0 086110 460002

08-61-10-46
(151.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ____________

Место проведения Санкт Петербург
город

Сдано 13.34

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы"
наменование олимпиады

по Математике
профиль олимпиады

Широкина Григория Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«06» апреля 2025 года

Подпись участника

Широкина

08-61-10-46
(151.2)

Черновик.

90 (девяносто)

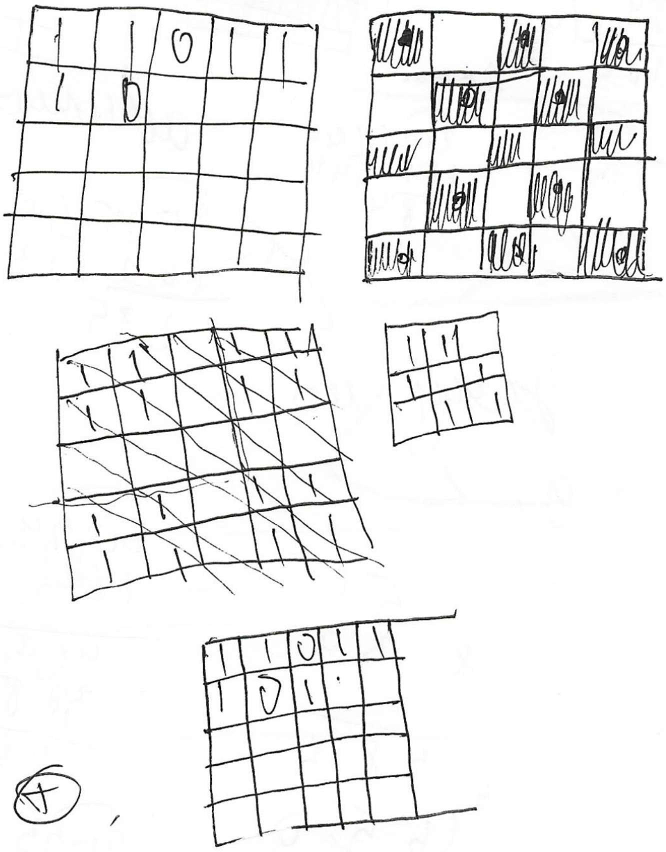
к-ч.

1) с желтым минимум 5.

2) остальные распределить поровну и.

2040 | 180
180 | 34. (к)
240

2024
2028
2027
2028
2029
2040
2031
2032
2033
2034
2035
2036
2037
2038
2039
2040. (к)



№4.

Заметим, что ... если на фигуре

... 1) ...

A — б.в, B — ч.б. (на одной из граней < A.

Черновик

1	1	0	1	1
		0		1
		0		0
		0		1
				1

Пусть возможно 17.

=> Мы строка и столбец

в каждом и ед-

Рассмотрим строку (Н.б.)

=> в этих двух строках минимум 5 нулей

$2026 \mid 46$, -184, 4, 186

только

$2024 \mid 46$, -184, 44, 184

только строку => минимум 9 0 (+)

$2045 \mid 55$, -165, 37, 385

1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
0	1	0	0	0
	0			

Значит, но

9, 2

55×37: 385, 1650, 2035

$2034 \mid 54$, -162, 37, 414, -378, 36 (−) 459

$2035 \mid 53$, -159, 38, 443, -424, 21

$2046 \mid 51$, -153, 39, 501, -459, 42

$2042 \mid 52$, -156, 39, 472, -468, 4

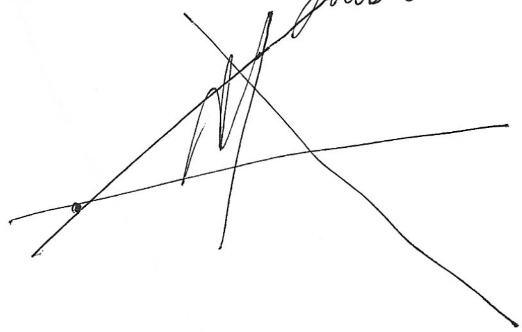
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
0	1	0	1	0

$$\left(10+10-\frac{7}{V}\right)\left(10+10-\frac{7}{V}\right)=400-\frac{210}{V}+\frac{49}{V^2}$$

$$100+100-\frac{70}{V}+100+100-\frac{49}{V^2}-\frac{70}{V}-\frac{70}{V}$$

08-61-10-46
(151.2)

Черновик.



