0 436116 780008

43-61-16-78
(144.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 4

Место проведения Пенза
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы!"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Романова Семёна Анатольевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«4» апреля 2025 года

Подпись участника

Черновик

1.

$\frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$

$J = \frac{mR^2}{3}$ $\rho = \frac{m}{\pi r^2}$

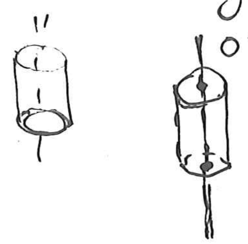
$J_y = \int_0^R dm\, r^2 = \dots$ $dm = \rho \cdot 2\pi r dr$

$\int_0^R \frac{m}{\pi R^2} \cdot 2\pi r \cdot r^2 dr = 2m \int_0^R r\, dr = 2m \cdot \frac{R^2}{2} = mR^2$

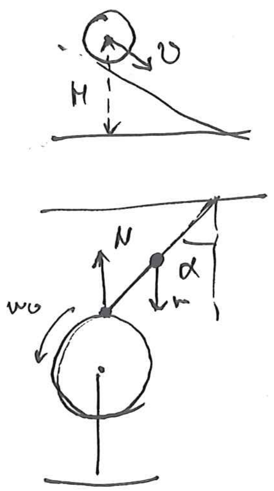
$\pi(r+dr)^2 - \pi r^2 = 2\pi r\, dr + \pi dr^2$

$\int_0^R \frac{m}{\pi R^2} \cdot 2\pi r^3 dr = \frac{2m}{\pi R^2} \cdot \frac{R^4}{4} = \frac{mR^2}{2}$

$J_y = \int_0^h dm \cdot \frac{R^2}{2} = \frac{mR^2}{h\, 2} \cdot \int_0^h dh =$



$\omega = \frac{\upsilon}{R}$ $mgH = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{\upsilon^2}{2R^2} =$



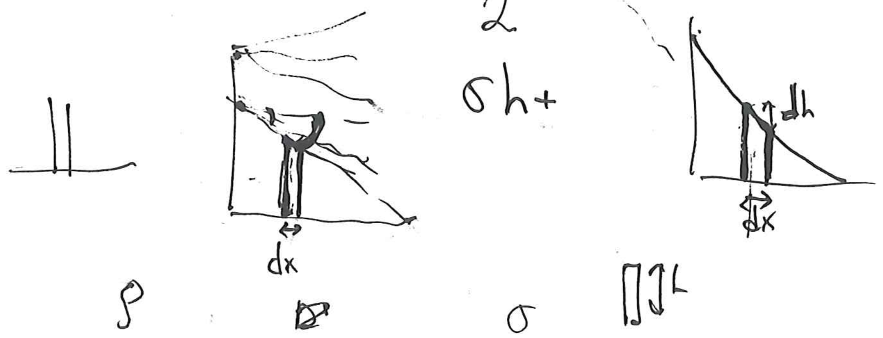
$\omega_2 = \omega_0 + \varepsilon_2 t \cdot R$

$\upsilon_2 = \upsilon_0 + a_\tau t.$

$S = 65 \cdot 2\pi R = \frac{\upsilon_0^2}{2a_\tau}$

2

$\sigma h +$



ρ σ

43-61-16-78 (144.2)

N	1	2	3	4
T	5	1	5	5
З	20	20	20	16

15

Чистовик

Задание 1.

Вопрос:

Т.к. цилиндр скатывается без проскальзывания => υ нижней точки $=0$ => $A_{тр}=0$, т.е. ЗСЭ: $П = K$

$П = mgH$, m – масса цилиндра

K по Т. Кёнига: $K = K_{ц.м} + K_{отн.ц.м} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$

$J = \frac{mR^2}{2}$, где R – радиус цилиндра.

