



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант _____

Место проведения КАЗАНЬ
город

дешевле

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "ПОКОРИ ВОРОБЬЁВЫ ГОРЫ"
название олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Нурланова Тагира Низовского

фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 час *S* *f-*
+1 час *S* *f-*

Дата

«06» апреля 202_ года

Подпись участника

Род

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чертёж95 (девятнадцать штук) Л.Н.

№4.

Заметим, что он $25 \text{ go } 3^3$ имеет члены $\sqrt[3]{n} = 3$.~~Заметим, что он имеет $n^{\frac{3}{2}} + go(n+1)^3$~~

Это есть число

Заметим, что число он x^3 и $go((x+1)^3 - 1)$ имеют
одинаковыи члены $\sqrt[3]{n^3} = x$.т.е. вспомни $g(x)$ то x и $x+1$ включены.Он x^3 и $go((x+1)^3 - 1)$ принадлежат множеству A .Заметим, что $x^3 : x ; ((x+1)^3 - 1) : x$ Тогда число или в промеж. Он x^3 и $go((x+1)^3 - 1)$ вкл

$$\text{и } x : \left[\frac{(x+1)^3 - 1 - x^3}{x} \right] + 1 = \frac{3x^2 + 3x}{x} + 1 = 3x + 4$$

Заметим, что $3^3 = 27$; а также $12^3 = 1728$; $13^3 = 2197$.Тогда числа принадлежащих множеству A на промеж. $[25; 2025]$,это все числа принадл. множеству A Он $25 \text{ go } 26$; он $3^3 \text{ go } 4^3$;он $4^3 \text{ go } 5^3$; ...; он $11^3 \text{ go } 12^3$ и он $12^3 \text{ go } 2025$.

$$26 \in A. \quad (25/2)$$

Из $3^3 \text{ go } 4^3$ какое число принадл. A : $3 \cdot 3 + 4$

$$\text{он } g(4^3 \text{ go } 5^3) : 3 \cdot 4 + 4.$$

$$\text{он } 11^3 \text{ go } 12^3 : 3 \cdot 11 + 4$$

$$\text{он } 12^3 \text{ go } 2025 : \left[\frac{2025}{12} \right]^{1/2} - \left[\frac{12^3 - 1}{12} \right]^{1/2}$$

$$= 168 - 143 = 25.$$

$$\text{В сумме получ. Чисел: } 1 + 3 \cdot (3+4+\dots+11) + 4 \cdot 49 + 25 = \\ = 1 + 3 \cdot 63 + 36 + 25 = 251.$$

19

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик.

$$\text{N}^3 \quad 2 \cdot \log_4^2(x+3) \cdot \log_3^2(x+8) \leq \log_3(x+3) \cdot \log_2(x+8) - 2.$$

$$\log_4^2(x+3) = \cancel{\frac{1}{2} \log_2^2\left(\frac{1}{2}\right)} \cdot \log_2^2(x+3)$$

$$\log_3^2(x+8) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \log_3^2(x+8)$$

$$\log_2^2(x+3) = \frac{\log_3^2(x+3)}{\log_3^2 2}$$

$$\log_3^2(x+8) = \frac{\log_2^2(x+8)}{\log_2^2 3}$$

Могут быть иные виды:

$$\frac{2}{16} \cdot \frac{\log_2^2(x+8) \cdot \log_3^2(x+3)}{\log_3^2 2 \cdot \log_2^2 3} \leq \log_3(x+3) \cdot \log_2(x+8) - 2$$

$$\text{N}^2 \cdot \text{Решение } \log_2(x+8) \cdot \log_3(x+3) = a$$

$$\text{Решение } (\log_3 2 \cdot \log_2 3 = 1)$$

$$\frac{a^2}{8} \leq a - 2$$

$$a^2 - 8a + 16 \leq 0$$

$$(a-4)^2 \leq 0$$

$$\text{Множество } a = 4$$

$$\log_2(x+8) \cdot \log_3(x+3) = 4$$

Заметим, что $f(x) = \log_2(x+8) \cdot \log_3(x+3) - 4$ —
функция.

Но. Поведение достаточно только при одном
же.

Могут быть значения, что при $x=1$:

$$\log_2(9) \cdot \log_3 4 = \log_2 4 \cdot \log_3 3 = 2^2 \cdot 2 = 4.$$

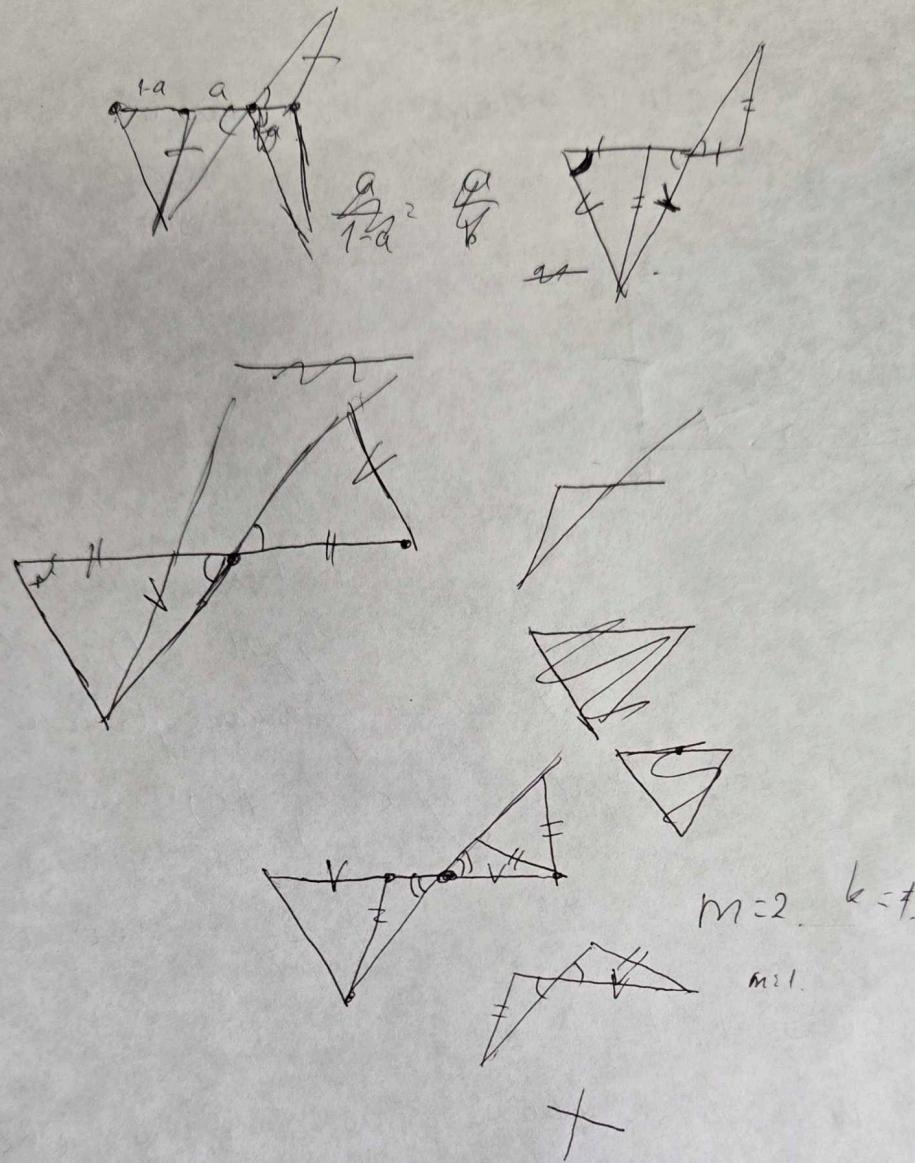
$$\text{Но. } x=1$$

$$\text{Ответ: } x=1$$

18

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чертковск,
№.



