0 677516 010009

67-75-16-01
(150.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант В-1

Место проведения Казань
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Покори воробьевы горы!"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Мучинина Арсения Дмитриевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 лист

Дата

Подпись участника

«6» апреля 2025 года

67-75-16-01 (150.2)

Черновик. 85 (восемьдесят пять)

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y} \geq \frac{a}{2}+2 \quad \forall x,y>0$$

$19\cdot 3 = 2a+19d$. $54 \; \boxed{d:3}$ $\boxed{d:3}$.

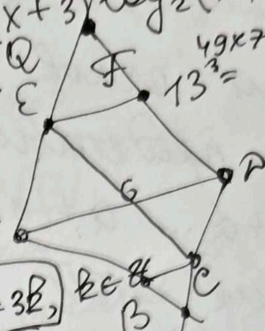
$\times 169 \; 13$; 507 ; 169 ; 2197

$\times 144 \; 12$; 288 ; 144 ; 1728

19 игр сыграли каждая команда $a>0$ $\boxed{\text{по } 3}$. 57 очков максимум.

$S(APQD)$

$2\log_4^2(x+3)\log_9^2(x+8) \leq \log_3(x+3)\log_2(x+8)-2$



$49\times 7 = 28$ $13^3=$

$a-d=?$ 20 команд.

$n\in A \mid n \vdots [\sqrt[3]{n}]$.

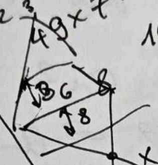
$a-19d$ $\times 121 \; 11$; 121 ; $20\cdot\frac{121}{1331}$

$a \quad a-d \ldots$

54 5148 63 0

$54 \ldots 2 \; 3$ $49\times 7 = 280+63$ $\boxed{d=3k}$, $k\in\mathbb{Z}$ $|CE|=1$

$10 \to 27$



$2^3=8$
$3^3=27$
$4^3=64$
$5^3=125$
$6^3=216$
$7^3=343$
$8^3=512$
$9^3=729$
$10^3=1000$
$11^3=1331$
$12^3=1728$
$13^3=2097$.

$\times 144 \; 12$; 288 ; 144 ; 1728 $\times 8 \; 9 \; 72$

$\times 169 \; 13$; 507 ; 169 ; 2097

$19\cdot 3 = (2a+19)$.

рассмотреть два случая?

$C_{20}^2 = 190$ игр

$a;\ a+d \ldots a+19d$

$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y} \geq \frac{a}{2}+2$ $\frac{9}{4}\geq a\left(\frac{4-5}{10}\right)$

51

$\sqrt[3]{25}=2$

$\forall x,y \geq 0$ $\frac{9}{4}\geq a\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right)$

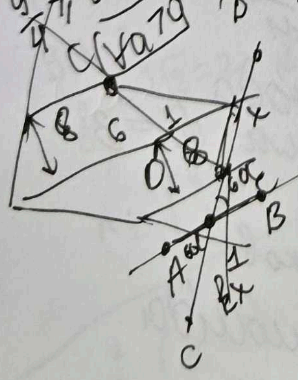
$a\cdot\left(\frac{1}{10}\right)$

$\frac{9}{4} \geq a \cdot$ $\boxed{a \geq -\frac{45}{2}}$ ... $x=4$ $\boxed{0a}$

$190\cdot 3 = (2a+19d)\cdot 20$ всего

$(m,k)=?$ $AB \leftrightarrow \ell$

$AC = BD$?



$2+\frac{ak}{2k} \geq \frac{a}{2}+2$ $y=4$: $\frac{y=4}{2}$

$|CD| = m$

$\frac{CO}{OD} = k$

$\angle AOC = 60°$

$x=1$: $\frac{1}{y}+y+\frac{a\sqrt{y}}{y+1} \geq \frac{a}{2}+2$

$\frac{1}{y}+y-2 \geq a\left(\frac{\sqrt{y}}{y+1}-\frac{1}{2}\right)$

$\frac{1}{y}+y$ $\forall y$:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	30
54	51	48	45	42	39	36	33	...	

$\boxed{AC\ 40 \; 27}$ 57 $\neq BD$

0 3 6 9 ... 19

0 1 2 ... 19

Чистовик.