Ку и т.к. без проскальзывания, то при переходе в СО ц.м видно, что $\omega = \frac{\upsilon}{R}$

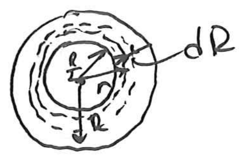
Имеем

$mgH = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{\upsilon^2}{2R^2}$

$gH = \frac{3\upsilon^2}{4} \Rightarrow \boxed{\upsilon = 2\sqrt{\frac{gH}{3}}}$ +

Задача:

Найти момент инерции нашего полого цилиндра J_0. Он нам пригодится. Понятно, что момент инерции цилиндра будет таким же, как и диска same сечения



$\sigma = \frac{M}{S}$ – плотность на ед. площади

$S = \pi R^2 - \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{3\pi R^2}{4}$

$\sigma = \frac{4M}{3\pi R^2}$

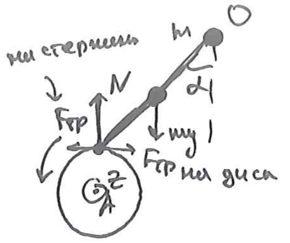
$J_к = dm\, r^2$ – момент инерции кольца

$dm = \sigma \cdot 2\pi r dr = \frac{4M}{3\pi R^2} \cdot 2\pi r dr = \frac{8M}{3R^2} r dr$

$J_0 = \int_{R/2}^{R} \frac{8M}{3R^2} \cdot r dr \cdot r^2 = \frac{8M}{3R^2} \int_{R/2}^{R} r^3 dr = \frac{8M}{3R^2} \cdot \frac{r^4}{4}\Big|_{R/2}^{R} =$

$= \frac{8M}{3R^2} \cdot \left(\frac{R^4}{4} - \frac{R^4}{4 \cdot 16}\right) = \frac{8M}{3R^2} \cdot \frac{15R^4}{4 \cdot 16} = \frac{5MR^2}{8}$

Разберемся, почему он тормозит. Чистовик



Т.к. стержень покоится (пусть его длина — L)

$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow mg\cdot\frac{\cancel{L}}{2}\sin\alpha = F_{тр}\cdot \cancel{L}\cdot\cos\alpha + N\cdot \cancel{L}\sin\alpha$$

$$\frac{mg}{2}\cdot\sin\alpha = N(\mu\cdot\cos\alpha+\sin\alpha)$$

$$N=\frac{mg\sin\alpha}{2(\mu\cdot\cos\alpha+\sin\alpha)}$$

По А $F_{тр}=\mu N = \dfrac{\mu mg \sin\alpha}{2(\mu\cdot\cos\alpha+\sin\alpha)}$

На диск

$$\vec{M}_A = J_0\vec{\varepsilon}$$

$$z:\ -F_{тр}\cdot R = \frac{5MR^2}{8}\cdot\varepsilon_z$$

$$-\frac{\mu mg\sin\alpha\cdot R}{2(\mu\cdot\cos\alpha+\sin\alpha)} = \frac{5MR^2}{8_4}\cdot\varepsilon_z$$

$$\varepsilon_z = -\frac{4\mu mg\sin\alpha}{5MR(\mu\cos\alpha+\sin\alpha)}$$

$$z:\ \omega_z=\omega_0+\varepsilon_z\cdot t$$

Можно провести аналогию с равноускоренным движением · домножив на R

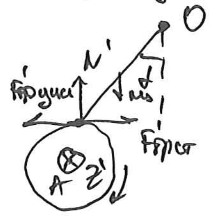
$v = v_0 + a_\tau t$, где v, v_0, a_z — все для полост-го крайней точки

Изда $S = 2\pi R\cdot 65 = \dfrac{v_0^2-\cancel{v_k^2}=0}{2|a_\tau|}$

$$130\pi R = \frac{\omega_0^2\cdot R^2}{2\cdot|\varepsilon_z| R}$$

$$260\pi|\varepsilon_z| = \omega_0^2$$

Теперь диск крутят в другую сторону



$$\sum M_0=0 \quad mg\frac{L}{2}\sin\alpha + \mu N\cdot L\cos\alpha = N\sin\alpha\, L$$

