



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 10

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы
наименование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

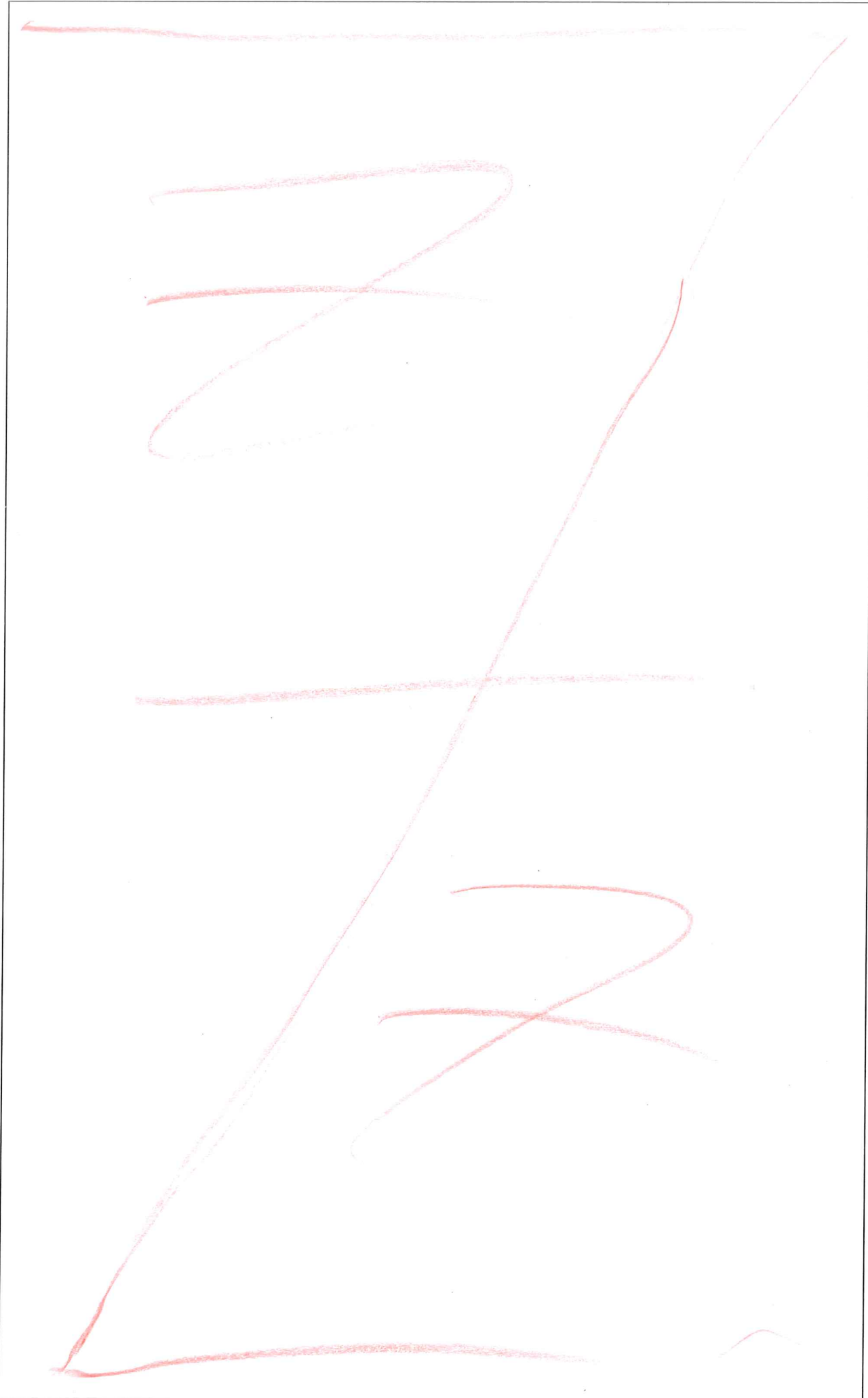
Бабушкина Улья Павловна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