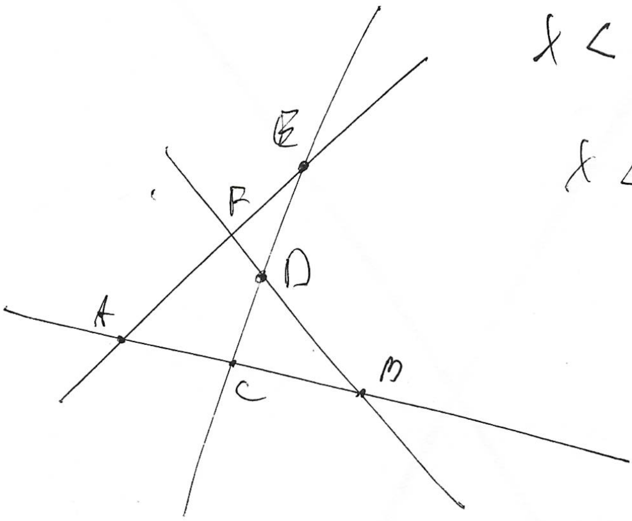
$x \quad \ldots \quad x+1$

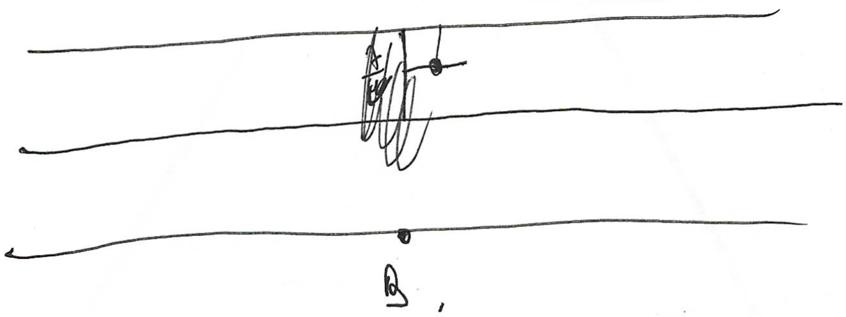
$\Downarrow$

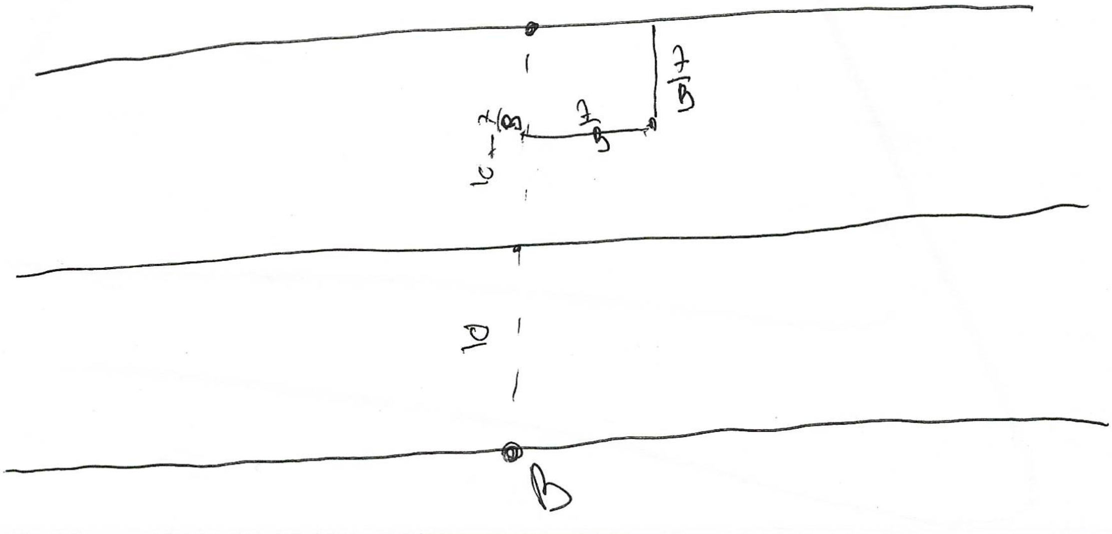
$\cancel{x+y_1+x+y_2}_{2025}$

$x < \dfrac{2025x+y_1+y_2\ldots}{2025}$

$x < x+$







Черновик

$$\begin{array}{r|l} 2026 & 46 \\ -184 & 44 \\ \hline 186 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2027 & 47 \\ -188 & 43 \\ \hline 147 & \\ -44 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2028 & 48 \\ -192 & 42 \\ \hline 108 & \\ -96 & \\ \hline 12 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2029 & 49 \\ -196 & 41 \\ \hline 69 & \end{array}$$

Чистовик.