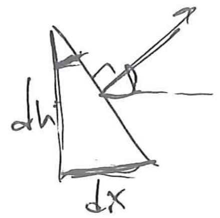
$$N=\frac{mg\sin\alpha}{2(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}$$

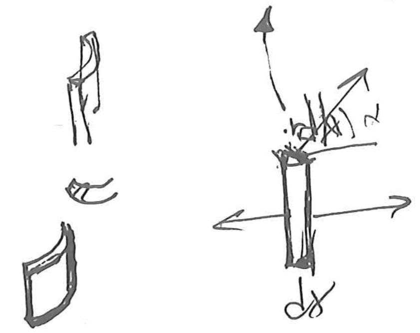
$$F_{тр}=\frac{\mu mg\sin\alpha}{2(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}$$

Черновик

$$\rho\cdot \cancel{\alpha x}\, dx\cdot h\cdot g\cdot\frac{h}{2} = \cancel{2\sigma}\cdot dx$$

$$h^2=\frac{4\sigma}{g\rho\alpha}$$





$$\frac{\alpha\rho g}{2}\cdot x\,dx = \frac{\dots}{2h}$$

$$\frac{1}{x^2} \ll \frac{\alpha\rho g}{2\sigma}$$

$$\cancel{\frac{3}{2}\cdot\frac{\sqrt3}{2}}=\sin\beta$$

$\sigma \quad \cancel{\sigma\cdot t}$

x^{-1}

$$x \gg \sqrt{\frac{2\sigma}{\alpha\rho g}} \qquad \frac{1}{x} \ll \sqrt{\frac{\alpha\rho g}{2\sigma}}$$

x

$$\int_0 \rho\alpha x\, h^2\frac{g}{2}\,dx \qquad 2\sigma\,dh = \alpha\rho g\, x h\, dx$$

$$\frac{dh}{h}$$

4

$$\frac{4}{x}\cdot d\cdot\sqrt2=1. \qquad d=$$

$h(0)=h_{max}$

$h(x)=0.$

$$2\sigma(h+dh)=2\sigma h+2\sigma l\cdot\frac{dh}{l}$$

$$2\sigma l\frac{dx}{l}=Dmg$$

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt3}{2}=\sin\beta \qquad \frac{1}{\sqrt3}=\sin\beta \qquad \cos\beta=\sqrt{1-\frac13}=\sqrt{\frac23}$$

$$\frac{\sigma\cdot\frac{H}{м}}{\frac{3}{1}\cdot d\sqrt2\cdot\frac12\cdot\frac{кг}{м^3}\cdot\frac{м}{c^2}} = \frac{\frac{кг\cdot м}{c^2}}{\frac{кг}{c^2}} = м$$

$$\mathrm{tg}\beta=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}=\frac{\sqrt{\frac23}}{\sqrt{\frac13}}=\sqrt2$$

Черновик

2X

$I = \frac{\varepsilon_i}{R}$

$\cancel{\varphi_1 - \varphi_1 = 0}$

$\frac{q}{C} = \alpha B \ell$

$\frac{I \cdot dt}{C} = \alpha B \ell$

$\varphi_1 - \varphi_2 = I \cdot R_{12}$

$\varphi_2 - \varphi_1 = I \cdot R_{21}$

$\frac{q}{C} = \dot{\alpha} B \ell \quad \frac{d}{dt}$

$\cancel{\frac{I \cdot dt}{C} = \alpha B \ell}$

$\frac{\frac{кг}{м^3} \cdot м}{\varphi_1^2}$

$\frac{I \cdot dt}{C} \qquad \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{d\alpha}{dt} B\ell$

$\frac{м}{с} \cdot Тл \cdot м = \frac{м^2}{с} Тл = В$

$\frac{I}{C} = \alpha B \ell$

$B = \frac{Тл \cdot м^2}{с}$

$\frac{\frac{кг}{м^2}}{\frac{B^2 \cdot c^2}{м^{4}}} = \frac{кг \cdot м^2}{B^2 \cdot c^2} = \frac{Н \cdot м}{B^2} = \frac{B}{м} \cdot Кл$