1. заметим, что разность прогрессии $d \vdots 3$.
Пусть a – первый член, (команда, набравшая минимум очков) d – разность.
поймем, что всего игр было $C_{20}^{2} = 190$
значит очков разыгрывалось $190 \cdot 3$.
очки представимы в виде прогрессии
$a, a+d \dots a+19d$,
сумма этой прогрессии: $190 \cdot 3$

$$\frac{2a+19d}{2} \cdot 20 = 190 \cdot 3 \Rightarrow 2a + 19d = 19 \cdot 3$$

заметим, что $d \vdots 3 \Rightarrow a \vdots 3$
т.к. $19d \vdots 19$, $19 \cdot 3 \vdots 19 \Rightarrow a \vdots 19$.
птч

но минимальное целое число 70, которое $\vdots$ и на 3 и на $19 = 57$
которое стоит в птч. если $\begin{cases} a \vdots 3 \\ a \vdots 19 \end{cases}$

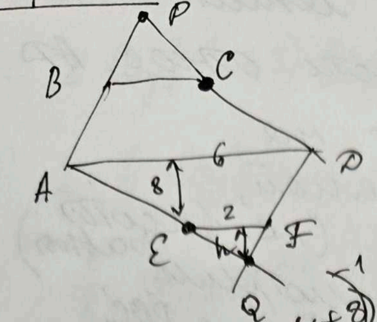
и если $a = 57$ $2 \cdot 57 + 19 \cdot d > 19 \cdot 3$
все a больше – не подойдут.
т.е. нам единственный вариант: $a = 0$. отсюда находим $d = 3$.

$\Rightarrow$ команды получили
0 3 6 ... 51 54 57 очков
второе место заняла команда у которой 54 очка.

Ответ: 54.

67-75-16-01 (150.2)

Черновик.



$AP = 6$

$h(ABCD) = 8$

$h(APEF) = 8 \Rightarrow (t-4)^2 \le 0$

$\boxed{t=4}$

$\frac{1}{8}\log_2^2(x+3)\log_3^2(x+8) - 2$

$\le \log_3(x+8) \cdot \log_2(x+3)$

$\frac{\log_3 2}{} \quad \frac{}{\log_2 3}$

$t^2 - 8t + 16 \le 0$

$\log_3 2 \cdot \log_2 3 = 1$

$4 \cdot (\log_3(x+8))^{-1} = BC = EF = 2$

$\rho(C, E) = 1$

$\frac{h}{\log}$

$= \frac{-4}{\log_3^2(x+8)} \cdot \frac{1}{(x+8)\cdot \ln 3}$

$6 \cdot 12 = \boxed{72}$?

$\frac{h}{2} = \frac{h+8}{6} \;\Big|\cdot 6$

$3h = h + 8 \Rightarrow h = 4$

можем мы достичь $\log_3^2 \cdot \log_2^2$

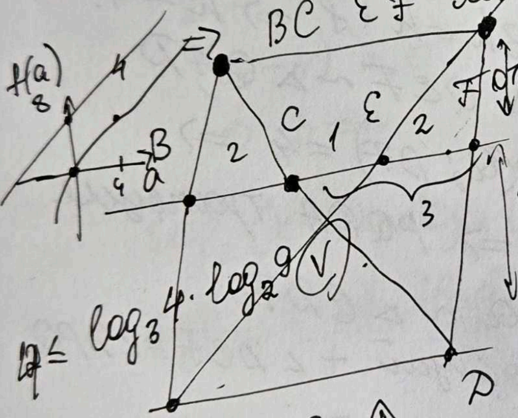
$\log_2^2(x+3)\log$

$(\log_2 x)' = \left(\frac{\ln x}{\ln 2}\right)' = \boxed{\frac{1}{x \ln 2}}$

$CE = 1$

$\frac{1}{8}\log_2^2$

$\frac{1}{8}t^2 \le t - 2$



$\Rightarrow BC\ EF$ лежат в одной полуплоскости отн. AD $\Rightarrow$ не одной прямой.