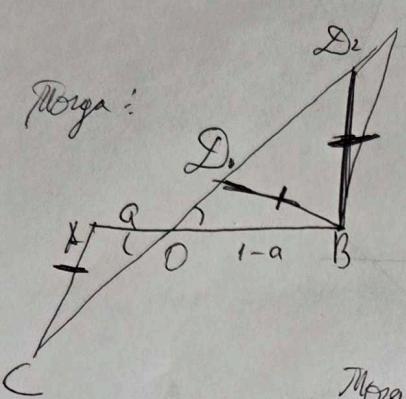
Чистовик

№.

Задача. Помимо схемы, когда $AC = BD$ и $\angle AOC = 60^\circ$,

$$OD = r; \frac{OO}{OD} = k,$$

$$AB = 1.$$

Помимо $AO = a$.

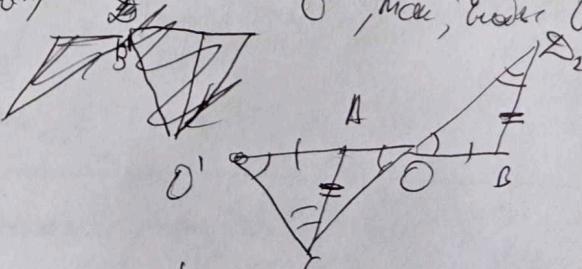
$$\text{Помимо } OB = 1 - a.$$

Помимо ~~также~~ заданы углы $\angle AOC = 60^\circ$.

Помимо т.д. можно упомянуть два положения

когда $AC = DB$ (противоположные углы $\angle A$ и $\angle C$)или т.д. в положении D_1 (~~и~~ $\angle DDB = 90^\circ$), но

$$\text{и.к. } \frac{AC}{\sin \angle AOC} = \frac{DB}{\sin \angle DOB} \text{ и и.к. } \angle ACO = \angle DBO,$$

т.е. $CD = 1$; k - неизв.если в положении D_2 , то $\triangle ACO \sim \triangle DOB_2$ доказываем друг друга до нового случая \angle то основное критерии ~~также~~ $\angle O'AC = \angle O'D_2B$ Помимо O' есть $\angle O'CA = \angle O'D_2B$ $\angle O'CA = \angle O'D_2B$ и $\triangle O'AC \sim \triangle O'D_2B$. т.е. и.к. $\angle AOC = 60^\circ$

$$O'O = 1; \text{ и.к. } \angle AOC = \angle D_2OB, \text{ то } O'O = OC = O'C = 1$$

Помимо $D_2C = 2OC = 2$.

9

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

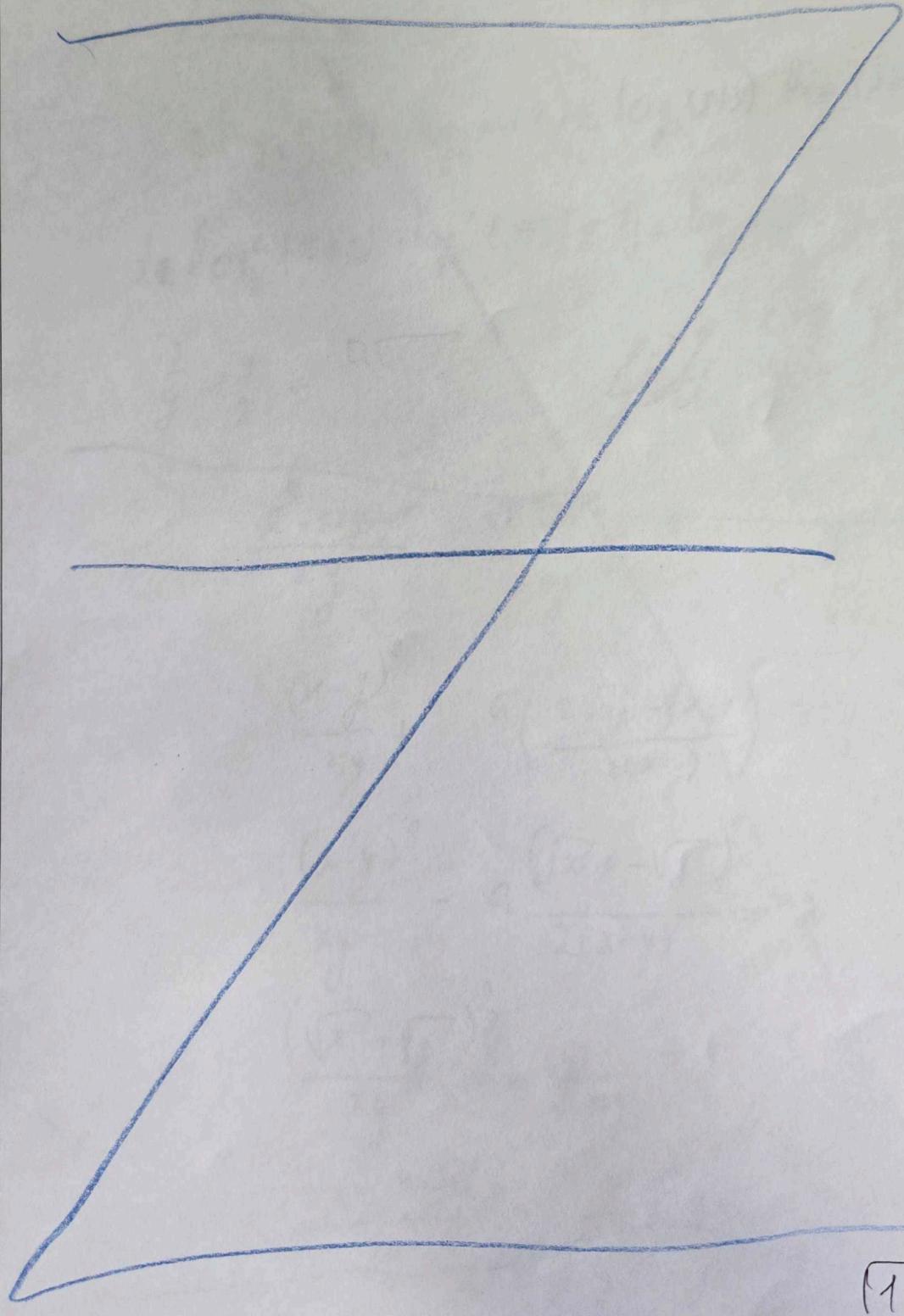
97-27-40-42
(150.1)

Чистовик.