$C = \frac{q}{U} = \frac{Кл}{В} = \qquad F = Eq = Кл \cdot \frac{B}{м}$

$кг \cdot \frac{м}{с^2} =$

$E = 2E_0^2 + 2E_0 \cdot \cos(\omega_1 - \omega_2 + k\ell_1 - k\ell_2 + \Delta\varphi)$

$\frac{t}{2\pi} \qquad \frac{2\pi}{t}$

43-61-16-78 (144.2)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

$\vec{M}_A' = J \vec{\varepsilon}\,'$

$z': \quad -F_{тр} \cdot R = \frac{5mR^2}{8} \cdot \varepsilon_z'$

$-\frac{\mu m g \sin\alpha \cdot \cancel{R}}{\cancel{2}4(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = \frac{5mR^{\cancel{2}}}{\cancel{8}4} \cdot \varepsilon_z'$

$\varepsilon_z' = -\frac{4\mu m g \sin\alpha}{5mR(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$

Аналогично

$2\pi R \cdot N = \frac{v_0^2}{2|a_z|}$ N - кол-во оборотов

$2\pi \cancel{R} \cdot N = \frac{\omega_0^2 \cdot R^{\cancel{2}}}{2 \cdot |\varepsilon_z'| \cdot \cancel{R}}$

$4\pi |\varepsilon_z'| \cdot N = \omega_0^2 = 260\pi\, |\varepsilon_z|$

$\cancel{4\pi} \cdot \frac{\cancel{4\mu m g \sin\alpha} \cdot N}{\cancel{5mR}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = \overset{65}{\cancel{260\pi}} \cdot \frac{\cancel{4\mu m g \sin\alpha}}{\cancel{5mR}(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$

$N = 65 \cdot \frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}$ +

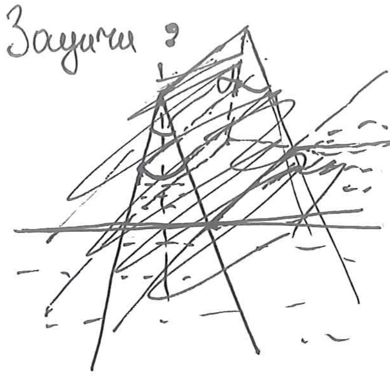
~~Т.к. $\sin\alpha = \cos\alpha =$~~ Т.к. $\sin\alpha = \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ +

$N = 65 \cdot \frac{1-\mu}{1+\mu} = \overset{50}{\cancel{65}} \cdot \frac{0{,}7}{\cancel{1{,}3}} = \boxed{35}$

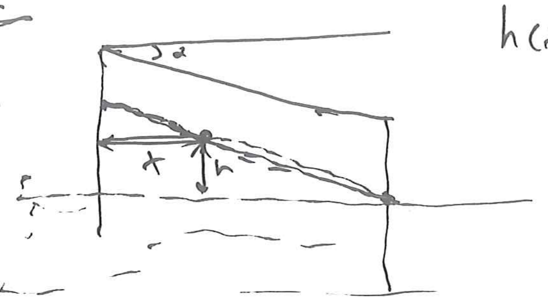
Задание 2

Вопрос: Так как в 2 раз опускают в жидкость, практически полностью не смачивающую поверхность, то жидкость [illegible] ~~не может~~ практически не будет подниматься по капилляру, т.к. она его не смачивает и ее грубо говоря не за [illegible], т.к. она его не смачивает. Т.е. уровень в 2 случае будет [illegible] и [illegible]. примерно? таким же, как и во всем резервуаре. −

Задача 9 Чистовик



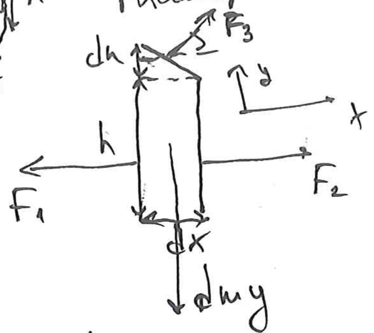
3D:



$h(x)$ — ?