« 4 » апреля 2025 года

Подпись участника

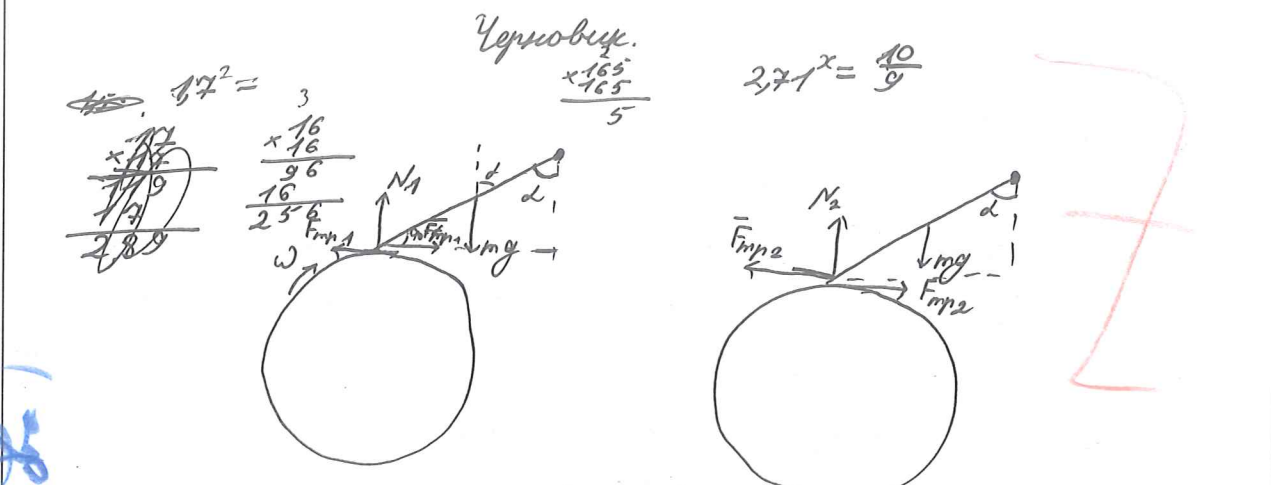
Григорьев



49-03-12-26
(114.1)

$\Sigma = 69$
(много cos)

N	1	2	3	4
7	2	2	2	5
3	17	11	8	20



$$mg \sin \alpha + N_1 \cdot 2 \sin \alpha = F_{mp1} \cdot 2 \cos \alpha$$

$$N_1 \cdot 2 \sin \alpha = F_{mp1} \cdot 2 \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$2N_1 \tan \alpha = 2\mu N_1 + mg \tan \alpha$$

$$N_1(2 \tan \alpha - 2\mu) = mg \tan \alpha$$

$$N_1 = \frac{mg \tan \alpha}{2 \tan \alpha - 2\mu}$$

$$N_2(2 \tan \alpha + 2\mu) = mg \tan \alpha$$

$$N_2 = \frac{mg \tan \alpha}{2 \tan \alpha + 2\mu}$$

$$\mu N_1 \cdot 2\pi R = \frac{M \omega^2 R^2}{2}$$

$$\mu N_2 \cdot 2\pi R = \frac{M \omega^2 R^2}{2}$$

$$E_1 = E_2$$

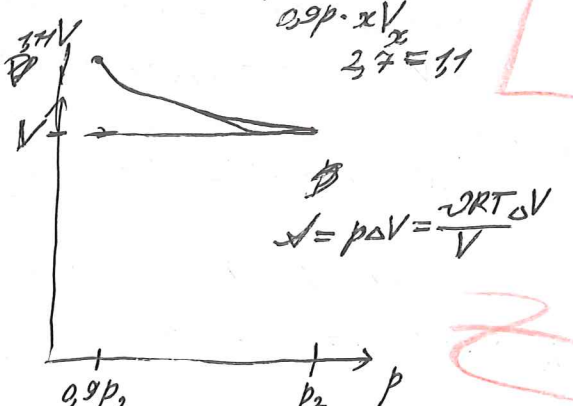
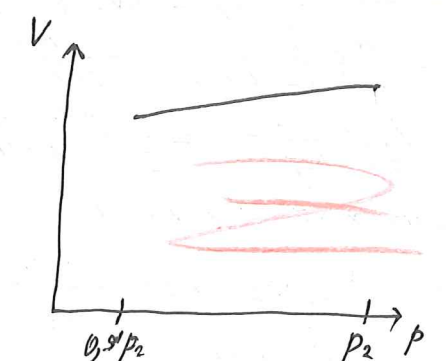
$$\mu N_1 \cdot n_1 \cdot 2\pi R = \mu N_2 \cdot n_2 \cdot 2\pi R$$

$$n_2 = \frac{N_1 n_1}{N_2} = n_1 \cdot \frac{2 \tan \alpha + 2\mu}{2 \tan \alpha - 2\mu} = 2n_1 \cdot \frac{\tan \alpha + \mu}{\tan \alpha - \mu}$$

$$n_2 = 2n_1 \cdot \frac{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}} = 2n_1 \cdot \frac{3+1}{3-1} = 4n_1 = 640$$