$\frac{PQ}{12} = \frac{3}{8}$

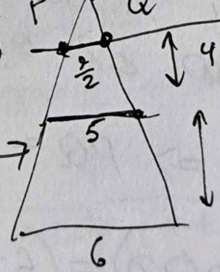
$PQ = \frac{36}{8} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

$\log_2(x+3)\ \log_3(x+8)$

$S(APQD)$

$\log_2(x+3)$

$2 \le \log_3 4 \cdot \log_2 9$ (V)



$\frac{x}{12} = \frac{3}{8}$

$x = \frac{36}{8} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

$\log_2 64 = 3$

$= \frac{1}{2}\log_2 64$

$10 : 2$

9×2

$8 : \sqrt[3]{8} = 2$

$a =$

$a = 4$

6

$\frac{6 + \frac{9}{2}}{2} \cdot 12$

$(6 + \frac{9}{2}) \cdot 6 =$

$= 36 + 27 = \boxed{63}$.

$9 \cdot 7$

$n : [\sqrt[3]{n}]$.

$\log_4^2(x+3) \cdot \log_9^2(x+8) \le \log_2(x+8)^{-2}$

$2\log_4^2(x+3) \le \log_3(x+3)\log_2(x+8)$

$\log_4^2(x+3)\log_9^2(x+8)$

$(\log_2(x+3))^2 \left(\frac{1}{2}\log_3(x+8)\right)^2$

$2\log_4^2(x+3)$

$2 \cdot \left(\frac{1}{2}\log_2(x+3)\right)^2$

$\log_2^2(x+3)\log_3^2(x+8)$

$\log_2(x+8)\log_3(x+3)^{-2}$

$\frac{1}{8}\log_2^2$

$\le$

$(a+8)^3 \le 54a$

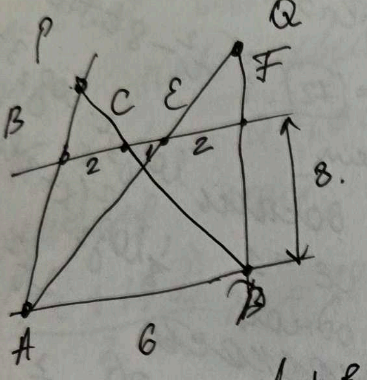
$\boxed{a + 8 \le 3\sqrt[3]{a}}$

чистовик.

2. заметим, что BC и EF лежат в одной полуплоскости относ. AD

более того, они лежат на одной и той же прямой, параллельной AD. (т.к. высоты равны)

1) рассмотрим △PAD и △PBC. они подобны по ∠P (общий) и ∠PCB = ∠PDA (BC∥AD) ⇒



Пусть высота в △PBC = h.

тогда $\frac{h}{2} = \frac{h+8}{6} \Rightarrow 3h = h + 8 \Rightarrow h = 4.$

2) аналогично в △QEF ~ △QAD

3) то есть ρ(P; BF) = ρ(Q; BF) = 4 ⇒ PQDA трапеция.

⇒ PQ ∥ AD ∥ BF

4) рассмотрим △PDQ ~ △CDF

они подобны ∠D общий + ∠DCF = ∠DPQ

$\Rightarrow \frac{CF}{PQ} = \frac{8}{12} \Rightarrow PQ = \frac{12 \cdot CF}{8} = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}.$

5) тогда $S(APQD) = \left(6 + \frac{9}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 =$

$= \left(6 + \frac{9}{2}\right) \cdot 6 = 36 + 27 = 63.$

Ответ: 63.

Чистовик ОДЗ: $x>-3$

3. $2\log_4^2(x+3)\log_9^2(x+8) \le \log_3(x+3)\log_2(x+8)-2$

$2\cdot\frac{1}{4}\log_2^2(x+3)\cdot\frac{1}{4}\log_3^2(x+8)\le\log_3(x+3)\log_2(x+8)-2$

$\frac{1}{8}\log_2^2(x+3)\log_3^2(x+8)\le\frac{\log_2(x+3)}{\log_2 3}\cdot\frac{\log_3(x+8)}{\log_3 2}-2$

$\log_2 3\cdot\log_3 2=1\Rightarrow$

Пусть $\log_2(x+3)\log_3(x+8)=t$

$\frac{1}{8}t^2-t+2\le0 \quad |\cdot 8$

$t^2-8t+16\le0$

$(t-4)^2\le0$

$\Rightarrow t=4.$

$\log_2(x+3)\cdot\log_3(x+8)=4.$

$\cancel{\log_2(x+3)\cdot\frac{\log_2(x+8)}{\log_2 3}=t}$

Заметим, что $x=1$ – корень,

$\Rightarrow \log_2(x+3)=\frac{4}{\log_3(x+8)}.$

заметим, что слева функция возрастает, справа убывает

$\Rightarrow$ корень единственный $x_0=1$.