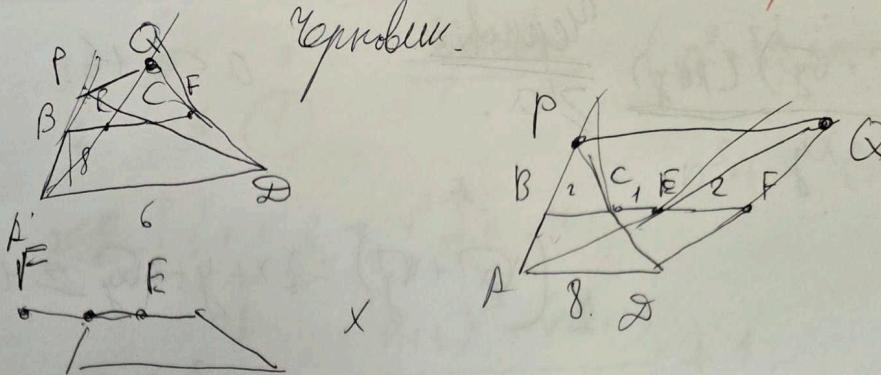
1 случай $m=1; k$ -модел. пакет (м.к. однородные спираль
и пакет)

2 случай $m=2; k=1$

Ответ: $m=2; k=1$ или $m=1; k$ -модел. пакет,



10



$$2 \log_4^2(x+3) \cdot \log_9^2(x+8) \leq \log_3(x+3) \cdot \log_2(x+8)^{-2}.$$

$$\frac{1}{2x} \log_{\frac{1}{2}}^2(x+3) \cdot \log_3^2(x+8) \leq (1 + \log_3 x)(\beta + \log_2 x)^{-2}$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \sqrt{xy}$$

$$\begin{array}{l} x > 0 \\ y > 0 \\ y \neq 0. \end{array}$$

$$\frac{x^2 - 2xy + y^2}{xy} + \frac{a \sqrt{xy}}{x+y} \geq \frac{9}{2}.$$

$$\frac{(x-y)^2}{xy} + a \left(\frac{2\sqrt{xy} - x-y}{2(x+y)} \right) \geq 0.$$

$$\frac{(x-y)^2}{xy} - a \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{2(x+y)} \geq 0.$$

$$\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{xy} - \frac{a}{2(x+y)} \geq 0.$$

~~$$\frac{xy\sqrt{x} + xy\sqrt{y}}{2(x+y)} - \frac{a}{2(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)} \geq 0$$~~

$$\frac{2(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2(x+y)}{xy}$$

~~Черновик~~

~~a < 16.~~

$$2(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = 2x + y + 2\sqrt{xy} \geq 4\sqrt{xy}.$$

$$x^2 + y^2 \geq 2xy.$$

$$\frac{2 \cdot (2\sqrt{x})^2 \cdot 2x}{x^2} = 2 \cdot 2 \cdot 4 \Rightarrow$$

$$x + y \geq 2\sqrt{xy},$$

$$x + y \geq 2\sqrt{xy}.$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \geq 4\sqrt{xy}.$$

2. 2. 4.

$$\frac{x^3 + 3x^2 + 3x}{x} = 3(x+1)$$

$$2025 \overline{)12168}$$

$$\begin{array}{r} -12 \\ 82 \\ -72 \\ \hline 105 \\ -96 \\ \hline 9 \\ -9 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} -120 \\ 108 \\ -96 \\ \hline 25 \\ -25 \\ \hline 0 \end{array} \quad 7654321$$

$$n : \sqrt[3]{n}.$$

$$5^3 = 125 \quad 6^3 = 216.$$

$$10^3 = 1000.$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ \times 18 \\ \hline 288 \\ 144 \\ \hline 1728 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12^3 \\ \times 13^2 \\ \times 16^2 \\ \hline 13 \\ 504 \\ 169 \\ \hline 2197 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15^3 \\ \times 20^2 \\ \hline 15^3 \\ 20^2 \\ \hline 1125 \\ + 2250 \\ \hline 3375 \end{array} \quad 450$$

$$\begin{array}{r} 1214 \\ \times 1168 \\ \hline 1214 \\ 043 \\ \hline 25. \end{array}$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

97-27-40-42

(150.1)