$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\cos 60 = \frac{1}{2}$
 $\tan 60 = \sqrt{3}$

$pV = \text{const}$
 $0,9p \cdot xV_x$
 $3,7 = 11$



$Q_{12} = 333 \text{ Дж}$ $A_{12} = 0$

$\Delta U_{12} = \nu RT_2 - \nu RT_1 = p_2 V - 0,9 p_2 V = 0,1 p_2 V$

$A = \nu RT_2 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = p_2 V \cdot \ln \frac{1}{0,9} = p_2 V \cdot \ln \frac{10}{9} \cdot p_2 V$

$Q_{23} = \ln \frac{10}{9} \cdot Q_{12} \approx \ln 1,11 \cdot Q_{12}$

Чистовик.

Задание 1.

Вопрос: Т.к. цилиндр движется без проскальзывания, то на него действует только сила реакции опоры наклонной и сила тяжести. Т.к. сила тяжести является потенциальной силой и её работа не зависит от траектории движения запишем ЗСЭ для начального и конечного моментов времени.

$$m g H = \frac{m v^2}{2} \quad v - \text{скорость оси} \quad g H = \frac{v^2}{2} \quad v = \sqrt{2 g H}$$

Ответ: $v = \sqrt{2 g H}$.

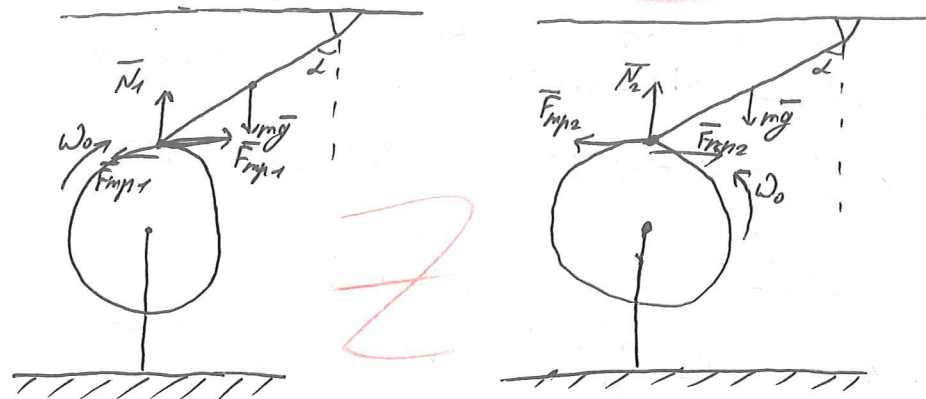
Задача.

Дано:

$$M, R, \omega_0, m, \alpha = 60^\circ, n_1 = 160$$

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$n_2 = ?$



1. Силы реакции опоры в обоих случаях направлены вертикально т.к. стержень лежит на верхней точке обода.

Т.к. стержень однородной сила тяжести, приложенная к нему находится в середине стержня

2. Запишем правило моментов для стержня в обоих случаях относительно точки подвеса.

$$\begin{cases} m g \sin \alpha \cdot l + F_{\text{тр}1} \cdot 2l \cos \alpha - N_1 \cdot 2l \sin \alpha = 0 \\ m g \sin \alpha \cdot l - N_2 \cdot 2l \sin \alpha - F_{\text{тр}2} \cdot 2l \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

Т.к. происходит торможение, то сила трения максимальна, т.е. $F_{\text{тр}1} = \mu N_1$, $F_{\text{тр}2} = \mu N_2$

$$\begin{cases} m g \sin \alpha \cdot l = 2 N_1 l \sin \alpha - 2 \mu N_1 l \cos \alpha \\ m g \sin \alpha \cdot l = 2 N_2 l \sin \alpha + 2 \mu N_2 l \cos \alpha \end{cases}$$

$$N_1 = \frac{m g \sin \alpha \cdot l}{2 l \sin \alpha - 2 \mu l \cos \alpha} = \frac{m g \sin \alpha}{2 \sin \alpha - 2 \mu \cos \alpha}$$

$$N_2 = \frac{m g \sin \alpha \cdot l}{2 l \sin \alpha + 2 \mu l \cos \alpha} = \frac{m g \sin \alpha}{2 \sin \alpha + 2 \mu \cos \alpha}$$