Т.к. по усл. сечение поверхности жидкости плоскостью, $\perp$ бисс. угла, имеет форму дуги окружности. Возьмем произвольную часть жидкости вида она будет очень тонкая чтобы ей ~~h = const~~ $dh \ll h$

Рассмотрим его с любого бока



„2" потому что ее обоих сторон угла

$F_1 = 2\sigma(h+dh)$ $F_2 = 2\sigma h$

$F_3 = 2\sigma \cdot \sqrt{dh^2+dx^2}$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow 2\sigma(h+dh) = 2\sigma h + 2\sigma \cancel{\sqrt{dh^2+dx^2}} \cdot \frac{dh}{\cancel{\sqrt{dh^2+dx^2}}}$ — тождество

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 2\sigma \cancel{\sqrt{dh^2+dx^2}} \cdot \frac{dx}{\cancel{\sqrt{dh^2+dx^2}}} = dmg$

$$2\sigma dx = dmg$$

$$dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot \alpha x \cdot dx \cdot h$$

имеем

$$2\sigma \cancel{dx} = \rho \alpha x \cancel{dx} \cdot h \cdot g$$

$$\boxed{h = \frac{2\sigma}{x\alpha\rho g}} - h(x)$$

Понятно, что $x \neq 0$

ну и при $\lim_{x \to 0} h = \infty$, что и понятно, но, безусловно, нормально

Чистовик

$n \cdot \sin\beta = \sin\alpha$

$\frac{3}{2}\sin\beta = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \sin\beta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos\beta = \sqrt{\frac{2}{3}}$

$$tg\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$

$U_3 + \Rightarrow \Delta d = \frac{\lambda}{4\, tg\beta \cdot \cos\alpha}$

Ну а скорость испарения $U = \frac{\Delta d}{T}$

$$\boxed{U = \frac{\lambda}{4\, tg\beta \cdot \cos\alpha\, T}} = \frac{\lambda}{4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot T}$$

$$\boxed{U = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\, T}} = \frac{500 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{2} \cdot 15 \cdot 60} = \frac{5 \cdot 10^{-9}}{6\sqrt{2}} \frac{м}{с}$$

$\sqrt{2} \approx 1{,}41\ldots$

$U = \frac{5}{6\sqrt{2}} \frac{нм}{с} = \frac{5}{8{,}4} \frac{нм}{с}$

$50 : 84 = 0{,}595$

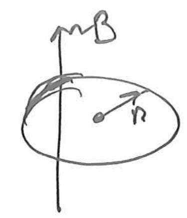
$U \approx 0{,}595 \frac{нм}{с} \approx 0{,}6 \frac{нм}{с}$

0,23

43-61-16-78
(144.2)

Задание 3 Чистовик

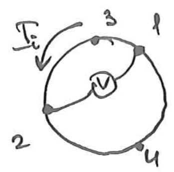
Вопрос:



$$|\varepsilon_i| = \frac{d\Phi}{dt} = S\frac{dB}{dt} = \beta S = \beta \cdot \pi R^2$$

Когда мы подключаем идеальный вольтметр к любым 2 точкам нашего кольца, он никак не меняет распределение тока.

$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R_0}$ как тек, так и будет течь, R_0 – сопр кольца



$\varphi_1 - \varphi_2 = I_i \cdot R_{132}$

$\varphi_2 - \varphi_1 = I_i \cdot R_{241}$

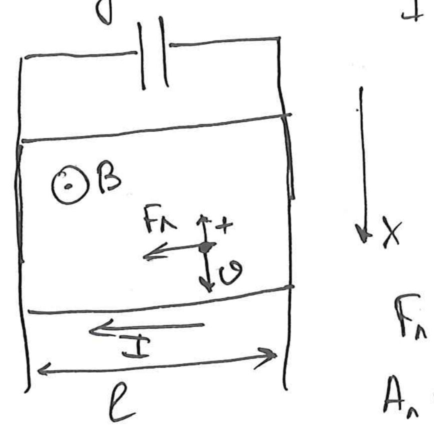
$\Rightarrow$ вольтметр ничего не покажет, т.е. какой-то сбой будет или просто 0.

