0 025697 790003

02-56-97-79
(136.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы горы!
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Клименко Валентины Ильиничны

фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 лист Гар
+1 лист Гар

Дата
«6» апреля 2025 года

Подпись участника
Клим

02-56-97-79 (136.2)

Чистовик 100 (сто) №1

Очки образуют арифметическую прогрессию => количество очков у всех команд равны ~~или у всех~~ (шаг прогр. 0) или у всех команд различны (шаг прогр. $\neq 0$).

1) Если все равны, то каждая команда выиграла одинак. кол-во игр m. Всего игр $\frac{12 \cdot 11}{2} = 66$, ~~66 не ⋮ 12 => такого не может быть~~ $66 = 12m$, но 66 не ⋮ 12 => такого не может быть.

2) Если все выиграли разное кол-во игр. Можно выиграть от 0 до 11 игр. Всего 12 вариантов. И команд 12 => ~~каждая кома~~ команда, занявш. 1 место выигр. 11 игр, 2 место – 10, 3-е – 9 и т.д. i-е место – $(12-i)$ и 12 место 0 игр. Тогда кол-ва ~~баллов~~ очков будут 33, 30, 27, … 3, 0 от 1 места к последнему. Это арифмет. прогр. с шагом 3. => команда, занявшая 2 место набрала 30 очков.

(Такое воз-но. Пронум. команды от 1 до 12. Пусть i-ая команда побеждает j-ую, если $i < j$, тогда любая команда с но-

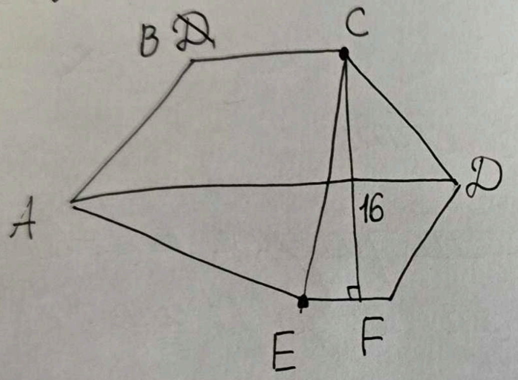
Чистовик

мером n выиграет n−1 игру, т.е. команды выиграют от 0 до 11 игр. То, что и описано во II случае).

Ответ: 30 очков.

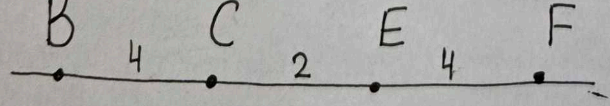
№2

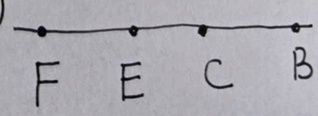
1) Заметим, что обе трапеции лежат по одну сторону от AD, иначе CE ≥ 16 ⇒ ~~⇒ CE~~ но CE = 2

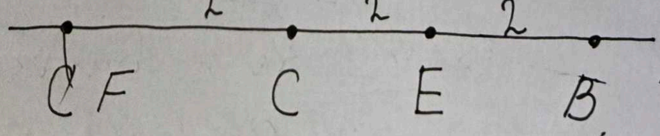


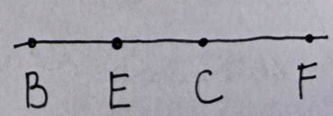
~~2)~~ ⇒ ~~все~~ точки B, E, F, C лежат на одной прямой, находящейся на расстоянии 8 от прямой AD.

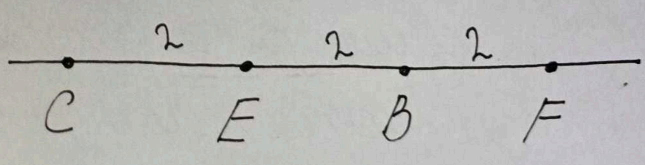
Возможно ~~6~~ несколько расположений:

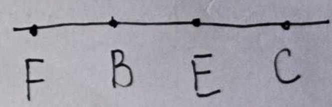
1) 

7) 

2) 

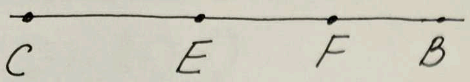
8) 

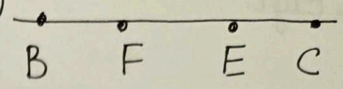
3) 

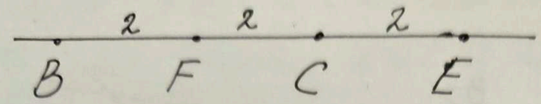
9) 