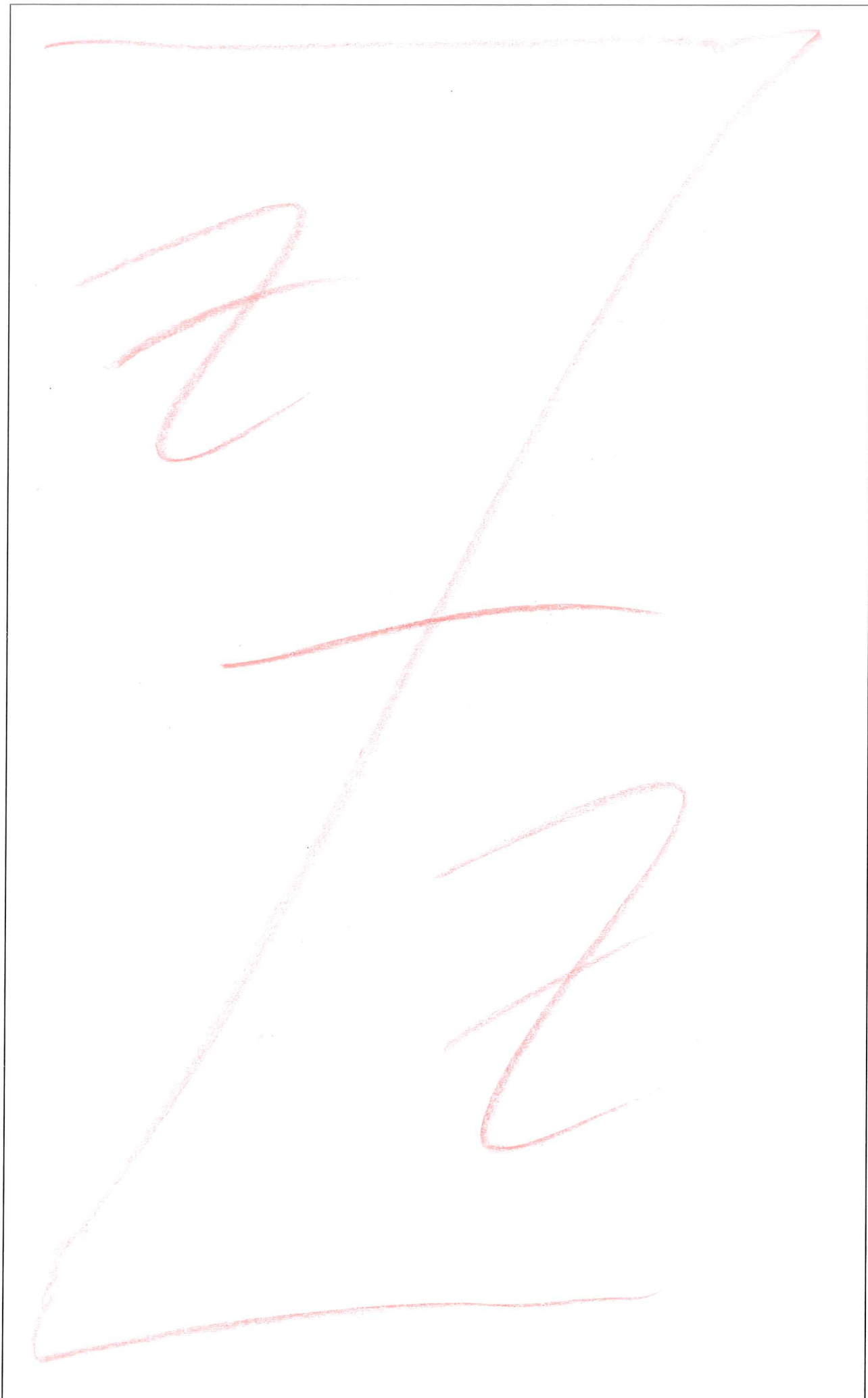
Работа сил трения в обоих случаях одинакова \Rightarrow

$$\Rightarrow F_{\text{тр}1} \cdot 2\pi R \cdot n_1 = F_{\text{тр}2} \cdot 2\pi R \cdot n_2 \quad F_{\text{тр}1} \cdot n_1 = F_{\text{тр}2} \cdot n_2 \quad n_2 = \frac{F_{\text{тр}1} \cdot n_1}{F_{\text{тр}2}}$$