+

Потому что невозможно однозначно определить разность потенциалов между 2 точками на окружности, по которой циркулирует $I_i = const$.

Задача:

$I = const = \frac{\tau l d}{2B} g$ $\quad C - ?\ x(t) - ?$



Когда заслонка начинает двигаться на заряды начинает действовать сила Лоренца и заряженные частицы начинают двигаться, т.е. появляется ток

$F_л = q\upsilon B$

$A_л = q\upsilon B \cdot l$

$U_з = \frac{A_л}{q} = \upsilon B l$

Т.к. течёт ток $\Rightarrow$ на заслонку действует сила Ампера $F_A = IBl$, которая причём – const

тогда $m\ddot{x} = mg - IBl$ $\quad m = \tau \cdot l^2 d$

т.е. $\tau l^2 d \cdot \ddot{x} = \tau l^2 d \cdot g - \frac{\tau l d}{2B} g \cdot B \cdot l$

$\ddot{x} = g - \frac{g}{2} = \frac{g}{2}$

т.е. $x(t) = \cancel{x_0} + \cancel{\upsilon_0 t} + a_x t^2 \cdot \frac{1}{2}$

о оси вводим в нач. полож. заслонки

$$\boxed{x(t) = \frac{g t^2}{4}}$$

Чистовик

В любой момент времени $U_C = U_3$

т.е. $\frac{q}{C} = \upsilon B\ell \;\Big|\; \frac{d}{dt}$

$$\frac{1}{C}\cdot \underbrace{\frac{dq}{dt}}_{I} = \underbrace{\frac{d\upsilon}{dt}}_{a} B\ell$$

$$\frac{I}{C} = aB\ell \qquad // \; a = \frac{g}{2} = const \text{ нашли ранее}$$

$$C = \frac{I}{aB\ell} = \frac{\frac{\tau \ell d}{2B}\cancel{g}}{\frac{\cancel{g}}{2}\cdot B\ell} \Rightarrow \boxed{C = \frac{\tau d}{B^2}}$$

Проверим размерность

$$\frac{\frac{кг}{м^3}\cdot м}{Тл^2} = \frac{\frac{кг}{м^2}}{\frac{B^2\cdot c^2}{м^4}} = \frac{кг\cdot\frac{м^2}{c^2}}{B^2} = \frac{Н\cdot м}{B^2} = \frac{\frac{B}{\cancel{м}}\cdot Кл\cdot \cancel{м}}{B^2} = \frac{Кл}{B} = Ф_p\left(\frac{q}{U}\right)$$, т.е. всё хорошо

$B = \frac{м^2\cdot Тл}{c} \Rightarrow Тл = \frac{B\cdot c}{м^2}$

$\mathcal{E} = -\frac{dФ}{dt}$

$Н = \frac{B}{м}\cdot Кл$

$F = Eq$

Задание 4

Вопрос: ~~Т~~ Суммарная интенсивность в любой точке от 2 волн, есть среднее значение векторной суммы напряженностей от падающих волн. Т.е. суммарная интенсивность принимает вид (с различностью всё ... не важно, зато понятно)

$$~~E_\Sigma =~~ \; E_\Sigma^2 = E_0^2 + E_0^2 \cos(\omega_1 - \omega_2 + k_1\ell_1 - k_2\ell_2 + \varphi_1 - \varphi_2)$$