$$\begin{aligned}
 \text{№: } & 25 - \frac{3^3}{207} : 3 \quad \text{решение} \quad (n^3+1) : (n+1) \\
 & 2 \quad 4 \quad (1) \quad n^3+1 \quad (n+1)^2 \\
 & 28 \quad [3^3 + 1] - 4^3 : 4. \\
 & \quad \frac{(n+1)^3 - (n^3+1)}{n+1} + 1 \\
 & \quad \frac{(n+1)^2 - (n^2-n+1)}{n^2+2n+1-n^2+n-1+1} + 1 = \\
 & \quad = 3n+1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6 - 3.2. \quad & \log_{(n+8)} \log_3(x+3) = 4. \\
 & \log_2 8 \cdot \log_2 3 \cdot \log_3 8 = 27. \\
 & 8, \underbrace{10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26}_{6+q}, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99, 101, 103, 105, 107, 109, 111, 113, 115, 117, 119, 121, 123, 125, 127, 129, 131, 133, 135, 137, 139, 141, 143, 145, 147, 149, 151, 153, 155, 157, 159, 161, 163, 165, 167, 169, 171, 173, 175, 177, 179, 181, 183, 185, 187, 189, 191, 193, 195, 197, 199, 201, 203, 205, 207, 209, 211, 213, 215, 217, 219, 221, 223, 225, 227, 229, 231, 233, 235, 237, 239, 241, 243, 245, 247, 249, 251, 253, 255, 257, 259, 261, 263, 265, 267, 269, 271, 273, 275, 277, 279, 281, 283, 285, 287, 289, 291, 293, 295, 297, 299, 301, 303, 305, 307, 309, 311, 313, 315, 317, 319, 321, 323, 325, 327, 329, 331, 333, 335, 337, 339, 341, 343, 345, 347, 349, 351, 353, 355, 357, 359, 361, 363, 365, 367, 369, 371, 373, 375, 377, 379, 381, 383, 385, 387, 389, 391, 393, 395, 397, 399, 401, 403, 405, 407, 409, 411, 413, 415, 417, 419, 421, 423, 425, 427, 429, 431, 433, 435, 437, 439, 441, 443, 445, 447, 449, 451, 453, 455, 457, 459, 461, 463, 465, 467, 469, 471, 473, 475, 477, 479, 481, 483, 485, 487, 489, 491, 493, 495, 497, 499, 501, 503, 505, 507, 509, 511, 513, 515, 517, 519, 521, 523, 525, 527, 529, 531, 533, 535, 537, 539, 541, 543, 545, 547, 549, 551, 553, 555, 557, 559, 561, 563, 565, 567, 569, 571, 573, 575, 577, 579, 581, 583, 585, 587, 589, 591, 593, 595, 597, 599, 601, 603, 605, 607, 609, 611, 613, 615, 617, 619, 621, 623, 625, 627, 629, 631, 633, 635, 637, 639, 641, 643, 645, 647, 649, 651, 653, 655, 657, 659, 661, 663, 665, 667, 669, 671, 673, 675, 677, 679, 681, 683, 685, 687, 689, 691, 693, 695, 697, 699, 701, 703, 705, 707, 709, 711, 713, 715, 717, 719, 721, 723, 725, 727, 729, 731, 733, 735, 737, 739, 741, 743, 745, 747, 749, 751, 753, 755, 757, 759, 761, 763, 765, 767, 769, 771, 773, 775, 777, 779, 781, 783, 785, 787, 789, 791, 793, 795, 797, 799, 801, 803, 805, 807, 809, 811, 813, 815, 817, 819, 821, 823, 825, 827, 829, 831, 833, 835, 837, 839, 841, 843, 845, 847, 849, 851, 853, 855, 857, 859, 861, 863, 865, 867, 869, 871, 873, 875, 877, 879, 881, 883, 885, 887, 889, 891, 893, 895, 897, 899, 901, 903, 905, 907, 909, 911, 913, 915, 917, 919, 921, 923, 925, 927, 929, 931, 933, 935, 937, 939, 941, 943, 945, 947, 949, 951, 953, 955, 957, 959, 961, 963, 965, 967, 969, 971, 973, 975, 977, 979, 981, 983, 985, 987, 989, 991, 993, 995, 997, 999, 1001, 1003, 1005, 1007, 1009, 1011, 1013, 1015, 1017, 1019, 1021, 1023, 1025, 1027, 1029, 1031, 1033, 1035, 1037, 1039, 1041, 1043, 1045, 1047, 1049, 1051, 1053, 1055, 1057, 1059, 1061, 1063, 1065, 1067, 1069, 1071, 1073, 1075, 1077, 1079, 1081, 1083, 1085, 1087, 1089, 1091, 1093, 1095, 1097, 1099, 1101, 1103, 1105, 1107, 1109, 1111, 1113, 1115, 1117, 1119, 1121, 1123, 1125, 1127, 1129, 1131, 1133, 1135, 1137, 1139, 1141, 1143, 1145, 1147, 1149, 1151, 1153, 1155, 1157, 1159, 1161, 1163, 1165, 1167, 1169, 1171, 1173, 1175, 1177, 1179, 1181, 1183, 1185, 1187, 1189, 1191, 1193, 1195, 1197, 1199, 1201, 1203, 1205, 1207, 1209, 1211, 1213, 1215, 1217, 1219, 1221, 1223, 1225, 1227, 1229, 1231, 1233, 1235, 1237, 1239, 1241, 1243, 1245, 1247, 1249, 1251, 1253, 1255, 1257, 1259, 1261, 1263, 1265, 1267, 1269, 1271, 1273, 1275, 1277, 1279, 1281, 1283, 1285, 1287, 1289, 1291, 1293, 1295, 1297, 1299, 1301, 1303, 1305, 1307, 1309, 1311, 1313, 1315, 1317, 1319, 1321, 1323, 1325, 1327, 1329, 1331, 1333, 1335, 1337, 1339, 1341, 1343, 1345, 1347, 1349, 1351, 1353, 1355, 1357, 1359, 1361, 1363, 1365, 1367, 1369, 1371, 1373, 1375, 1377, 1379, 1381, 1383, 1385, 1387, 1389, 1391, 1393, 1395, 1397, 1399, 1401, 1403, 1405, 1407, 1409, 1411, 1413, 1415, 1417, 1419, 1421, 1423, 1425, 1427, 1429, 1431, 1433, 1435, 1437, 1439, 1441, 1443, 1445, 1447, 1449, 1451, 1453, 1455, 1457, 1459, 1461, 1463, 1465, 1467, 1469, 1471, 1473, 1475, 1477, 1479, 1481, 1483, 1485, 1487, 1489, 1491, 1493, 1495, 1497, 1499, 1501, 1503, 1505, 1507, 1509, 1511, 1513, 1515, 1517, 1519, 1521, 1523, 1525, 1527, 1529, 1531, 1533, 1535, 1537, 1539, 1541, 1543, 1545, 1547, 1549, 1551, 1553, 1555, 1557, 1559, 1561, 1563, 1565, 1567, 1569, 1571, 1573, 1575, 1577, 1579, 1581, 1583, 1585, 1587, 1589, 1591, 1593, 1595, 1597, 1599, 1601, 1603, 1605, 1607, 1609, 1611, 1613, 1615, 1617, 1619, 1621, 1623, 1625, 1627, 1629, 1631, 1633, 1635, 1637, 1639, 1641, 1643, 1645, 1647, 1649, 1651, 1653, 1655, 1657, 1659, 1661, 1663, 1665, 1667, 1669, 1671, 1673, 1675, 1677, 1679, 1681, 1683, 1685, 1687, 1689, 1691, 1693, 1695, 1697, 1699, 1701, 1703, 1705, 1707, 1709, 1711, 1713, 1715, 1717, 1719, 1721, 1723, 1725, 1727, 1729, 1731, 1733, 1735, 1737, 1739, 1741, 1743, 1745, 1747, 1749, 1751, 1753, 1755, 1757, 1759, 1761, 1763, 1765, 1767, 1769, 1771, 1773, 1775, 1777, 1779, 1781, 1783, 1785, 1787, 1789, 1791, 1793, 1795, 1797, 1799, 1801, 1803, 1805, 1807, 1809, 1811, 1813, 1815, 1817, 1819, 1821, 1823, 1825, 1827, 1829, 1831, 1833, 1835, 1837, 1839, 1841, 1843, 1845, 1847, 1849, 1851, 1853, 1855, 1857, 1859, 1861, 1863, 1865, 1867, 1869, 1871, 1873, 1875, 1877, 1879, 1881, 1883, 1885, 1887, 1889, 1891, 1893, 1895, 1897, 1899, 1901, 