$$n_2 = \frac{\mu N_1 n_1}{\mu N_2} = \frac{N_1 n_1}{N_2} = n_1 \cdot \frac{m g \sin \alpha}{2 \sin \alpha - 2 \mu \cos \alpha} \cdot \frac{2 \sin \alpha + 2 \mu \cos \alpha}{m g \sin \alpha} = 2 n_1 \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}$$

$$n_2 = 2 n_1 \cdot \frac{\tan \alpha + \mu}{\tan \alpha - \mu} \quad n_2 = 2 \cdot 160 \cdot \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}} = 320 \cdot \frac{3+1}{3-1} = 320 \cdot 2 = 640$$

Ответ: 640 оборотов.



49-03-12-26
(114.1)

Черновик

$\Delta = \ln \frac{10}{9} \cdot Q$

$\frac{Q_{12}}{\Delta} = \text{const} \quad \frac{Q_{12}}{\Delta} = \frac{Q_{12}'}{\Delta'} \quad \frac{t_2}{t_1} = n_1 \quad t_1 = 0,2$

$\frac{t_2'}{t_1'} = n_2 \quad t_2 = ?$

$\frac{20 \cdot 63}{56} = \frac{35 \cdot 63}{28} = \frac{5 \cdot 63}{4}$

$63 \cdot 1,25 = 78,75$

$63 + 15,75 = 78,75$

$\Delta_{34} = 0 \quad \Delta_{41} = p_4 V_4 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$

$\Delta_{23} = p_2 V_2 \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}$

$\Delta_{23} = -\nu R T_2 \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}$

$\Delta_{41} = -\nu R T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$

$\Delta U_{12} = V_2(p_2 - p_1) = -\nu R(T_2 - T_1)$

$\Delta U_{34} = -\nu R(T_1 - T_2)$

$\Delta U_{34} = -\nu R(T_1 - T_2)$

$\Delta U_{41} = -\nu R(T_1 - T_2)$

$Q_{12} = -\nu R(T_2 - T_1) P$

$Q_{23} = \Delta_{23} \quad Q_{34} = -\nu R(T_1 - T_2)$

$Q_{34} = \Delta_{41}$

$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \quad 169$

$\frac{\Delta_{23} + \Delta_{41}}{F} = \frac{b-a}{ab}$

$\Delta_{23} + \Delta_{41} = \frac{42 \cdot 85}{85} = 42$

$\frac{42}{7225} = \frac{1}{9056}$

60
 30
 1800

$\frac{2100}{210} = \frac{315}{36}$

2100

$1300 \cdot 85$

$15,6$

26
 84
 52
 9

$16,8$

$168 \cdot 5 = 840$

$84 \cdot 5 = 420$

$95 \cdot 2 + \frac{85 \cdot 70}{2} = 212,5$

$180 + 42,5 = 212,5$

$26 + 35 = 33,5$

$84 \cdot 2 + 42 = 168 + 42 = 210$

$3 \cdot 9 \cdot 4 = 21 \cdot 4 = 84$

$F = \frac{a}{b}$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$

$210 - 126 = 84$

$90 - 6 = 84$

$168 + 42 = 210$

Чистовик

Задача 4:

Вопрос: Сравните значения поперечного увеличения собирающей и рассеивающей линзы от расстояния до оптического центра линзы.
 Если расстояние $> 2F$ $\Gamma < 1$ - для собирающей

Для рассеивающей линзы Γ всегда положительный и меньше 1. Т.к. если источник находится на линзе, то $\Gamma = 1$ и это невозможно

Для собирающей линзы:

$\Gamma \leq -1$ если расстояние $\geq 2F$ между источником и линзой больше или равно $2F$.

$-1 < \Gamma \leq 0$ если между $2F$ и F .

В фокусе Γ бесконечное (не определено)

Если $\Gamma > 1$ если расстояние $< F$.