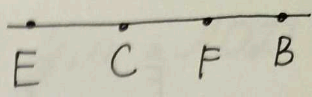
2

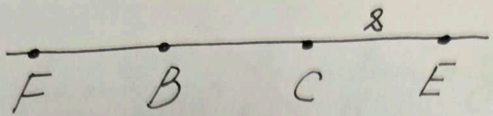
Чистовик

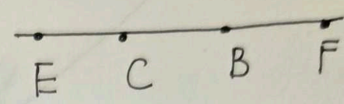
4)


10)


5)


11)


6)


12)


C и E точно соседние, т.к. если между ними B, то $BC \leq CE$, но $BC = 4$, а $CE = 2$, а если между ними F, то $EF \leq CE$, но $EF = 4$, а $CE = 2$

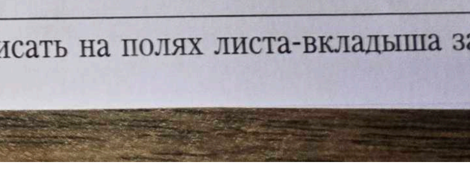
~~Случаи, когда~~

Вариант 4 и 10 невозможен, т.к. в нём $EF + CE \leq BC$, т.е. $4 + 2 \leq 4$

Вариант 6 и 12 невозможен, т.к. в нём $EF \geq BC + CE$, т.е. $4 \geq 4 + 2$.

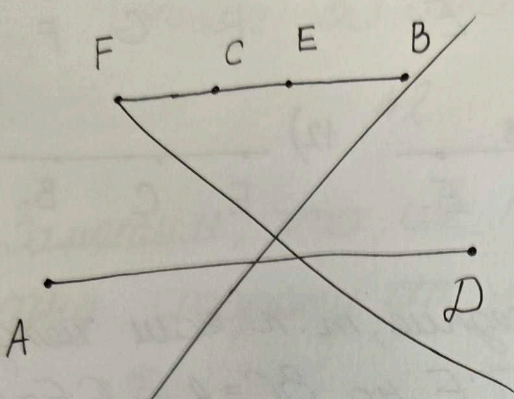
~~Варианты 2, 3 и 4 5 а-ны. Рассмотрим их~~

Варианты 7, 2, 3, 9, 5, 11 не подх. т.к. AB, CD, EA или AF не являются бок. сторонами => ост. 1 и 8



Чистовик

2 случ.



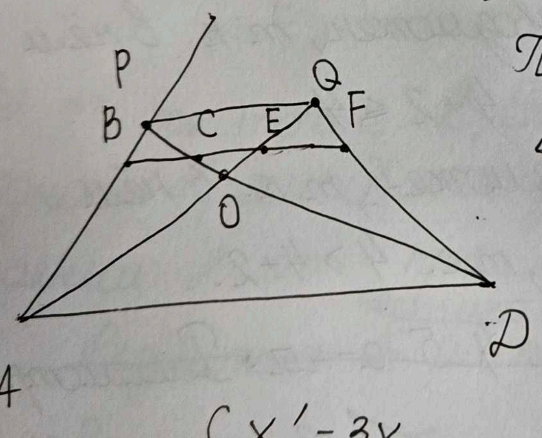
$BC < AD$, $EF < AD \Rightarrow P$ и Q по одну стор. от AD с трапец.

Вариант 1

$\triangle APD \sim \triangle BPC$ по 2 углам

($\angle BPC = \angle APD$ (общ.)

$\angle PBC = \angle PAD$ (из пар-ти))



Пусть высота из P $\triangle BPC$ $- x$, а $\triangle APD$ x', тогда:

$$\frac{x}{x'} = \frac{BC}{AD} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} x' = 3x \\ x' = x + 8 \end{cases} \Rightarrow 3x = x + 8 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow$$

$\Rightarrow x' = 4 \cdot 3 = 12.$

А-но: $\triangle QEF \sim \triangle QAD$ и высота из Q в ~~тр~~ $\triangle QAD = 12 \Rightarrow$ т. P и Q лежат на одном расстоянии от прямой AD по одну стор. от неё $\Rightarrow AD \parallel PQ \parallel BC$

02-56-97-79 (136.2)

Чистовик

$PD \cap AQ = O$

$\triangle CEO \sim \triangle DAO$ (по $CE \parallel AD$)

Пусть высота $\triangle CEO$ из O y, а $\triangle AOD$ из O y', тогда:

$$\frac{y}{y'} = \frac{CE}{AD} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \Rightarrow y' = 6y$$

$$y' + y = 8 \Rightarrow 7y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{7} \quad y' = \frac{48}{7},$$