Если пирожков каждого вида есть хотя бы одна штука:

№1. Заметим, что так как пирожков с яблоками было больше всех, то их минимум 5 (т.к. с картошкой 4). => $13 - 4 - 5 = 4$ пирожка надо распределить между с капустой, с яблоками, с малиной и с клубникой. => наибольшая сумма будет если будет два пирога с клубникой и остальные кроме яблока по одному. => тогда ответ: $60 \cdot 4 + 80 \cdot 5 + 70 \cdot 1 + 90 \cdot 1 + 100 \cdot 2 =$

$= 1000$ руб.

Аналогично при подсчёте наименьшей суммы должно быть два капустных пирога. => $60 \cdot 4 + 80 \cdot 5 + 70 \cdot 2 + 90 \cdot 1 + 100 \cdot 1 =$

$= 970$ руб. => Ответ: 970; 1000

Если допускается 0 пирожков какого-то вида:

$60 \cdot 4 + 80 \cdot 5 + 100 \cdot 4 = 1040 =$ макс. сумма

$60 \cdot 4 + 80 \cdot 5 + 70 \cdot 4 = 920$ руб.

Ответ: 920; 1040.

№2.

Переберём варианты: 2026 − 2035

2026 — 46
2027 — 47
2028 — 48
2029 — 49
2030 — 50
2031 — 51
2032 — 52
2033 — 53
2034 — 54
2035 — 55
2036 — 56
2037 — 57
2038 — 58
2039 — 59
2040 (+) : 60.

$2026 = 46 \cdot 44 + 2$

$2027 = 47 \cdot 43 + 6$

$2028 = 48 \cdot 42 + 12$

$2029 = 49 \cdot 41 + 20$

$2030 = 50 \cdot 40 + 30$

$2031 = 51 \cdot 39 + 42$

$2032 = 52 \cdot 39 + 4$

$2033 = 53 \cdot 38 +$ [illegible]

$2034 = 54 \cdot 37 + 36$

$2035 = 55 \cdot 37$

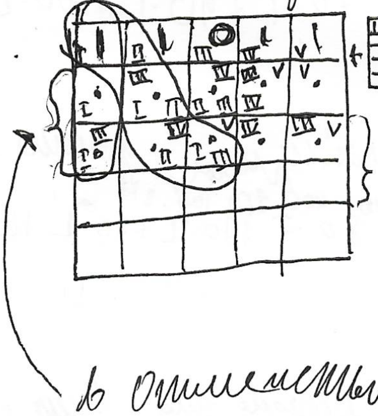
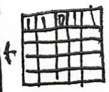
=> Ответ: 2035

№3. Пример: Ответ: 16.

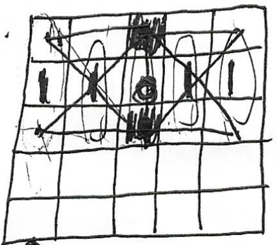
1	1	0	1	1
1	1	0	1	1
0	0	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	0	1	1

Оценка: Пусть можно 17 и больше. Тогда заметим, что если всех $3 \cdot 5 < 17$, то найдётся строка в которой 4 единицы.

Рассмотрим три случая положения этой строки. Остальные случаи получаются поворотом данных.

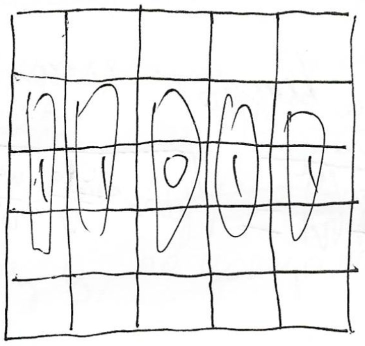
I.   (ед. способ расставить 4 единицы в строку — $\boxed{1\,1\,1\,0\,1\,1\,1}$ т.к. иначе появятся три единицы подряд, и по той же причине макс. 4 единицы в строке.)