1903, 1905, 1907, 1909, 1911, 1913, 1915, 1917, 1919, 1921, 1923, 1925, 1927, 1929, 1931, 1933, 1935, 1937, 1939, 1941, 1943, 1945, 1947, 1949, 1951, 1953, 1955, 1957, 1959, 1961, 1963, 1965, 1967, 1969, 1971, 1973, 1975, 1977, 1979, 1981, 1983, 1985, 1987, 1989, 1991, 1993, 1995, 1997, 1999, 2001, 2003, 2005, 2007, 2009, 2011, 2013, 2015, 2017, 2019, 2021, 2023, 2025, 2027, 2029, 2031, 2033, 2035, 2037, 2039, 2041, 2043, 2045, 2047, 2049, 2051, 2053, 2055, 2057, 2059, 2061, 2063, 2065, 2067, 2069, 2071, 2073, 2075, 2077, 2079, 2081, 2083, 2085, 2087, 2089, 2091, 2093, 2095, 2097, 2099, 2101, 2103, 2105, 2107, 2109, 2111, 2113, 2115, 2117, 2119, 2121, 2123, 2125, 2127, 2129, 2131, 2133, 2135, 2137, 2139, 2141, 2143, 2145, 2147, 2149, 2151, 2153, 2155, 2157, 2159, 2161, 2163, 2165, 2167, 2169, 2171, 2173, 2175, 2177, 2179, 2181, 2183, 2185, 2187, 2189, 2191, 2193, 2195, 2197, 2199, 2201, 2203, 2205, 2207, 2209, 2211, 2213, 2215, 2217, 2219, 2221, 2223, 2225, 2227, 2229, 2231, 2233, 2235, 2237, 2239, 2241, 2243, 2245, 2247, 2249, 2251, 2253, 2255, 2257, 2259, 2261, 2263, 2265, 2267, 2269, 2271, 2273, 2275, 2277, 2279, 2281, 2283, 2285, 2287, 2289, 2291, 2293, 2295, 2297, 2299, 2301, 2303, 2305, 2307, 2309, 2311, 2313, 2315, 2317, 2319, 2321, 2323, 2325, 2327, 2329, 2331, 2333, 2335, 2337, 2339, 2341, 2343, 2345, 2347, 2349, 2351, 2353, 2355, 2357, 2359, 2361, 2363, 2365, 2367, 2369, 2371, 2373, 2375, 2377, 2379, 2381, 2383, 2385, 2387, 2389, 2391, 2393, 2395, 2397, 2399, 2401, 2403, 2405, 2407, 2409, 2411, 2413, 2415, 2417, 2419, 2421, 2423, 2425, 2427, 2429, 2431, 2433, 2435, 2437, 2439, 2441, 2443, 2445, 2447, 2449, 2451, 2453, 2455, 2457, 2459, 2461, 2463, 2465, 2467, 2469, 2471, 2473, 2475, 2477, 2479, 2481, 2483, 2485, 2487, 2489, 2491, 2493, 2495, 2497, 2499, 2501, 2503, 2505, 2507, 2509, 2511, 2513, 2515, 2517, 2519, 2521, 2523, 2525, 2527, 2529, 2531, 2533, 2535, 2537, 2539, 2541, 2543, 2545, 2547, 2549, 2551, 2553, 2555, 2557, 2559, 2561, 2563, 2565, 2567, 2569, 2571, 2573, 2575, 2577, 2579, 2581, 2583, 2585, 2587, 2589, 2591, 2593, 2595, 2597, 2599, 2601, 2603, 2605, 2607, 2609, 2611, 2613, 2615, 2617, 2619, 2621, 2623, 2625, 2627, 2629, 2631, 2633, 2635, 2637, 2639, 2641, 2643, 2645, 2647, 2649, 2651, 2653, 2655, 2657, 2659, 2661, 2663, 2665, 2667, 2669, 2671, 2673, 2675, 2677, 2679, 2681, 2683, 2685, 2687, 2689, 2691, 2693, 2695, 2697, 2699, 2701, 2703, 2705, 2707, 2709, 2711, 2713, 2715, 2717, 2719, 2721, 2723, 2725, 2727, 2729, 2731, 2733, 2735, 2737, 2739, 2741, 2743, 2745, 2747, 2749, 2751, 2753, 2755, 2757, 2759, 2761, 2763, 2765, 2767, 2769, 2771, 2773, 2775, 2777, 2779, 2781, 2783, 2785, 2787, 2789, 2791, 2793, 2795, 2797, 2799, 2801, 2803, 2805, 2807, 2809, 2811, 2813, 2815, 2817, 2819, 2821, 2823, 2825, 2827, 2829, 2831, 2833, 2835, 2837, 2839, 2841, 2843, 2845, 2847, 2849, 2851, 2853, 2855, 2857, 2859, 2861, 2863, 2865, 2867, 2869, 2871, 2873, 2875, 2877, 2879, 2881, 2883, 2885, 2887, 2889, 2891, 2893, 2895, 2897, 2899, 2901, 2903, 2905, 2907, 2909, 2911, 2913, 2915, 2917, 2919, 2921, 2923, 2925, 2927, 2929, 2931, 2933, 2935, 2937, 2939, 2941, 2943, 2945, 2947, 2949, 2951, 2953, 2955, 2957, 2959, 2961, 2963, 2965, 2967, 2969, 2971, 2973, 2975, 2977, 2979, 2981, 2983, 2985, 2987, 2989, 2991, 2993, 2995, 2997, 2999, 3001, 3003, 3005, 3007, 3009, 3011, 3013, 3015, 3017, 3019, 3021, 3023, 3025, 3027, 3029, 3031, 3033, 3035, 3037, 3039, 3041, 3043, 3045, 3047, 3049, 3051, 3053, 3055, 3057, 3059, 3061, 3063, 3065, 3067, 3069, 3071, 3073, 3075, 3077, 3079, 3081, 3083, 3085, 3087, 3089, 3091, 3093, 3095, 3097, 3099, 3101, 3103, 3105, 3107, 3109, 3111, 3113, 3115, 3117, 3119, 3121, 3123, 3125, 3127, 3129, 3131, 3133, 3135, 3137, 3139, 3141, 3143, 3145, 3147, 3149, 3151, 3153, 3155, 3157, 3159, 3161, 3163, 3165, 3167, 3169, 3171, 3173, 3175, 3177, 3179, 3181, 3183, 3185, 3187, 3189, 3191, 3193, 3195, 3197, 3199, 3201, 3203, 3205, 3207, 3209, 3211, 3213, 3215, 3217, 3219, 3221, 3223, 3225, 3227, 3229, 3231, 3233, 3235, 3237, 3239, 3241, 3243, 3245, 3247, 3249, 3251, 3253, 3255, 3257, 3259, 3261, 3263, 3265, 3267, 3269, 3271, 3273, 3275, 3277, 3279, 3281, 3283, 3285, 3287, 3289, 3291, 3293, 3295, 3297, 3299, 3301, 3303, 3305, 3307, 3309, 3311, 3313, 3315, 3317, 3319, 3321, 3323, 3325, 3327, 3329, 3331, 3333, 3335, 3337, 3339, 3341, 3343, 3345, 3347, 3349, 3351, 3353, 3355, 3357, 3359, 3361, 3363, 3365, 3367, 3369, 3371, 3373, 3375, 3377, 3379, 3381, 3383, 3385, 3387, 3389, 3391, 3393, 3395, 3397, 3399, 3401, 3403, 3405, 3407, 3409, 3411, 3413, 3415, 3417, 3419, 3421, 3423, 3425, 3427, 3429, 3431, 3433, 3435, 3437, 3439, 3441, 3443, 3445, 3447, 3449, 3451, 3453, 3455, 3457, 3459, 3461, 3463, 3465, 3467, 3469, 3471, 3473, 3475, 3477, 3479, 3481, 3483, 3485, 3487, 3489, 3491, 3493, 3495, 3497, 3499, 3501, 3503, 3505, 3507, 3509, 3511, 3513, 3515, 3517, 3519, 3521, 3523, 3525, 3527, 3529, 3531, 3533, 3535, 3537, 3539, 3541, 3543, 3545, 3547, 3549, 3551, 3553, 3555, 3557, 3559, 3561, 3563, 3565, 3567, 3569, 3571, 3573, 3575, 3577, 3579, 3581, 3583, 3585, 3587, 3589, 3591, 3593, 3595, 3597, 3599, 3601, 3603, 3605, 3607, 3609, 3611, 3613, 3615, 3617, 3619, 3621, 3623, 3625, 3627, 3629, 3631, 3633, 3635, 3637, 3639, 3641, 3643, 3645, 3647, 3649, 3651, 3653, 3655, 3657, 3659, 3661, 3663, 3665, 3667, 3669, 3671, 3673, 3675, 3677, 3679, 3681, 3683, 3685, 3687, 3689, 3691, 3693, 3695, 3697, 3699, 3701, 3703, 3705, 3707, 3709, 3711, 3713, 3715, 3717, 3719, 3721, 3723, 3725, 3727, 3729, 3731, 3733, 3735, 3737, 3739, 3741, 3743, 3745, 3747, 3749, 3751, 3753, 3755, 3757,$$

