^2}} = \frac{g}{2} t \Rightarrow y(t) = y_0 + \frac{g t^2}{4}$

Ответ: $\frac{\tau d}{B^2} = C$; $y(t) = y_0 + \frac{g t^2}{4}$

y – значение нач. координаты

Задача 4

Чистовик

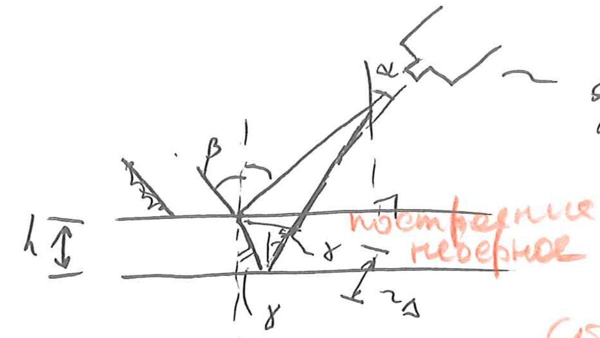
Вопрос: 1) тогда, чтобы волны были когерентны +

2) Разность хода (опт.) этих волн в этой точке равна полуцелому числу волн, т.е. $\frac{\lambda}{2} n$, где $n \in \mathbb{Z}$

(неверное утв. связь формулы и слов)

Задача:

$\alpha = \frac{\pi}{3}$



Р/м какой-то один луч, который попадает на датчик

(1б)+(2б) интерференция; указаны лучи,

3. Снеллиуса: $\sin\beta = n \sin\gamma$

Т.к. плёнка тонкая можно считать, что разность хода Δ = части луча в плёнке ?

(1б.) опт. разность хода

$n\frac{\Delta}{2} \cos\gamma = h \Rightarrow \Delta = \frac{2h}{\cos\gamma}$

~~Макс. угол отражения $\beta = \arcsin(\ldots)$~~

~~$\gamma_{max} = \arcsin\left(\frac{2}{3}\right)$~~

разность хода оптическая

$\Delta = \frac{2hn}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2\beta}{n^2}}} = \lambda k, \ k \in \mathbb{Z}$

в этом случае наблюдаем макс. интен. на датчике

Но максимальная интенсивность будет, если $\beta = \alpha$?

$h = \frac{\lambda k}{2n} \sqrt{1 - \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 9}} = \frac{\lambda k \sqrt{2} \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot 3}$

$\frac{vT}{\rho} = \lambda \sqrt{\frac{6}{9}} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{6}\lambda}{9T}$