тогда высота в $\triangle POQ$ из O:

$$A = 12 - \frac{48}{7} = \frac{12 \cdot 7 - 12 \cdot 4}{7} = \frac{36}{7}$$

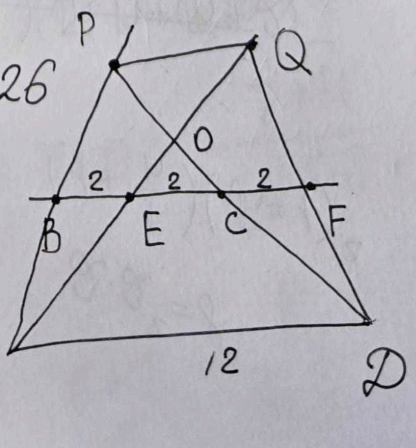
$\triangle POQ \sim \triangle AOD$ ($PQ \parallel AD$).

$$\frac{y'}{A} = \frac{AD}{PQ} \Rightarrow \frac{\frac{48}{7}}{\frac{36}{7}} = \frac{12}{PQ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{12}{PQ} \Rightarrow PQ = 9$$

$AD \parallel PQ \Rightarrow APQD$ – трапеция $\Rightarrow S_{APQD} =$

$$= 12 \cdot \frac{9+12}{2} = 6 \cdot 21 = 126$$



Вариант 8

$\left.\begin{matrix} BC = 4 \\ EC = 2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow BE = 2$

$CF = EF - EC = 4 - 2 = 2$ A

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Дешифр

Черновик

$$a+\frac{1}{a}+\frac{2a\sqrt{a}}{a+1}\geqslant a+2$$

$$2\cdot 2^2=8$$

$$\cancel{a+1+2a^2\sqrt{a}}$$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)(\sqrt{n}+1)^2$$

$$\frac{1}{a}+\frac{2a\sqrt{a}}{a+1}\geqslant 2.$$

min ф-ии $\cancel{\left(1+\frac{1}{n}\right)(\sqrt{n}\,n+\sqrt{n}+2\sqrt{\ }}$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)(n+2\sqrt{n}+1)\geqslant a$$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)'=\left(\frac{1}{n}\right)'=-\frac{1}{n^2}$$

$$(n+2\sqrt{n}+1)'=1+2\cdot\frac{1}{2\sqrt{n}}=1+\frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$-\frac{1}{n^2}(\sqrt{n}+1)^2+\left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\left(1+\frac{1}{n}\right)=0$$

$$1+\frac{1}{n\sqrt{n}}+\frac{1}{n}+\frac{1}{\sqrt{n}}=\frac{n}{n^2}+\frac{2\sqrt{n}}{n^2}+\frac{1}{n^2}$$

$$1+\cancel{\frac{1}{n\sqrt{n}}}+\cancel{\frac{1}{n}}+\frac{1}{\sqrt{n}}=\cancel{\frac{1}{n}}+\frac{2/}{n\sqrt{n}}+\frac{1}{n^2}$$

$$1+\frac{1}{\sqrt{n}}=\frac{1}{n\sqrt{n}}+\frac{1}{n^2}$$

$$n^2+n\sqrt{n}=\sqrt{n}+1$$

$$\cancel{n(n}\ n\sqrt{n}(\sqrt{n}+1)-(\sqrt{n}+1)=0$$

$$n\sqrt{n}=1\qquad \cancel{(\sqrt{n})^{\frac{3}{2}}=1}$$

$$n^3=1\Rightarrow n=1-\text{ мин.}$$

 дешифр

Черновик

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{2a\sqrt{xy}}{x+y}\geqslant a+2$$

$$n+\frac{1}{n}+\frac{2a\sqrt{n}}{n+1}\geqslant a+2$$

$$n+\frac{1}{n}+\frac{2a\sqrt{n}}{n+1}\geqslant a+2$$

$$\left(n+\frac{1}{n}-2\right)+a\left(\frac{2\sqrt{n}}{n+1}-1\right)\geqslant 0$$

$$\frac{(n-1)^2}{n}-a\left(\frac{n+1-2\sqrt{n}}{n+1}\right)\geqslant 0$$

$$(\sqrt{n}-1)^2\geqslant 0$$

$$\frac{(n-1)^2}{n}\geqslant a\frac{(\sqrt{n}-1)^2}{n+1}$$

$$\frac{(\sqrt{n}+1)^2(n+1)}{n}\geqslant a \qquad a$$

$$f(n)=\frac{(\sqrt{n}+1)^2(n+1)}{n}\geqslant a$$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)(\sqrt{n}+1)^2\geqslant a$$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)(n+1+2\sqrt{n})>n+1>a$$