$f(t)=\log_2 t \Rightarrow f'(t)=\frac{1}{t\ln 2},\ t>0 \Rightarrow f'(t)>0$

$g(t)=\frac{4}{\log_3(t+5)}\Rightarrow g'(t)=\left(4\cdot(\log_3(t+5))^{-1}\right)'=$

$=\frac{-4}{\log_3^2(t+5)(t+5)\ln 3}.$

$g'(t)<0$ на ОДЗ

$\Rightarrow$ Ответ: $x=1$.

Черновик:

27, 30 63

27; 27+3 ...

1

$27+3\cdot n=63$

$9+n=21$

$n=12$

$27+3\cdot 12=63$

27 30 27+3·2 ... 27+3·12=63

13.

$64+4d=$ $d=27$ $64+d=91$

$57-36=21$ $36+n=57$ $216+6n=342$

$1331+11n=1727$ $121+n=157$

63 − 27; 3·21; 3·3; 3·18; 54

1728 + 288 = 2016

1728

$51^3+8d^3=728$

$64+nd$ $64+n\cdot 4=124$ $16+n=31$ $n=15$

1727 : 11 = 157

$729+9n=999$ $81+n=111$ $n=30$

$27+nd=63$ $9+n=21$ $n=12$

$125+n\cdot 5=215$ $n=18$

$272+25=25+n=43$ 297

11

342 : 6 = 57

$1728+12n\leq 2025$.

$12n\leq 297$

$25\times 12=300$

511 : 7 = 73

510

$216+6\cdot d=342$

$36+d=57$ 21

$240+48=288$

$n\leq\frac{297}{12}$ $n=20$ $n=25$ 24

490 + 21; 511 : 7

511 − 343 = 168

$n=11$

$343+7d\geq 510$

$7n\geq 168$ $n\geq 168:7$

$144\cdot 2=288$

1728 .... $1728+12\cdot 24$ 2016

n2 $12\cdot 24=$ 2016

$343+7n=510$

$1728+$ ~~2028~~.

$49+n=$

$1728+12\cdot 11$

$1728+12\cdot 24$

$343+7n=511$

$49+n=73$

$n=73-49=$

$=24$

1728 + 288 = 2016

Черновик.

$$\frac{m^2}{4(k+1)^2}(k^2+4k+5)-\frac{m}{2(k+1)}\cdot 3(k+4)+4=0.$$

$$D=(3k+12)^2-16(5+4k+k^2)=$$

$$=\cancel{9k^2}+\cancel{72k}+144-80-\cancel{64k}-\cancel{16k^2}=$$

$$=-7k^2+8k+64$$

$$k\quad -14k+8=0$$

$$k=\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$$

$$-7\cdot\frac{16}{49}+\frac{32}{7}+64=$$

$$=\frac{16}{7}+64>0$$

Чистовик

6. Пусть мы расположили систему координат что ось x параллельна l

Пусть $A(0;0)$

$B(1;0)$

$O(x;0)$ причем $x \in (0;1)$.

$|OA| = 2a$ $\boxed{2a}$

$|CO| = 2ka$ $\boxed{2ka}$

$D(x+a;\ a\sqrt{3})$

$C(x-ax);\ 2a\sqrt{3})$

$\overline{CD} = m \Rightarrow 2a(k+1) = m.$

$\overline{AC} = \{x-ax;\ 2a\sqrt{3}\}$

$\overline{BD} = \{x+a-1;\ a\sqrt{3}\}$

$(x-ax)^2 + 12a^2 = (x+a-1)^2 + 3a^2$

$x^2(a-1)^2 + 9a^2 = x^2 + (a-1)^2 + 2x(a-1)$

то есть должно выполняться такое соотношение.

$$\begin{cases} x^2((a-1)^2-1) - 2x(a-1) + 9a^2 = 0. \\ 2a(k+1) = m \ (2) \end{cases}$$

$(2) \Rightarrow a = \frac{m}{2(k+1)}$, то есть x — переменная $x \in (0;1)$.