в отмеченных ~~стол~~ строчках минимум 5 нулей, т.к. в обведённых клетках должен стоять по нулю, т.к. иначе появится столб или диагональ из трёх клеток, где все будут единицы, и таким образом в каждом столбце прямоугольника 2×5 стоит хотя бы один ноль $\Rightarrow$ всего нулей ≥ 5. $\Rightarrow$ если и возможен вариант с 17-ю, то в нижних двух строчках должно тоже стоять по 4 единицы $(4+5+4+4=17)$, но тогда по аналогичным ~~...~~ рассуждениям в двух строках выделенных } правой скобкой тоже минимум 5 нулей $\Rightarrow$ в трёх строчках по середине минимум 5 нулей, и в таком случае они все находятся по середине. $\Rightarrow$ тогда максимум $4+4+0+4+4=16$.

II. 

В обведённых клетках в сумме есть ноль, был бы 5 нулей, значит в сумме ~~максимум 10 ед. но в таких строках~~

Однако заметим, ~~что~~ что в столбце по середине минимум два нуля потому что если ни в одной из центральных клеток не стоит 0, то на зачеркнутых линиях должно быть минимум по нулю => уже 6. => в худшем случае среди верхних трёх строк ~~максимум~~ ~~7~~ максимум ~~7~~ единиц, в нижних двух тоже максимум 8. => 7+8 < 17 ⊖.

III. 

~~...~~ аналогичная ситуация.

IV. Заметим, что каждая точка лежит на пересечении ровно двух прямых => кол-во вариантов расставить точки зависит только от ~~...~~ положения других точек.

~~...~~ Начнём расставлять точки не умаляя общности начали с A.

A — расставить 6 в. (т.к. 6 точек)

B — 4 в. т.к. она должна не стоять на прямой с A.

C — 1 вариант.

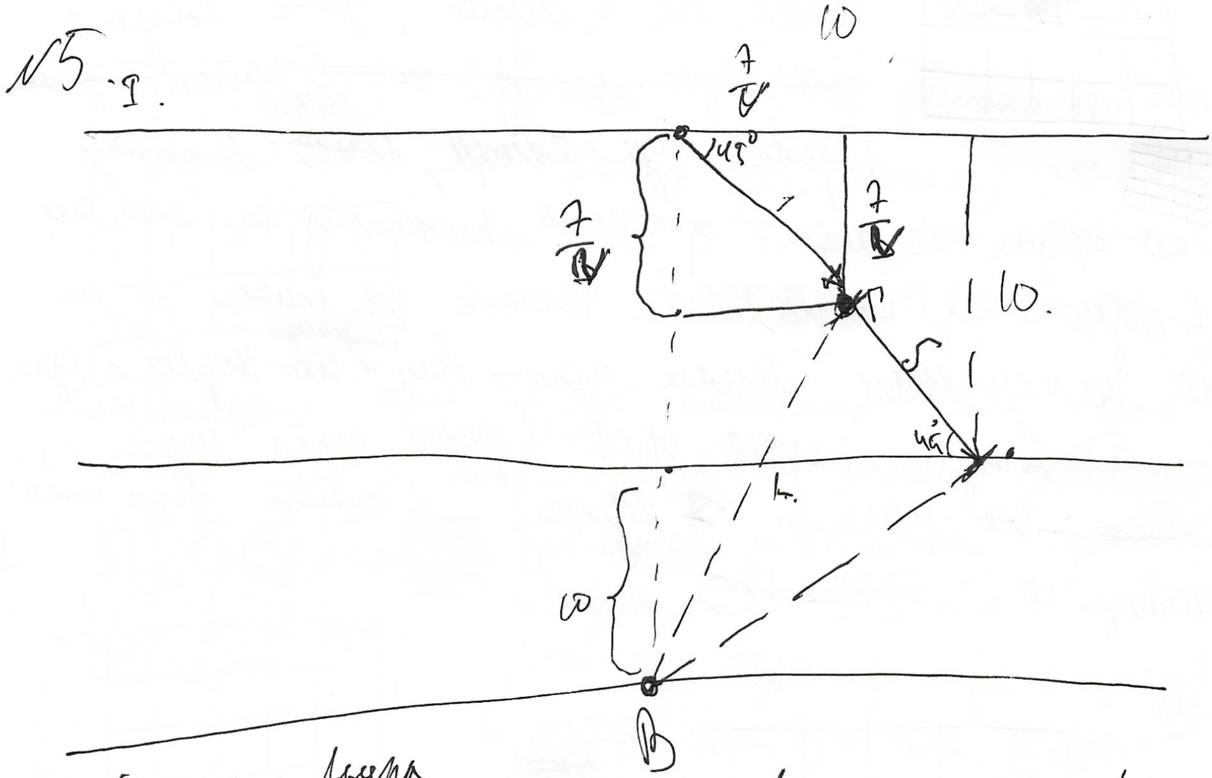
D — 1 вариант, т.к. должна лежать на пересечении ~~...~~ прямой