Возьмём $\underline{n=a-2}$

$$a+\frac{1}{a}+\frac{2a\sqrt{a}}{a+1}\geqslant a+2$$

$\frac{12\cdot 11}{2}=66$

$\frac{66\cdot 4}{12}=$

min зн. чуть больше 8

$\underline{a=8}$

$a\in(0;8]$

дешифр

Черновик

$\frac{1-n^2}{n^2} + (1-$

$\frac{n^2-1}{n^2} = \frac{n-1}{2\sqrt{n}(n+1)^2}$

$\frac{n+1}{n^2} = \frac{1}{2\sqrt{n}(n+1)^2}$

$(n+1)^3 \cdot 2\sqrt{n} = n^2$

$(n+1)^3 \cdot 2 = (\sqrt{n})^3$

$\left(\frac{\cancel{n+}\sqrt{n}}{(n+1)}\right)^3 = 2$

$\frac{\sqrt{n}}{n+1} = \sqrt[3]{2}$

$\cancel{n+}\ \sqrt{n} = \sqrt[3]{2}\,(n+1)$

$n = 2^{\frac{2}{3}}(n^2+2n+1)$

2

$n^2+2n-2^{-\frac{2}{3}}n+1$

$(\sqrt{n}+1)'(n+1) = (1+\frac{1}{\sqrt{n}})(n+1)+(\sqrt{n}+1) = \cancel{1}^{2}+\frac{1}{\sqrt{n}}+n+2\sqrt{n} = (n+2\sqrt{n}+2+\frac{1}{}$

$= \frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}}$

$\frac{(n-1)^2(n+1)}{n(\sqrt{n}-1)^2} \geq a$

$\frac{(\sqrt{n}+1)^2(n+1)}{n} \geq a$ ← минимум этой ф-ии

$n = \frac{x}{y}$

$\frac{(x-y)^2}{x+y} \geq a\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{x+y}$

$n = 1$

$\frac{(n-1)^2}{n} \geq a\frac{(\sqrt{n}-1)^2}{n+1}$

$(\sqrt{n}+1)\left(\frac{n+1}{\sqrt{n}}+1\right)$

$(\sqrt{n}+1)\left(\frac{n+\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}}\right)$

$(\sqrt{n}+1)' = \frac{1}{2\sqrt{n}}$

$(\sqrt{n}+1)^{2\prime} = \frac{2(\sqrt{n}+1)}{2\sqrt{n}} = 1+\frac{1}{\sqrt{n}}$

$(n+1)' = 1$

$(n^{-1})' = (-1)\cdot n^{-2} = -\frac{1}{n^2}$

Черновик

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{2a\sqrt{xy}}{x+y}\geqslant a+2$$

$$\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2\right)+\frac{2a\sqrt{xy}}{x+y}-a\geqslant 0$$

$$\left(\frac{x^2+y^2-2yx}{xy}\right)+a\left(\frac{2\sqrt{xy}-x-y}{x+y}\right)\geqslant 0$$

$$\left(\cancel{x-y}\right.\quad \frac{(x-y)^2}{xy}-a\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{x+y}\geqslant 0$$

$$\frac{(x-y)^2}{xy}\geqslant a\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{x+y}$$

$$\frac{(x-1)^2}{x}\geqslant a\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x+1}$$

$$x+\frac{1}{x}+\frac{2a\sqrt{x}}{x+1}\geqslant a+2$$

$$\frac{x}{y}=n$$

$$n+\frac{1}{n}+\frac{2a\sqrt{n}}{n+1}\geqslant a+2$$

$$f(n)=\frac{n^2+1}{n}+\frac{2a\sqrt{n}}{n+1}\geqslant a+2$$

$$\frac{2n\cdot n-(n^2+1)}{n^2}=\frac{2n^2-n^2-1}{n^2}=1-\frac{1}{n^2}$$

$$\frac{\frac{1}{2\sqrt{n}}(n+1)-\sqrt{n}}{(n+1)^2}=\frac{(n+1)-2n}{2\sqrt{n}(n+1)^2}=\frac{1-n}{2\sqrt{n}(n+1)^2}$$

$$(n+1)(1+\sqrt{n})=$$
$$=n\left(1+\sqrt{n}+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$
$$-\frac{1}{n^2}\cdot(n+1)(\sqrt{n}+1)^2+$$
$$+\frac{1}{n}(\sqrt{n}+1)\left(1+\frac{n+1}{\sqrt{n}}\right)=0$$

$n(1+\sqrt{n})+1+\sqrt{n}=n(1+\sqrt{n})+\sqrt{n}\Rightarrow$ мин. нет $\Rightarrow$