Итак мы получили, что для собирающей $\Gamma \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

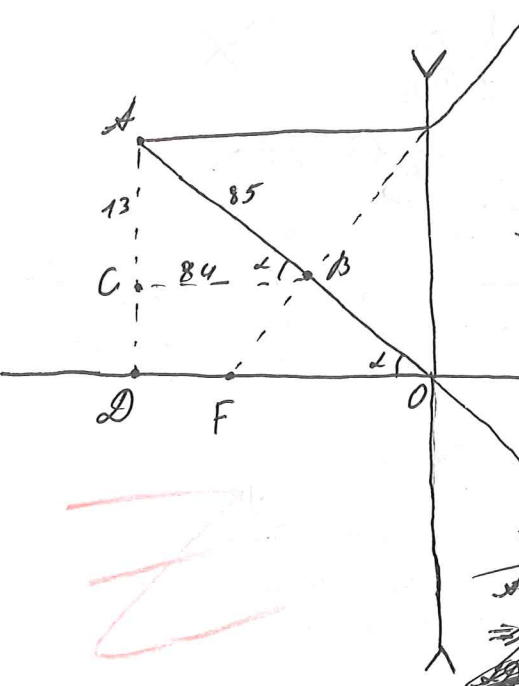
Для рассеивающей $\Gamma \in (0; 1)$ Проекции не пересекаются

Ответ: можно определить.

Задача.

Т.к. сказано, что отрезок, соединяющий центры шаров не пересекает линзу, то можно сказать, что изображение мнимое. Следовательно $\Gamma > 0$. Из условия найдём Γ . $\Gamma = \frac{12 \text{ см}}{20 \text{ см}} = 0,6$

$\Gamma < 1 \Rightarrow$ линза рассеивающая. (По вопросу)

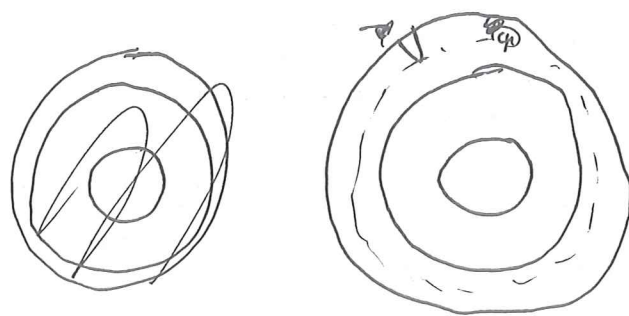


Размеры шариков и изображения пренебрежимо малы по сравнению с расстояниями так что считаем их за материальные точки.
 $AC = AB \cdot \sin \alpha = 13 \text{ см}$
 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 84 \text{ см}$

Поперечное увеличение также характеризует отношение расстояний от источника и изображения до линзы $\Rightarrow CD = 0,6 AD$
 $\Rightarrow AD = 0,6 AD$
 $\Rightarrow AD = 20 \text{ см}$
 $\Rightarrow CD = 0,6 \cdot 20 = 12 \text{ см}$
 $BC = 84 \text{ см}$



Черновик



$$\varphi_{\text{max}} = \varphi_{\text{min}} = \frac{kq}{R_3 \epsilon}$$

$$\varphi_{\text{min}} = \frac{kq}{r \epsilon}$$

$$\varphi_{\text{cp}} = \frac{kq}{2\epsilon} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{r} \right)$$

$$\varphi = \frac{kq}{2} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{r} \right)$$

$$\varphi_0 = 120^\circ = \frac{kq}{R_1}$$

$kq = \frac{\varphi_0 R_1}{1}$

РБ

49-03-12-26
(114.1)

Чистовик

$$AD = \frac{10}{4} \cdot AC = 33,5 \text{ см}$$

$$OD = 2,5 BC = 210 \text{ см}$$

$$\Gamma = \frac{b}{a} \quad \alpha = OD = 210 \text{ см}$$

$$b = -a\Gamma = 210 \text{ см} \cdot 0,6 = 126 \text{ см}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad F = \frac{ab}{a+b} = \frac{210 \cdot 126}{210+126} = \frac{26380}{336} \approx 78,5 \text{ см}$$

Ответ: 78,5 см

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} \quad \text{т.к. изображение мнимое}$$

$$-\frac{1}{F} = \frac{\beta - \alpha}{\alpha\beta} \quad -F = \frac{\alpha\beta}{\beta - \alpha} \quad F = \frac{210 \cdot 126}{-(126 + 210)} = \frac{210 \cdot 126}{-336} = -78,5 \text{ см}$$

Фокус находится на расстоянии 78,5 см от линзы.

Ответ: 78,5 см

Задача 2.