$$\frac{20 \cdot 19}{2} = 190.$$

Черновик

$$a_1, a_1+d, a_1+2d, \dots, a_1+19d, a_1+20d$$

$$190 \cdot 3$$

$$20a_1 + d \cdot \frac{19 \cdot 20}{2}$$

$$= 20a_1 + 190d.$$

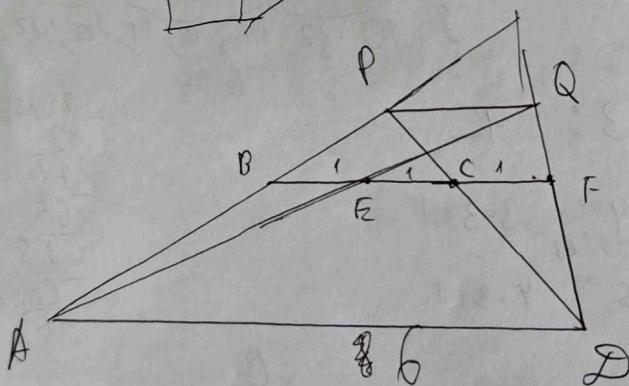
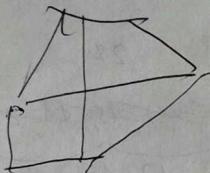
№2.

$$a_1 : 19. \quad a_1 = 19. \\ d = 1.$$

$$190 \cdot 2.$$

$$a_1 + 18d = 19 + 18 = 37$$

взгляд.



$$\frac{4}{1} = \frac{6}{h+8}$$

$$5h = 8$$

$$h = \frac{8}{5}$$

$$\frac{h}{h+8} = \frac{1}{5}$$

$$10^5 \cdot 6$$

$$21 \cdot 3$$

$$63$$

$$\frac{\frac{8}{5} + 8}{12 - \frac{8}{5} - 8} = \frac{6}{PQ}$$

$$\frac{12}{4}$$

$$\frac{h}{h+8} = \frac{1}{3}$$

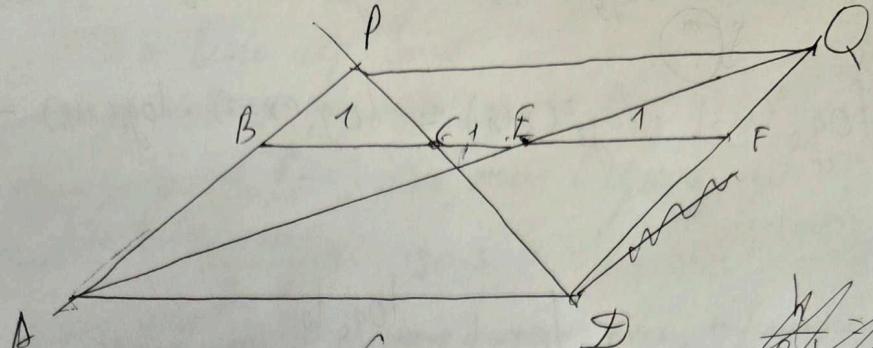
$$\frac{48}{12} = 4$$

$$\frac{6}{PQ} = 4$$

$$PQ = 15.$$

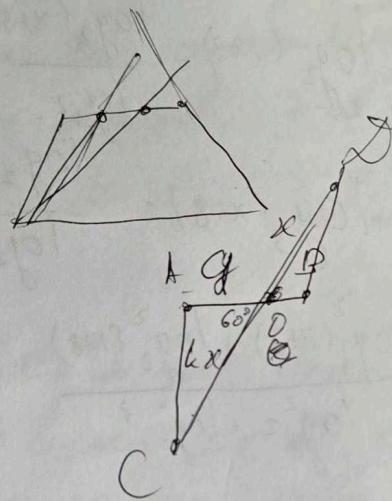
$$h = 8.$$

$$h = 4.$$

97-27-40-42
(150,1)Черновик

$$\frac{h}{8-h} = \frac{1}{6} \quad h = \frac{8}{7}$$

$(m:1) \quad h = \frac{8}{7}$

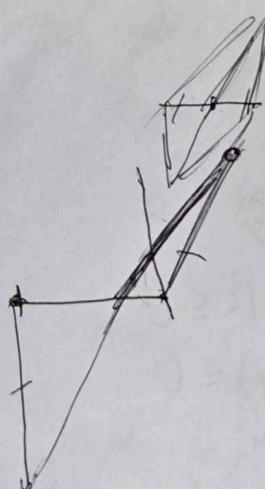
 $\triangle ACF \sim \triangle BCD$

$$x(k+1) = m.$$

$$x = \frac{m}{k+1}.$$

m -мод.
 $k=1$.