дешифр

Черновик

$$\frac{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}}{2} \geqslant \sqrt{\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}} = 1 \Rightarrow \frac{x}{y}+\frac{y}{x} \geqslant 2$$

$$x + \frac{2a\sqrt{x}}{x} \geqslant 2\sqrt{2a\sqrt{x}}$$

$$\frac{2a\sqrt{xy}}{x+y} \geqslant a \Rightarrow 2a\sqrt{xy} \geqslant a(x+y)$$

$y=1$

$$2\sqrt{xy} \geqslant (x+y) \qquad x + \frac{2a\sqrt{x}}{x} \geqslant a+2$$

$$\frac{x^2+y^2}{xy} + \frac{2a\sqrt{xy}}{x+y} \geqslant a+2$$

$$c^3-2b^2c+2ab^3-(a+2)bc \geqslant 0$$

Анализ:

При $x \geqslant y$

$$c^3-2b^2c+2ab^3-abc-2bc \geqslant 0$$

$$\frac{x}{y} + \frac{2a\sqrt{xy}}{x}$$

$$\frac{(x^2+y^2)(x+y)+2a(xy)^{\frac{3}{2}}-(a+2)xy(x+y)}{xy(x+y)} \geqslant 0$$

$\overset{c}{\cancel{a}} = x+y$

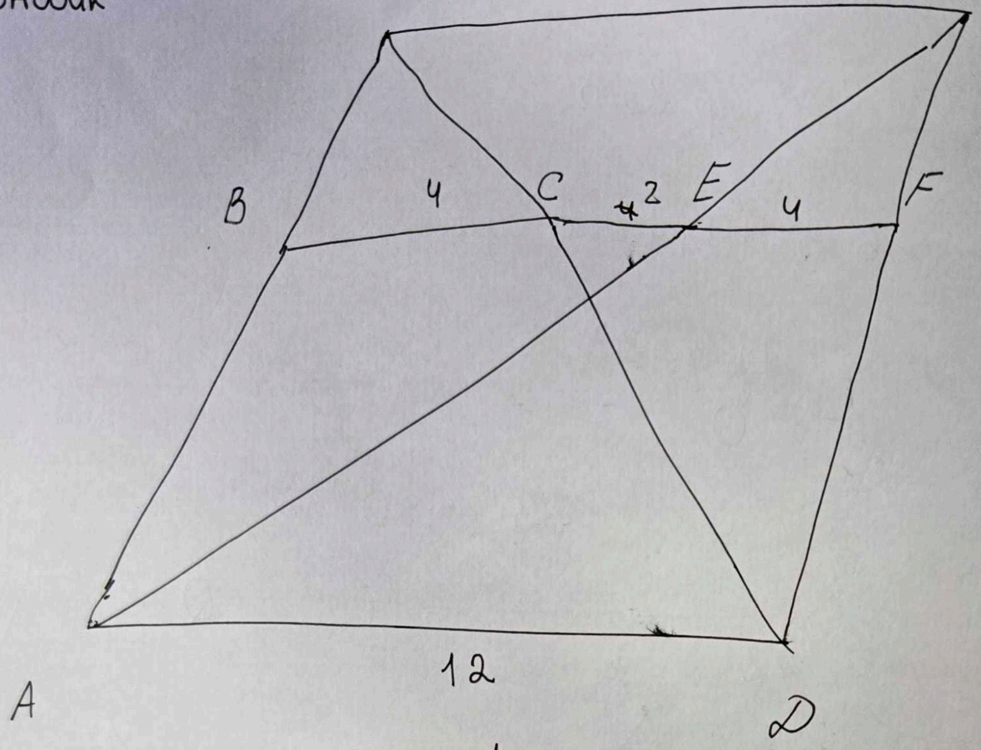
$b = \sqrt{xy}$

$$\frac{\cancel{a^2-2b^2+}\;(c^2-2b^2)c+2ab^3-(a+2)bc}{bc} \geqslant 0$$

демифф

дешифр

Черновик



$$\frac{h}{h+8}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3} \qquad H=12$$

$$3h=h+8 \Rightarrow h=4$$

$$h'+6h'=8 \Rightarrow h'=\frac{8}{7} \qquad 6h'=\frac{48}{7}$$

$$12-\frac{48}{7}=\frac{12\cdot7-12\cdot4}{7}=\frac{36}{7}$$

$$\frac{12}{PQ}=\frac{\frac{48}{7}}{\frac{36}{7}}=\frac{48}{36}=\frac{4}{3}$$

$$PQ=9$$

$$S=\frac{9+12}{2}\cdot12=21\cdot6=126$$

демифф

Черновик

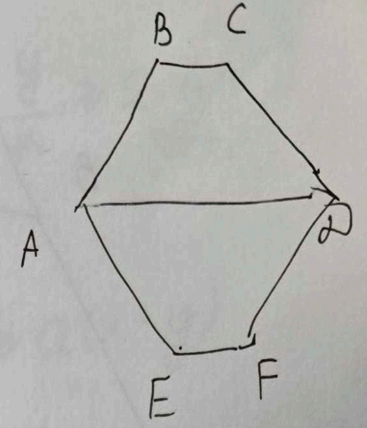
$\frac{12 \cdot 11}{2} = 66$ игр всего

$66 \cdot 3 = 198$ очков сум.