см дальше →

Пусть $f(x) =$ чистовик

$$x^2((a^2-1)^2-1) - 2x(a-1) + 9a^2 = 0$$

$$f(0) = 9a^2 > 0$$

$$f(1) = (a-1)^2 - 1 - 2(a-1) + 9a^2 =$$
$$= \cancel{a^2} - 2a + 1 - 1 - 2a + 2 + \cancel{9a^2} =$$
$$= 10a^2 - 4a + 2 =$$
$$= 2(5a^2 - 2a + 1)$$

нам нужно, чтобы $f(x)$ имело корни на $\boxed{[0;1]}$.

и найти такие a, при которых это возможно.

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(0) < 0 \quad \varnothing \\ f(1) > 0 \end{cases} \Rightarrow \quad 9a^2 < 0 \quad \varnothing \quad \dots \\ \begin{cases} f(1) < 0 \\ f(0) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{f(1) < 0}. \end{array}\right.$$

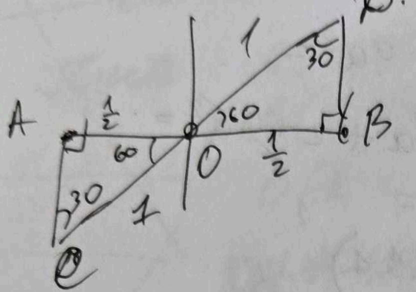
$$10a^2 - 4a + 2 < 0$$
$$5a^2 - 2a + 1 < 0$$
$$D = 4 - 20 < 0$$

корней нет.

значит

6. черновик
рассмотрим тривиальный случай

$k=1;\ m=2$

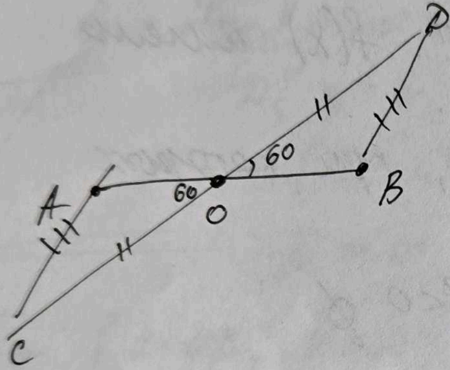


эта пара чисел входит в ответ.

Давайте также заметим, что

$$\begin{cases} k=1 \\ m>0 \end{cases}$$

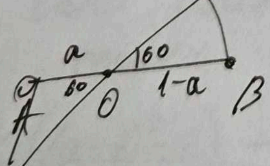
тоже подойдет, ведь мы получили равные треугольники.



Пусть $k\neq 1$

тривиальный случай:

ответ:



$$\boxed{\begin{cases} k=1 \\ m>0 \end{cases}}.$$

Чистовик.

4. выпишу все кубы от 2 до 12:

$2^3=8$
$3^3=27$
$4^3=64$
$5^3=125$
$6^3=216$
$7^3=343$
$8^3=512$
$9^3=729$
$10^3=1000$
$11^3=1331$
$12^3=1728$
$13^3>2025.$

1) все числа из выписанных далее отрезков будут давать после применения $[\sqrt[3]{x}]$ такие результаты:

x	$[\sqrt[3]{x}]$	количество:
$[25; 26]$	2	1
$[27; 63]$	3	13
$[64; 124]$	4	16
$[125; 215]$	5	19
$[216; 342]$	6	22
$[343; 511]$	7	25
$[512; 728]$	8	28
$[729; 999]$	9	31
$[1000; 1330]$	10	34
$[1331; 1727]$	11	37
$[1728; 2025]$	12	25.

50

теперь найдем количество чисел кратных $[\sqrt[3]{x}]$ из данных отрезков и результат запишем в таблицу:

просуммируем количество:

$26+(13+16+\ldots+37)=251.$

Ответ: 251 число.

черновик.