$$\frac{m}{k+1} \quad \frac{mk}{k+1}$$



遐

a

1-a.

$$c^2 + (1-a)^2 - 2 \cdot \cos 60^\circ \cdot x(1-a) \neq$$

$$\neq (kx)^2 + a^2 - 2 \cdot \cos 60^\circ \cdot a \cdot kx$$

$$x^2 + 1 - 2a - x + ax \neq k^2x^2 - ka^2x$$

$$\cancel{x^2 + 1 - 2a - x + ax} \neq a(x+kx-2) + k^2x^2$$

$$k^2x^2 + x - a^2 - ax \neq a(m-2)$$

$$(k^2-1)(x^2-1) + k^2 + x$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$$2 \cdot \log_4^2(x+3) \cdot \log_2^2(x+8) \stackrel{\text{Черновик}}{\leq} \log_3(x+3) \cdot \log_2(x+8) - 2.$$

~~$$\frac{1}{8} \log_2^2(x+3) \cdot \log_3^2(x+8) \leq \log_3(x+3) \cdot \log_2(x+8) - 2$$~~

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_2(x+3) = \frac{\log_3(x+3)}{\log_3 2}$$

$$\log_3(x+8) = \frac{\log_2(x+8)}{\log_2 3}$$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{\log_3^2(x+3) \cdot \log_2^2(x+8)}{\log_3^2 2 \cdot \log_2^2 3}$$

$$\frac{1}{8} a^2 b^2 \leq ab - 2$$

$$\frac{28+8}{56-8} \geq \frac{36}{48} \geq \frac{18}{24} \cdot \frac{1}{4} c^2 \leq c - 2.$$

$$\frac{3}{4} \cdot 6 \geq \frac{18}{24} \cdot 4, \quad c^2 \leq 8c - 16.$$

$$(c-4)^2 \leq 0$$

$$c=4$$

$$\log_3(x+3) \cdot \log_2(x+8) = 4$$

$$(\log_3 x + 1)(\log_2 x + 1) = 4.$$

$$\log_3 x \cdot \log_2 x + \log_3 x + \log_2 x = 3.$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$$2 \cdot \log_4(x+3) \cdot \log_2^2(x+8) \stackrel{\text{Черновик}}{\leq} \log_3(x+3) \cdot \log_2(x+8) - 2.$$

$$\cancel{\frac{1}{8} \log_2^2(x+3) \cdot \log_3^2(x+8)} \leq \log_3(x+3) \cdot \log_2(x+8) - 2.$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_2(x+3) = \frac{\log_3(x+3)}{\log_3 2}$$

$$\log_3(x+8) = \frac{\log_2(x+8)}{\log_2 3}$$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{\log_3^2(x+3) \cdot \log_2^2(x+8)}{\log_3^2 2 \cdot \log_2^2 3}$$

$$\frac{1}{8} a^2 b^2 \leq ab - 2.$$

$$\frac{28+8}{56-8} \geq \frac{36}{48} \geq \frac{18}{24} \quad \frac{1}{8} c^2 \leq c - 2 \\ \cancel{28+8} \quad \cancel{56-8} \quad \cancel{36} \quad \cancel{48} \quad \cancel{18} \quad \cancel{24} \quad c^2 \leq 8c - 16.$$

$$\frac{3}{4} \cdot 6 \cdot \frac{18}{24} = 4.5, \quad c^2 - 8c + 16 \leq 0 \\ (c-4)^2 \leq 0 \\ c = 4.$$

$$\log_3(x+3) \cdot \log_2(x+8) = 4$$

$$(\log_3 x + 1)(\log_2 x + 1) = 4.$$

$$\log_3 x \cdot \log_2 x + \log_3 x + \log_2 x = 3.$$

Чистовик.

N1. Всего членов - 20.

Из а. всего членов было $\frac{20 \cdot 19}{2}$ (количество способов распределения членов из 20), а за каждую группу Родников присуждаются 3 золота, то в сумме всего золотых очков:

$$\frac{20 \cdot 19}{2} \cdot 3 = 190 \cdot 3$$

С другой стороны золотых очков, награждение членов, друг другом убытв. в ариф. прогрессии.

Либо члены из-за этого членства, занявшие 1-е место имеют 3 золота. 2-е: $a + 18d$
 3-е: $a + 17d$
 и так далее до 20-го места.

$$20\text{-е}: a + 19d$$

N2. Но ул. они сейчас ариф. прогрессии (без единого золота), т.е. все члены убытв. в общем порядке то можно так записать. 1-й член прогрессии - a . Каждый раз уменьшается на d .

При этом в сумме кол-во очков кабинетное начальство:

$$a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (a+17d) + (a+18d) + (a+19d) = \\ = 20a + 19d.$$

Получим

$$20a + 19d = 190 \cdot 3$$

М.н. $a; d \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, но м.н. $19d \mid 19$, $190 \cdot 3 \mid 19$, то

$$20a \mid 19.$$

$$\text{тогда } a \mid 19.$$

Получим $a = 19k$, $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$

$$19k \cdot 20 + 19d \mid 190 \cdot 3$$

$$20k + d = 30.$$

[1]

Чистовик.

Мн. $d > 0$; то при $k \geq 2$ первое члено a_1 не 40. Т.е.
может невозможно. т.к. $k=1$:

$$a = 19k = 19.$$

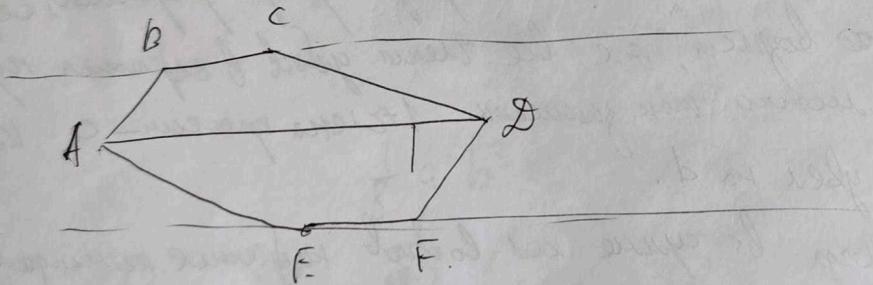
$$19 \cdot 20 + 19d = 190 \cdot 3 \\ d = 10$$

При этом членов, начиная второе место получим:

$$a + 18d = 19 + 18 \cdot 10 = 199 \text{ очк}$$

Ответ: 199 очк

N2. Рассмотрим разное положение прямых $AP \parallel CD$
относ. прям $ABCD$. Если отрезки BC и EF лежат
по разные стороны от прямой AD :



Задача 2, N2. $EF \parallel AD \parallel BC$, ано $EF \neq BC$.

При этом ул. AD не параллельна BC и он AD не $EF = 8$,
то расст. между прямами BC и $EF = 16$.

Из этого ул. $CE = 1$. Одного такого расст. хватит на 16.
т.е. BC и EF лежат по одному сторону от прямой
 AD .