макс. $11 \cdot 3 = 33$

мин. 0

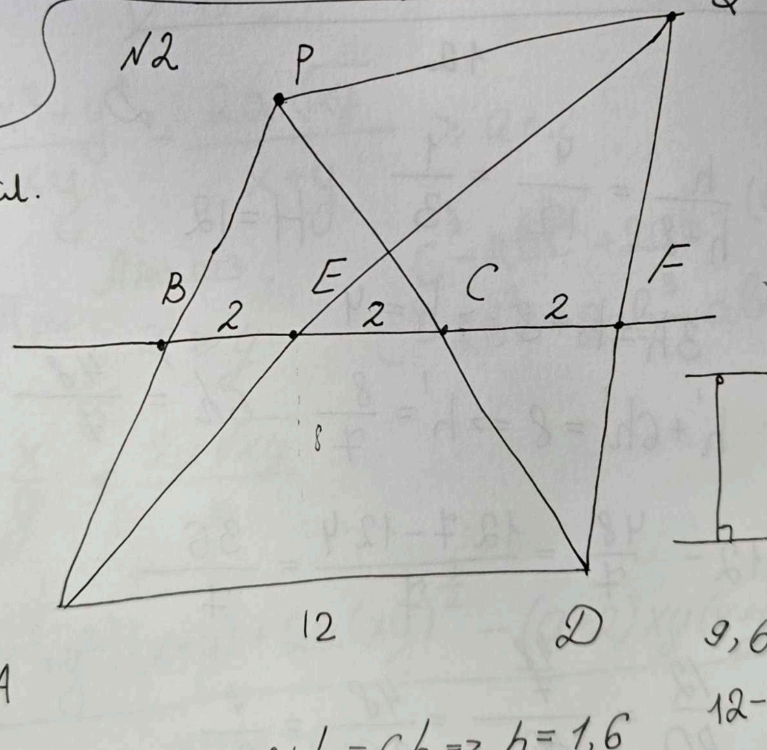
$0, 3, 6, 9, \ldots 33 \Rightarrow 30$

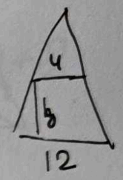


1

№2

1 сл.

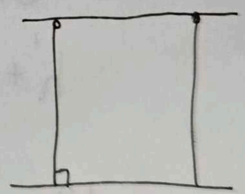




$3h = h + 8$

$h = 4$

$3h = 12$



9,6

$12 - 9,6 = 2,4$

$8 + h = 6h \Rightarrow h = 1,6$

$\frac{2,4}{9,6} = \frac{PQ}{12} \Rightarrow PQ = 3$

$\frac{3+12}{2} \cdot 12 = 15 \cdot 6 = 90$

Чистовик

А-но случаю 2 док-ся, что $APQD$ - трапеция с высотой 12

$\triangle OEC \sim \triangle OAD$ $(EC \parallel AD)$

Высота в $\triangle OEC$ ~~z~~, из O z, а в $\triangle OAD$ из O z', тогда:

$$\frac{z}{z'} = \frac{EC}{AD} = \frac{2}{12} \Rightarrow z' = 6z$$

$$z' - z = 8$$

$$6z - z = 8 \Rightarrow z = 1{,}6 \Rightarrow z' = 9{,}6$$

Высота в $\triangle POQ$ B из O - B: $\Rightarrow$

$\triangle POQ \sim \triangle DOA$ $(PQ \parallel AD)$

$$B = 12 - 9{,}6 = 2{,}4$$

$$\frac{B}{z'} = \frac{PQ}{AD} \Rightarrow$$

$$\frac{2{,}4}{9{,}6} = \frac{PQ}{12} \Rightarrow PQ = 3$$

$$S_{APQD} = \frac{3+12}{2} \cdot \overset{12}{\cancel{6}} = 15 \cdot 6 = 90.$$

Ответ: 90 или 126.