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y}\geqslant\frac{a}{2}+2$$

$\frac{(x+y)^2}{xy}$ x^2-2

$\frac{(x^2+y^2+2xy)-2xy}{xy}$

$\forall x,y>0$ ↑ выполняется

xy $-1+a\geqslant\frac{a}{2}+2$ $\quad$ $\frac{a}{t}\geqslant\frac{a}{2}+2$ $\quad$ $\boxed{x+y=\sqrt{xy}}$

$$\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y}\geqslant\frac{a}{2}+2$$

$a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3$ $\quad$ $a^3+b^3+3ab(a+b)$

$$\frac{a+8}{6}-\left(\frac{3a+24}{6}\right)=$$

$$\begin{cases}x+y=\alpha>0\\ \sqrt{xy}=\beta>0\end{cases}$$

$(a^2+2ab+b^2)(a+b)$ $\quad$ $=\frac{-2a-32}{6}=$

$$=-a-\frac{16}{3}$$

$\frac{(x+y)^2}{\sqrt{xy}}$ $\quad$ $\boxed{\frac{x+y}{\sqrt{xy}}=t}$

$$\frac{\alpha^2}{\beta^2}+\frac{a\beta}{\alpha}\geqslant\frac{a}{2}+4$$

$$\sqrt{\frac{a+8}{6}}\left(\frac{a+16}{3}\right)+a>0$$

$\frac{\alpha}{\beta}=t>0$

$\frac{x^2+y^2+2xy-2xy}{xy}$ для $\forall\alpha,\beta>0$ $\quad \frac{a}{2}+2$

$$\frac{\alpha^2}{\beta^2}+a\cdot\frac{\beta}{\alpha}\geqslant\frac{a}{2}+4$$

$$\frac{a+8}{3}\sqrt{\frac{a+8}{6}}\leq a$$

$\frac{(x+y)^2}{xy}+\frac{a\sqrt{xy}}{(x+y)}$

$$t^2+\frac{a}{t}\geqslant\frac{a}{2}+4$$

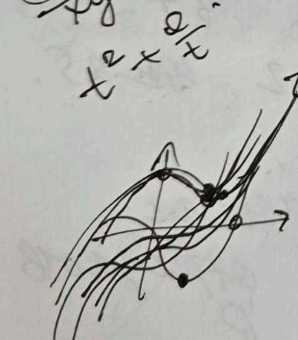
выполняется для $\forall t>0$

$t^2+\frac{a}{t}$

$$t^3-\left(\frac{a}{2}+4\right)t+a\geqslant0\quad\forall t,$$

$$\sqrt{\frac{a+8}{6}}\left(\underbrace{\frac{a+8}{6}-\left(\frac{3a+24}{2}\right)}\right)+a\geqslant0$$

необходимо $t>0$



$a>0$ окей.

$$f(t)=t^3-\left(\frac{a}{2}+4\right)t+a$$

$f(0)>0$ всегда. $\quad t_*=\sqrt{\frac{a+8}{6}}$

$t=1$ $\quad<0$

$$f'(t)=3t^2-\frac{a}{2}-4.\quad f(t_*)>0$$

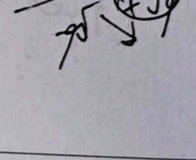
$$\frac{a+8}{6}\cdot\sqrt{\frac{a+8}{6}}-\left(\frac{a}{2}+4\right)\sqrt{\frac{a+8}{6}}+a>0$$

$$3t^2=\frac{a}{2}+4=\frac{a+8}{2}$$

$a=1:$

$2t^3-9t+2$

$$t^2=\frac{a+8}{6}$$



$$t_*=\pm\sqrt{\frac{a+8}{6}}.$$

~~Чистовик.~~ Черновик.

5. Пусть $\frac{x+y}{\sqrt{xy}} = t > 0$ $\frac{x^2+y^2}{xy} + \frac{a\sqrt{xy}}{x+y} \geq \frac{a}{2}+2$

тогда наше неравенство перепишется в виде: $\frac{x^2+y^2+2xy-2xy}{xy}$

$\frac{(x+y)^2}{xy} + \frac{a\sqrt{xy}}{x+y} \geq \frac{a}{2}+4$

$t^2 + \frac{a}{t} \geq \frac{a}{2}+4.$, это неравенство должно выполняться при $\forall t>0$.