AD и CD. аналогично у всех ~~...~~ оставшихся точек — ~~1 вариант~~ 1 вариант.

№4

$\Rightarrow$ Ответ: $6 \cdot 4 = 24$ варианта

№5.



V – скорость выдры

L – расстояние между шарпом и выдрой когда выдра добежит до берега. $= \sqrt{\left(10+10-\frac{7}{v}\right)^2 + \left(\frac{7}{v}\right)^2} = \sqrt{400 - \frac{280}{v} + \frac{49}{v^2} + \frac{49}{v^2}} =$

$= \sqrt{400 - \frac{280}{v} + \frac{98}{v^2}}$

$\Rightarrow$ мы можем посчитать время через которое шарп будет на середине канала, и расстояние до выдры, и выразить V.

найдем время которое шарп потратит на расстояние S.

$\Rightarrow S = \sqrt{10^2+10^2} - \sqrt{2\frac{49}{v^2}} = \sqrt{200} - \frac{7}{v}\sqrt{2}$

$t = \frac{\sqrt{200} - \frac{7}{v}\cdot\sqrt{2}}{1}$ $\Rightarrow$ за это время выдра должна пройти расстояние

$\sqrt{200}$. $\Rightarrow V = \frac{\sqrt{200}}{\sqrt{2}\left(\sqrt{100} - \frac{7}{v}\right)}$ $\Rightarrow V = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{100} - \frac{7}{v}}$ $\Rightarrow V\sqrt{100} - 7 = \sqrt{100}$

$\Rightarrow (V-1)\sqrt{100} - 7 = 0$

$\Rightarrow (V-1)\sqrt{100} = 7$

$\Rightarrow V = \frac{7}{\sqrt{100}} + 1$

Ответ: $V = \frac{7}{\sqrt{100}} + 1$

№6.

Расположим по порядку $x_1 < x_2 < x_3 \ldots \ldots x_{2025}$.

Заметим, что для получения наибольшего размаха нам нужен минимальный минимум и максимальный максимум.

минимум $= y_1$, т.к. $x_1 < \frac{x_1 + x_2 + x_3 \ldots x_n}{n}$, где

$x_2 \ldots x_n > x_1$, т.к. ~~...~~ представим $x_2 = x_1 + y_1$,

$x_3 = x_1 + y_2 \ldots x_n = x_1 + y_n$, и вынесем за скобку: $\frac{x \cdot n + \overbrace{y_1 + y_2 \ldots y_n}^{n}}{n}$

$= x + \frac{\overbrace{y_1 + y_2 \ldots y_n}^{n}}{n}$ где $\frac{y_1 + y_2 \ldots y_n}{n} > 0$.

а минимальный минимум достигается если $y_1 =$ наименьшему из иксов. (~~...~~ в размере размаха нам важен только минимум, так как макс y_{2025} - ~~...~~ один и тот же y y_{2025} - наибольшее число из y_1 по доказанному ~~ранее~~ ранее) . тогда размах = 1

=> $y_1 = x$, тогда макс. $y_{2025} = \frac{x + (x+1) \cdot 2024}{2025}$.

=> $y_{2025} = \frac{2025x + 2024}{2025} = x + \frac{2024}{2025}$.

=> Ответ: максимальный размах $= \frac{2024}{2025}$