№5

Пусть $n = \frac{x}{y}$, тогда:

$$\cancel{n}\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \frac{2a\sqrt{xy}}{x+y} \geq a+2$$

Черновик

$$\frac{x}{y}+\frac{1}{\frac{x}{y}}+\frac{2a\sqrt{\frac{x}{y}}}{\frac{x}{y}+1}\geqslant a+2$$

$$n+\frac{1}{n}+\frac{2a\sqrt{n}}{n+1}\geqslant a+2$$

$$\left(n+\frac{1}{n}-2\right)\cancel{+}-a\left(1-\frac{2\sqrt{n}}{n+1}\right)\geqslant 0.$$

$$\frac{n^2-2n+1}{n}-a\,\frac{n+1-2\sqrt{n}}{n+1}\geqslant 0$$

$$\frac{(n-1)^2}{n}-a\,\frac{\cancel{n+}(\sqrt{n}-1)^2}{n+1}\geqslant 0$$

Заметим, что при $n=1$ неравенство обращается в равенство при любом a, т.е. выполняется. Пусть $n\neq 1$ $(n=\frac{x}{y}$, $x>0, y>0 \Rightarrow n>0)$. , тогда:

$$\frac{(n-1)^2}{n}\geqslant a\,\frac{(\sqrt{n}-1)^2}{n+1}$$

$n+1>0$

$(\sqrt{n}-1)^2>0$

(т.к. $\sqrt{\ } n\neq 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{n}-1\neq 0)$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)^2(n+1)}{n(\sqrt{n}-1)^2}\geqslant a$$

$n\neq 1$

Чистовик

$$\frac{(\sqrt{n}-1)^2(\sqrt{n}+1)^2(n+1)}{n(\sqrt{n}-1)^2} \geqslant a$$

$$\frac{(\sqrt{n}+1)^2(n+1)}{n} \geqslant a$$

~~Нам п Найд~~ Неравенство верно при всех $a \leq$ миним. функции $\frac{(\sqrt{n}+1)^2(n+1)}{n}$ на положит. части прямой.

$$(n+1)'_n = 1$$

$$\left((\sqrt{n}+1)^2\right)'_n = 2(\sqrt{n}+1)\cdot \cancel{2}\frac{1}{2\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}}$$

$$\left((n+1)(\sqrt{n}+1)^2\right)'_n = (\sqrt{n}+1)^2 + \frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}}(n+1) *$$

$$\left(\frac{1}{n}\right)'_n = -\frac{1}{n^2}$$

$$\frac{1}{n}\cdot \cancel{(\sqrt{n}+1)^2(n+}$$

$$-\frac{1}{n^2}(\sqrt{n}+1)^2(n+1) + \left((\sqrt{n}+1)^2 + \frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}}(n+1)\right)\cdot\frac{1}{n} = 0$$

$n>0$

$\sqrt{n}+1>0$

$$n\left(\sqrt{n}+1+\frac{n}{\sqrt{n}}+\frac{1}{\sqrt{n}}\right) = (n+1)(\sqrt{n}+1)$$

$$n(1+\sqrt{n}) + n\sqrt{n} + \sqrt{n} = n(\sqrt{n}+1) + \sqrt{n} + 1$$

$n\sqrt{n} = 1 \Rightarrow \underline{n=1}$ При этом значение функции $\frac{(\sqrt{1}+1)^2(1+1)}{1} = 8$.

Чистовик

$\Rightarrow$ Но это знач. не достигается, т. к. $n \neq 1$, т.е. ~~мини~~. ф-ия приним. знач. от $(8; +\infty)$ на полож. промежутке. $\Rightarrow a \leq 8 \Rightarrow a \in (0; 8]$

$a > 0$ по условию

Ответ: $a \in (0; 8]$

№3 Огранич.

$$\left.\begin{matrix} 3-x \geq 0 \\ 8-x \geq 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x \leq 3 \\ x \leq 8 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x \leq 3$$

$2 \cdot \log_4^2(3-x) \cdot \log_9^2(8-x) \leq \log_3(3-x) \cdot$

$\cdot \log_2(8-x) - 2.$

$\frac{1}{8} \cdot (\log_2(3-x) \cdot \log_3(8-x))^2 \leq \log_3 2 \cdot$

$\cdot \log_2(3-x) \cdot \log_3(8-x) \cdot \log_2 3 \cdot -2$

$\log_3 2 \cdot \log_2 3 = 1$

$\frac{1}{8}(\log_2(3-x) \cdot \log_3(8-x))^2 \leq \log_2(3-x) \cdot$

$\cdot \log_3(8-x) - 2.$

$y = \log_2(3-x) \cdot \log_3(8-x)$

$\frac{1}{8} y^2 \leq y - 2$

Черновик

$$2\log_4^2(3-x)\cdot\log_9^2(8-x)\le\log_3(3-x).$$

$$\cdot\log_2(8-x)-2.\qquad \log_4 4=1$$

$$\log_4(3-x)=\qquad \log_2 4=2$$

$$169\cdot 13 \quad 507 \quad 169 \quad 2197$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\log_2(3-x)=\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{8}\left(\log_2(3-x)^2\cdot\log_3(8-x)\right)^2\le\log_3(3-x).$$