$\cancel{(t+2)(2t}$

$|\cdot 2t > 0$

$t^2+\frac{a}{t} \geq \frac{a}{2}+4.$ $t=1$ $\boxed{t=2}$ равенство

$2t^3+2a \geq at+8t$

$2t^3 - t(a+8)+2a \geq 0$

то есть $f(t) = 2t^3 - t(a+8)+2a$

должна принимать неотрицат. значение на $(0;+\infty)$

$2t^3 - t(a+8)+2a \;|\; t-2$
$2t^3-4t^2 \qquad 2t^2+4t+a$
$4t^2 - t(a+8)$
$-\;4t^2-8t$
$-ta+2a$

$f'(t) = 6t^2-(a+8)$

найдем нули произв: $6t^2 = a+8$

$t = \pm\sqrt{\frac{a+8}{6}}$

$+ \quad -0 \quad +$

$-\sqrt{\frac{a+8}{6}} \quad \sqrt{\frac{a+8}{6}}$

$\nearrow \searrow \nearrow$.

найду $f(0) = 2a > 0$

то есть, для того, чтобы неравенство было выполнено для $\forall t>0$ необходимо и достаточно $\Leftrightarrow f\left(\sqrt{\frac{a+8}{6}}\right) \geq 0$.

$\Rightarrow 2\cdot\frac{a+8}{6}\cdot\sqrt{\frac{a+8}{6}} - (a+8)\cdot\sqrt{\frac{a+8}{6}} + 2a \geq 0.$

$\left(\frac{a+8}{3}\right)\sqrt{\frac{a+8}{6}} - (a+8)\sqrt{\frac{a+8}{6}} \geq -2a$

$-\frac{2}{3}(a+8)\sqrt{\frac{a+8}{6}} \geq -2a \quad |\cdot(-1)$

$\frac{a+8}{3}\sqrt{\frac{a+8}{6}} \leq a \Leftrightarrow$ $\Rightarrow$

$(a+8)\sqrt{a+8} \leq 3\sqrt{6}\cdot a$ $\quad |\cdot 3\sqrt{6}$

$\boxed{(a+8)^3 \leq 54a^2}$.

см след лист $\rightarrow$

черновик

$(a+8)^3 \le 54a^2$

$a^3+64+24a(a+8) \le 54a^2$

$a^3+64+24a^2+192a \le 54a^2$

$a^3-30a^2+192a+64 \le 0$, $a>0$

$f(a)=a^3-30a^2+192a+64$

$f'(a)=3a^2-60a+192$

$f'(a)=0 \Rightarrow 3a^2-60a+192=0$

$a^2-20a+64=0$

$(a-16)(a-4)=0$

$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{16\sqrt{xy}}{x+y} \geqslant 10$

$\frac{(x+y)^2}{xy}+\frac{16\sqrt{xy}}{x+y} \geqslant 12$

$\boxed{t^2+16/t \geqslant 12}$

$f(0)=64$

$f(16)=2^{12}-30\cdot 256+192\cdot 16+64$

$16\cdot 256-30\cdot 256+192\cdot 16+16\cdot 4$

$16\cdot 256(-14)+192\cdot 16+16\cdot 4$

$16\cdot -(14\cdot 16)+192\cdot 16+16\cdot 4$

$192+4-14\cdot 16=$

$=196-14\cdot 16<0.$

$2t^3+t(a+8)+2a \,|\, t-2$

$2t^2+4t$

$-2t^3-4t^2$

$4t^2-t(a+8)$

$4t^2-8t$

$-ta+2a$

$f(4)=64+64-30\cdot 16+192\cdot 4>0.$

$t^2+\frac{16}{t} \geqslant 12$

$\boxed{t^3-12t+16 \geqslant 0}$

$3t^2-12=0$

$\Rightarrow 3t^2=12$

$t^2=4$

$t=\pm 2$

$f(8)=512-30\cdot 64+192\cdot 8+64=$

$=8\cdot 64-30\cdot 8\cdot 8+192\cdot 8+8\cdot 8$

$8(64-240+192+8)=$

$=>0.$

$f(32)=40^3=54\cdot 32^2$

$4\;8\cdot 5$

$2t^3+4t^2+at$

$(t-2)(2t^2+4t+a)$

$2t^2+4t-16$

$2t^2+4t-a$

$(t-2)(2t+8)$

$t=4$

Чистовик.

5. Пусть $\frac{x+y}{\sqrt{xy}} = t > 0$

тогда наше неравенство представляет из себя:

$$t^2 + \frac{a}{t} \geq \frac{a}{2} + 4. \quad \Big| \cdot 2t > 0$$

$2t^3 + 2a - at - 8t \geq 0$. заметим, что $t=2$ корень

$$(t-2)(2t^2+4t-a) \geq 0$$

неравенство должно выполняться для $\forall t > 0$.