Вопрос: $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$

$\Delta U_{12} = \nu R T_2 - \nu R T_1 = p_2 V_2 - 0,9 p_2 V_2 = 0,1 p_2 V_2$

$Q_{12} = 0,1 p_2 V_2$

$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23}$ $\Delta U_{23} = 0$ т.к. $T = \text{const}$

Найдём работу изотермического процесса:

$$\Delta A = p \Delta V = \frac{\nu R T}{V} \cdot \Delta V = \nu R T \cdot \frac{\Delta V}{V}$$

$$A_{23} = \int_{V_2}^{V_3} \Delta A = \int_{V_2}^{V_3} \nu R T_2 \cdot \frac{\Delta V}{V} = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2}$$

$p_2 V_2 = 0,9 p_2 V_3 \quad V_3 = \frac{1}{0,9} V_2$

$$A_{23} = \nu R T_2 \cdot \ln \frac{1}{0,9} = p_2 V_2 \cdot \ln \frac{1}{0,9} = 10 Q_{12} \cdot \ln \frac{10}{9}$$

$$Q_{23} = 10 Q_{12} \cdot \ln \frac{10}{9} = 3930 \text{ Дж} \cdot \ln \frac{10}{9} \approx 333 \text{ Дж}$$

Задача.

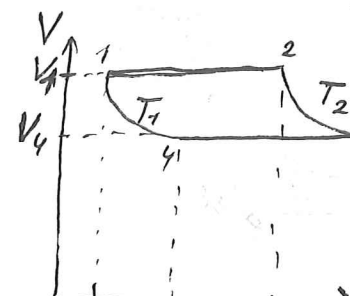
Дано:

$Q_{12} = k \cdot A$

$n_1 = 15$

$n_2 = 18$

$\eta_1 = 0,2$

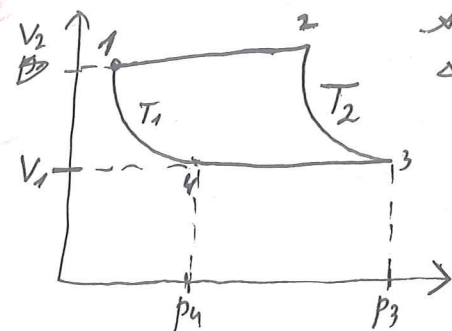


$\eta_2 = ?$

$$\eta = \frac{A}{Q_{12} + Q_{41}} = \frac{A_{23} - A_{41}}{k(A_{23} - A_{41}) + A_{41}}$$

$$\eta = \frac{\nu R \ln \frac{V_4}{V_1} (T_2 + T_1)}{k \nu R \ln \frac{V_4}{V_1} (T_2 + T_1) + \nu R T_1 \ln \frac{V_4}{V_1}} = \frac{T_1 + T_2}{k T_1 + k T_2 + T_1}$$

Черновик



$\Delta u_{12} = 0$ $\Delta u_{23} = \nu R(T_2 - T_1)$
 $\Delta u_{34} = (\nu R T_1 - \nu R T_2)$
 $\nu R(T_2 - T_1) = k \cdot \Delta u_{34}$ $\Delta u_{41} = 0$
 $\Delta u_{12} = -\nu R(T_2 - T_1)$ $\Delta u_{34} = -\nu R(T_1 - T_2)$ $\Delta u_{23} = \Delta u_{41} = 0$

$z_1 = \frac{\Delta u}{\Delta u + \Delta u} = 0,2$

$\Delta u_{12} = -\nu R(T_2 - T_1)$ $\Delta u_{34} = -\nu R(T_1 - T_2)$ $\Delta u_{23} = \Delta u_{41} = 0$

$\Delta u = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$
 $\Delta u = p_2 V_2 - p_1 V_1$
 $\Delta u = \nu R(T_2 - T_1) - k \cdot \nu R(T_2 - T_1) = \nu R(T_2 - T_1) \cdot \frac{1-k}{1}$
 $z_2 = -\nu R$

$0,2 = \frac{2,5}{2,5k+1}$
 $0,5k + 0,2 = 2,5$
 $0,5k = 2,3$

$\frac{-\nu R(T_2 - T_1)}{k} = -\nu R T_2 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} - \nu R T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ $\frac{38}{38 \cdot 2,3 + 1} = \frac{38}{7,34}$

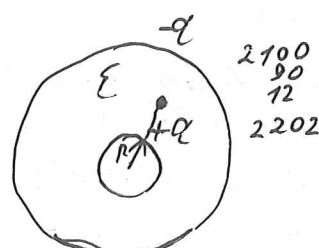
$\frac{T_2 - T_1}{k} = T_2 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} - T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$