При этом $B; C; E; F$ — лежат на одной прямой
и в. расст. ~~не~~ BC и AD не EF одинаковы,
(иначе EF параллельно BC .)

?

чистовик

Придада учитывая предыдущее, что прям. $ABCD$ и $AEDF$,
то если будем считать в окн прям AD т.к. лежит левее
окна D то учитывая AD . Придада и B лежит левее C .
и T . E лежит левее F .

Придада возможны ^{модели} порядок на BC и:

$$1) E; F; B; C$$

$$2) E; B; F; C$$

$$3) B; E; C; F$$

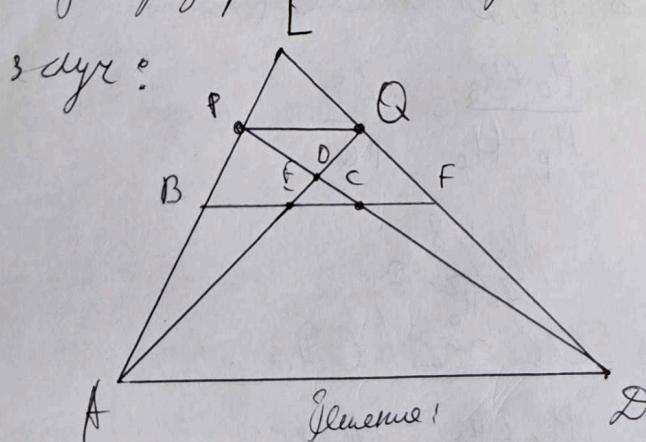
$$4) B; C; E; F$$

По ул. $BC = 2$. $E C = 1$. придада первое
здесь как не могут совпадать и.к. $E \subset BC$

$$1) EC = EB + BC.$$

$$2) EC = EB + BC.$$

Придада разберём 3 и 4 случаи.



Придада $PQ \subset QD$ и $PQ \subset AQ$ пересек. $B \neq O$.

Придада $M.R. BC = 2$; $CE = 1$; $EP = 2$ (но нет) то

$BE = EC = CF = 1$. Придада H_B - расстояние между прям BC и AD .

Придада $H_B = 8$ (коэф)

[B]

Чистовик
 H_p - расст. от точки Р до \overline{BC}

Тогда треуг. $\triangle BPC$ и $\triangle ABD$ подобны (по двум углам), то

$$\frac{H_p + H_B}{H_p} = \frac{BEPD}{BC} \quad (\text{так как } EP \parallel BC \text{ по теореме})$$

$$\frac{H_p + 8}{H_p} = \frac{6}{2}$$

$$H_p = 4$$

Аналогично H_Q расст. от Q до BC.

$$\frac{H_Q + H_B}{H_Q} = \frac{AD}{EF}$$

$$H_Q = 4$$

Тогда $PQ \parallel BC \parallel AD$. т.е. $APQD$ - трап. с AD и PQ

Рез. Пусть расст. от Т.О до BC - H_0 .

Тогда $\triangle AOD \sim \triangle QOP$

$$\frac{H_0 + H_B}{H_p - H_0} = \frac{AD}{PQ}$$

* имеем $\triangle EOC \sim \triangle AOD$.

$$\frac{H_B + H_0}{H_0} = \frac{AD}{EC}$$

$$H_0 + 8 = H_0 \cdot \frac{6}{2}$$

$$H_0 = \frac{8}{5}$$

4

Чистовик

$$\frac{H_0 + H_B}{H_B - H_0} = \frac{AD}{PQ}$$

$$\frac{PQ}{AD} = \frac{4 - \frac{8}{5}}{\frac{8}{5} + 8}$$

$$PQ = 6 \cdot \frac{12}{48}$$

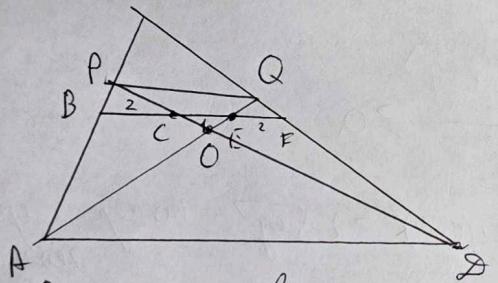
$$PQ = 1,5$$

~~$$S_{APQD}$$~~

$$\frac{S_{APQD}}{S_{PQD}} = \frac{PQ + AD}{2} \cdot (H_B + H_P) = \frac{1,5 + 6}{2} \cdot 12 =$$

$$= 7,5 \cdot 6 = 45.$$

Ч сур



Вспомнили всем тем что не обсуждали, что же в 1
сур 3.

Нужно доказать $H_P = 4$; $PQ \parallel BC$; $APQD$ - трап.

$\triangle EOC \sim \triangle AOD$:

$$\frac{H_0}{H_B - H_0} = \frac{CE}{AD}$$

$$\frac{H_0}{8 - H_0} = \frac{1}{6}$$

$$6H_0 = 8 - H_0$$

$$H_0 = \frac{8}{7}$$

$\triangle AOD \sim \triangle QOP$:

$$\frac{H_0 + H_P}{H_B - H_0} = \frac{PQ}{AD}$$

$$PQ = 6 \cdot \left(\frac{\frac{8}{7} + 4}{8 - \frac{3}{7}} \right)$$

$$PQ = 4,5$$

[5]

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$$\frac{S_{APQD}}{S_{PQD}} = \frac{y\sqrt{x}}{2} \cdot (H_p + H_b) = \frac{4,5+6}{2} \cdot 12 = 63.$$

Ответ: или 45, или 63.

№5

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \frac{a\sqrt{xy}}{x+y} \geq \frac{a}{2} + 2. \quad x > 0, y > 0$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 2xy}{xy} + a \left(\frac{2\sqrt{xy} - x - y}{2(x+y)} \right) \geq 0.$$

$$\frac{(x-y)^2}{xy} - a \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{2(x+y)} \geq 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \left(\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{xy} - \frac{a}{2(x+y)} \right) \geq 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0 \text{ всегда (при } x > 0; y > 0)$$

$$\frac{2(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \cdot (x+y)}{xy} \geq a$$

$$x+y = (\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 \geq 2\sqrt{xy} \text{ по кр. о нерв. геом и ариф.}$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + 2\sqrt{xy} + y \geq 4\sqrt{xy}$$

$$\text{тогда } \frac{2(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 (x+y)}{xy} \geq \frac{2 \cdot 4\sqrt{xy} \cdot 2\sqrt{xy}}{xy} = 16.$$

т.о. при $a < 16$ нер. выполняется при любых x, y .

~~также~~ замечая, что равенство достигается при $x = y$.

Однако тогда нер. ~~одинаково~~ всегда верное.

также при $a = 16$ нер. ~~одинаково~~ верное.

Ответ: $a \leq 16$.

6