~~Пусть~~

$\Rightarrow$ Пусть $f(t) = 2t^2 + 4t - a$, этот трехчлен должен на интервале $(0;2]$ быть отрицательным, а на $[2;+\infty)$ быть положительным.

Пусть это не так, и найдется точка t_0 из $(0;2)$ где $f>0$, тогда $(t-2)\cdot f < 0$, то есть нерав. не выполняется. $\Rightarrow$

$\Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow 16 - a = 0$

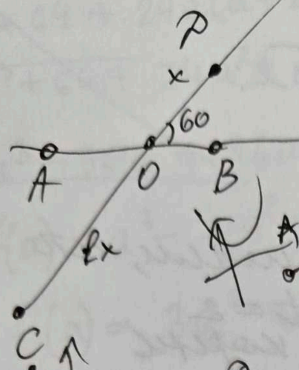
$\Rightarrow \boxed{a = +16}$.

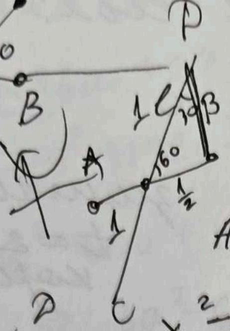
то есть нам подходит только $a=16$. непосредственной подстановкой убеждаемся, что это действительно ответ.

Ответ: $a=16$.

Черновик.

$x^2(5+4k+k^2)-x(3k+12)+4=0.$





$AB=1$

$CD=m$

$\frac{CO}{OD}=k$

$AC=BD.$

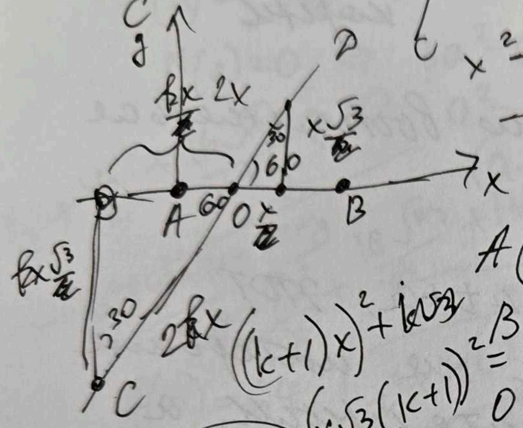
$\Rightarrow 2(k+1)x=m$

$4(k+1)^2x^2=m^2$

$x=\frac{m}{2(k+1)}$

$|\cdot 4$

$x^2-\frac{k^2x^2}{4}-kx^2+\frac{3}{4}kx=\frac{9x^2}{4}+1-3x$



$\boxed{m,k=?}.$

$A(0;0)$

$B(1;0)$

$O(x;0)$

$\exists x:$

$((k+1)x)^2+k\sqrt{3}$

$(x\sqrt{3}(k+1))^2=m^2$

$(k+1)^2x^2+(k+1)x^2\cdot 3=m^2$

$\frac{kx}{2}+\frac{x}{2}$

$\boxed{kx\frac{\sqrt{3}}{2}+x\frac{\sqrt{3}}{2}}=m$

$D\left(x+\frac{x}{2};\ \frac{x\sqrt{3}}{2}\right)$

$C\left(x-\frac{kx}{2};\ -kx\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\frac{k(x+1)}{2}+$

$\overline{CD}=m$

$\overrightarrow{AC}=\sqrt{\left(x-\frac{kx}{2}\right)^2+kx\cdot\frac{3}{4}}=$

$\cancel{4x^2}-k^2x^2-4kx^2+3kx=\cancel{9x^2}+4-12x$

$=\left(x-\frac{kx}{2}\right)^2+kx\cdot\frac{3}{4}=$

$5x^2+k^2x^2+4kx^2-3kx-12x+4$

$=x^2-\frac{k^2x^2}{4}-kx^2+kx\cdot\frac{3}{4}$

$=\left(x+\frac{x}{2}-1\right)^2+\frac{x^2\cdot 3}{4}$

$\left(\frac{3x}{2}-1\right)$

$\boxed{\frac{9x^2}{4}+1-3x}$