Т.к. волны монохроматические $\omega_1 = \omega_2$, $\Delta\varphi$

чтобы наблюдался минимум $\cos(\dots) = 0$, т.е. ~~внутри~~ косинуса

$(2n-1)\cdot\frac{\pi}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$. Пусть $k_1 = k_2$

$-k\cdot\Delta\ell + \Delta\varphi = (2n-1)\frac{\pi}{2}$, где $\Delta\ell = \ell_2 - \ell_1$ — разность хода, а $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

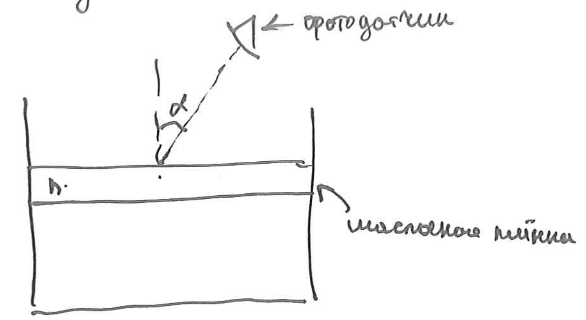
$\Delta\varphi = k\Delta\ell + (2n-1)\frac{\pi}{2}$ — разность фаз

Если не аналитическим языком говорить, то ~~надо чтобы~~ чтобы наблюдался минимум интерференционной картины. Надо, чтобы максимум одной волны совпал с минимумом другой и тогда при наложении они дадут минимум.

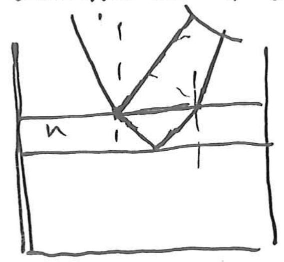
разность фаз должна быть равна нечётному числу π

Чистовик

Задача:



На поверхности плёнки луч частично отражается, а частично преломляется. Луч, который преломился ~~также частично~~ отражается уже на нижней пов-сти плёнки. Датчик фиксирует суммарную интенсивность от двух этих лучей.

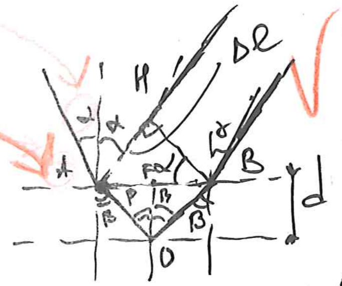


Т.к. волна одна и та же, просто „усилили“

$k_1 = k_2 = k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Что есть период. Это по сути время между последовательными фиксированиями минимумов или максимумов интерференции.

Пусть толщина плёнки была d, а через T — d'



~~sin~~ Закон Снелла:

$\sin\alpha = n\sin\beta$

$n\sin\beta = \sin\gamma$ $\Rightarrow \alpha = \gamma$

Т.е. они выходят 2 параллельных луча.

Найдем разность хода

~~$AB = 2AO\cdot\sin\beta + OB\cdot\sin\beta = 2AO\sin\beta$~~

~~$\Delta\ell = AB\cdot\cos\alpha = 2AO\sin\beta\cdot\cos\alpha$~~

~~AB =~~ $AF = FB$

$OF = d$

$\tg\beta = \frac{AF}{OF} = \frac{AF}{d} \Rightarrow AB = 2\cdot AF = 2\cdot d\,\tg\beta$

$\Delta\ell = AB\cdot\cos\alpha = 2d\,\tg\beta\cdot\cos\alpha$

соответственно, чтобы наблюдался минимум

$k\Delta\ell = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\dots$ — фазу „запустим“ на AB.

$$\left.\begin{aligned}\frac{2\pi}{\lambda}\cdot 2d'\tg\beta\cdot\cos\alpha &= \frac{\pi}{2}\\ \frac{2\pi}{\lambda}\cdot 2d\cdot\tg\beta\cdot\cos\alpha &= \frac{3\pi}{2}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{4\tg\beta\cos\alpha}{\lambda}\underbrace{(d-d')}_{\Delta d} = 1 \quad (*)$$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!