$\frac{0,5 T_1}{k} = (T_2 - T_1) \left(\ln \frac{V_2}{V_1} \right)$

$\ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{k}$

$z_1 = \frac{\Delta u}{\Delta u + k \Delta u} = \frac{1}{1+k}$

$-\frac{kq}{2RE} + \frac{kq}{RE} = \frac{kq}{2RE}$



$\varphi_1 = \frac{kq}{15RE}$
 $\varphi_2 = \frac{-kq}{RE}$

2100
 90
 12
 2202
 $\times 23$
 74
 56
 534
 $2800 \mid 734$
 $2202 \mid 38$
 5980
 $120 \cdot 5 = 24$
 $\frac{10}{6} = \frac{5}{3} + 2$
 $\frac{14}{3}$

Чистовик

$z_1 = \frac{T_1 + n_1 T_1}{n_1 k T_1 + k T_1 T_1} = \frac{n_1 + 1}{(n_1 + 1)k + 1}$

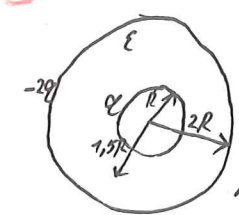
$z_1 n_1 k + z_1 k + z_1 = n_1 + 1$ $k(z_1 n_1 + z_1) = n_1 + 1 - z_1$
 $k = \frac{n_1 + 1 - z_1}{z_1 n_1 + z_1} = \frac{1,5 + 1 - 0,2}{0,2 \cdot 1,5 + 0,2} = \frac{2,3}{0,5} = 4,6$

$z_2 = \frac{T_1 + n_2 T_1}{(n_2 + 1)k + T_1} = \frac{n_2 + 1}{1 + (n_2 + 1) \cdot \frac{n_1 + 1 - z_1}{z_1 n_1 + z_1}} = \frac{(n_2 + 1)(z_1 n_1 + z_1)}{z_1 n_1 + z_1 + (n_2 + 1)(n_1 + 1 - z_1)} = 0,38$

Ответ: 0,38

Задача 3.

Вопрос.



Потенциал сферы с радиусом R на расстоянии 1,5R равен $\varphi_1 = \frac{kq}{1,5RE}$

Потенциал сферы с радиусом 2R на расстоянии 1,5R от центра равен $\varphi_2 = \frac{-kq}{RE}$

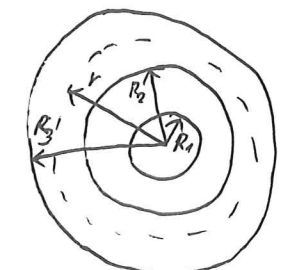
φ_2 одинаков для всех точек на расстоянии R до 2R от центра.

$\varphi_{общ} = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{2kq}{3RE} - \frac{kq}{RE} = -\frac{kq}{3RE}$

Ответ: $-\frac{kq}{3RE}$

Задача.

Дано:
 $R_1 = 20 \text{ см}$
 $\epsilon_0 = 120 \text{ В}$
 $\epsilon = 4$
 $R_2 = 40 \text{ см}$
 $R_3 = 60 \text{ см}$
 $r = 50 \text{ см}$
 $\Delta - ?$



$\varphi_0 = \frac{kq}{2\epsilon} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{r} \right)$ - средний потенциал участка до его переноса

$\varphi' = \frac{kq}{2} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{r} \right)$ - средний потенциал участка после переноса

$\Delta \varphi = \frac{kq}{2} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{r} \right) \left(\frac{1}{\epsilon} - 1 \right)$

$\frac{kq}{R_1} = \epsilon_0 \Rightarrow kq = \epsilon_0 R_1$

$\Delta \varphi = \frac{R_1 \epsilon_0}{2} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{r} \right) \left(\frac{1}{\epsilon} - 1 \right)$

$\Delta \varphi = \frac{0,2 \cdot 120 \text{ В}}{2} \cdot \left(\frac{1}{0,6 \text{ м}} + \frac{1}{0,5 \text{ м}} \right) \left(\frac{1}{4} - 1 \right) = 12 \cdot \left(2 + \frac{5}{3} \right) \cdot (-0,75) = -9 \cdot \frac{11}{3} = -33 \text{ В}$

Ответ: -33 В.

Насколько изменится ΔA ?