$$\cdot\log_2(8-x)-2.$$

$$\log_2^n(3-x)\cdot\log_3^m(8-x)\qquad 3=2^t$$

$$3-x=2^n=23^k$$

$$8-x=3^m=2^l$$

$$2^n=(2^t)^k\Rightarrow n=tk$$

$$\log_2 3-x=\log_2 3\cdot\log_3 3-x$$

$$\log_a c=\log_a b\cdot\log_b c$$

$$\frac{1}{4}\quad\frac{1}{2}\quad\underline{1}\quad 2\quad 4$$

$$-2\quad-\underline{1}\quad 0\quad\underline{1}\quad 2$$

Чистовик

$y^2 \le 8y - 16$

$y^2 - 8y + 16 \le 0$

$(y-4)^2 \le 0 \Rightarrow y = 4$

$\log_2(3-x) \cdot \log_3(8-x) = 4$

~~Логарифм возр.~~ Логарифм возраст.

ф-ия $\Rightarrow \log_2(3-x)$ и $\log_3(8-x)$ - убыв. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \log_2(3-x) \cdot \log_3(8-x)$ ~~= 4~~ - убыв. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ у неё один только при одном x

значение 4. Это -1

$\log_2(3-(-1)) \cdot \log_3(8-(-1)) =$

$= \log_2 4 \cdot \log_3 9 = 2 \cdot 2 = 4$

Ответ: $x = -1$

№4

Для чисел n от a^3 до $(a+1)^3 - 1$

$[\sqrt[3]{n}] - a$

от a^3 до $a^3 + 3a^2 + 3a$

Сколько из них $\vdots a$?

от $a \cdot a^2$ до $a(a^2 + 3a + 3)$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

≈ на куб. корень

$n \mid a$

Очев-но все точные кубы

$n = a^3$ a - не целое

$n \mid a+d$ $\quad 0 \le d < 1$

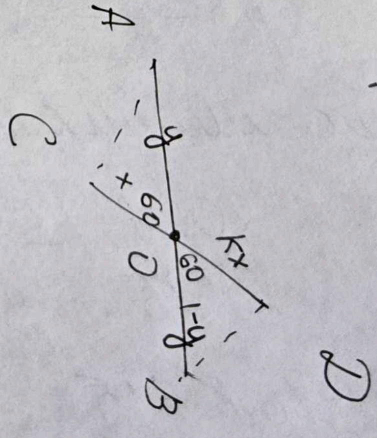
$a^3 \mid (a+d)$ Для чисел

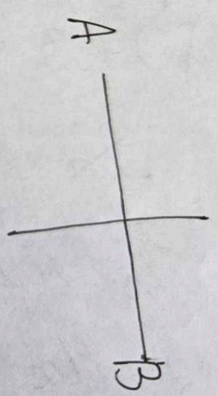
Для x

$n = a^3$ до $(a+1)^3 - 1$ $\sqrt{\cancel{n}}$ $-a$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 144 \\ \times 12 \\ \hline 288 \\ 144 \\ \hline 1728 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 22 \\ 169 \\ \times 13 \\ \hline 1\,507 \\ 169 \\ \hline 2197 \end{array}$$

~~17~~





Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

Чистовик

$a^2+3a+\cancel{1}\,3-(a^2-1)=a^2+3a+\cancel{1}\,3-a^2+1=3a+\cancel{2}\,4$

~~Чисел.~~

Среди чисел от 16 до $2\cancel{7}6$ это все чётные. Их 6.

~~От 27~~

При $a=3$ от 27 до $6\cancel{4}3$: $3\cdot3+2$

и т.д.

Ближайш. к 2025 куб $\cancel{13^3}$ 12^3

(с нижней стор.) $12^3=1728$

$3\cdot3+\cancel{2}4+3\cdot4+\cancel{2}4+\ldots+3\cdot12+\cancel{2}4=$

$=\cancel{2}4\cdot10+3(3+4+\ldots+12)=\cancel{2}40+3\cdot\frac{3+12}{2}\cdot10=$

$=\cancel{2}40+3\cdot15\cdot5=2\cancel{4}65$ => от 16 до 2196

~~От~~ $2\cancel{4}65+6=2\cancel{5}71$

Из них лишних от 2026 до 2196

⋮12. Их: $2028 ⋮ 12=169$

$2196 ⋮ 12=183$

$183-168=15$

$2\cancel{5}71-15=2\cancel{3}56$

Ответ: $2\cancel{3}56$