0 235134 900005

23-51-34-90
(135.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 2

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы горы ~~[illegible]~~
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Карпука Романа Максимовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«6» апреля 2025 года

Подпись участника

23-51-34-90 (135.1)

Черновик:

85 (восемьдесят пять)

№1

$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 < a_7 < a_8 < a_9 < a_{10}$

$2 \cdot \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \cdot 2 = 90$

~~1+2+3+~~ $0+1+2+..+9=45.$

$a_9 = 8$

$\left(\frac{2 \cdot a_{10} - 9 \cdot d}{2}\right) \cdot 10 = 90$

$a_{10} - \frac{9d}{2} = 18$

$d = 2k \ (k \geq 1)$ $\quad a_{10} = 18 + 9k \leq$ $\quad a_{10} - 18k \geq 1$ $\quad \frac{a_{10}-1}{18} \geq k.$

$\leq 18 + \frac{a_{10}-1}{2}$; $\quad 2a_{10} \leq 36 + a_{10} - 1$;

$a_{10} \leq 35$

$2a_{10} - 9d = 36$

$36 + 9d = 2a_{10} \geq 2(9d+1) = 18d + 2$; $\quad 34 \geq 9d$

$d \leq 3$

$n^3 \leq k < (n+1)^3 \rightarrow [\sqrt[3]{k}] = n.$

$k \in [36; 64]$: $[\sqrt[3]{k}] = 3$

$\log_3 4 \cdot \log_2 9$

№3 $\log_2^2(x+2) \cdot \log_3^2(x+7) + 16 \leq 32 \cdot \log_3(x+2) \cdot \log_4(x+7)$

$a^2 + 16 \leq 8a$ $\quad 8 \cdot \log_3(x+2) \cdot \log_2(x+7)$

$a^2 - 8a + 16 \leq 0$ $\quad x > -2$

$e \leq (a-4)^2 \leq 0 \Rightarrow a = 4 = \log_3(x+2) \cdot \log_2(x+7)$

$x = 1$

3 $\quad x = 9$ $\quad \log_3(11) \cdot \log_2(16)$

$4 \cdot \log_3(11)$

$x = 2$

Черновик: $\log_2^2(x+7)\cdot\log_3^2(x+7)+16 \le 8\log_3(x+7)\cdot\log_2(x+7)$

$\log_3(x+7)=\frac{\log_2(x+7)}{\log_2 3}$ $\qquad \frac{8\log_2(x+7)}{\log_2 3}$

№5 $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y}\ge\frac{a}{2}+2.$

$\frac{a}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}+\frac{a}{2}\sqrt{\frac{x}{y}}\ge\sqrt{\frac{a^2}{4}}\cdot 2=a.$

$\frac{a}{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}}$; $\quad b^2=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+2$

$=b$

$b^2-2+\frac{a}{b}\ge\frac{a}{2}+2;$ $\qquad b^2+\frac{a}{b}\ge\frac{a}{2}+4.\ |\cdot 2b$

$2b^3+2a$ $\qquad b^3+a\ge$

$\ge ab+8b$

$f(b)=2b^3-b(a+8)+2a\ge 0 \qquad b\ge 2$

$f'(b)=6b^2-(a+8)\ \vee\ 0$

$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\ge 2$ $\qquad b=\sqrt{\frac{a+8}{6}}$

$\sqrt{\frac{a+8}{6}}\ \vee\ \sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$

$f\left(\sqrt{\frac{a+8}{6}}\right)=\frac{2(a+8)\sqrt{a+8}}{3\cdot 8\sqrt{6}}-\frac{(a+8)\sqrt{a+8}}{\sqrt{6}}+2a=$

$=\frac{(a+8)\sqrt{a+8}}{\sqrt{6}}\left(\frac{1}{3}-1\right)+2a=2\left(a-\frac{(a+8)\sqrt{a+8}}{3\sqrt{6}}\right)<0$

$54a^2<(a+8)^3$ $\qquad a<\frac{(a+8)\sqrt{a+8}}{3\sqrt{6}}$

$0<(a+8)^3-54a^2=f(a)$

$f'(a)=3(a+8)^2-54a=3a^2-6a+192\ge 0.$

$a\ge 0$ – v

$a\ge 6$ – v.

$0<a<6:\quad 16-2(a+8)+2a\ge 0$

23-51-34-90
(135.1)

чистовик; лист 1:

№1 Решение: ~~Пусть пронумеруем команды, как $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{10}$ причём $a_1<a_2<a_3<\dots<a_8<a_9<a_{10}$~~

Пусть команда, занявшая 1 место, набрала a_{10} очков

занявшая 2 место — a_9

. . .

занявшая пос. место — a_1;

по условию, числа $a_{10}; a_9; \dots; a_1$ — образуют убывающую арифм. прогрессию, значит: (с разностью арифм. прогрессии d $\left(\begin{matrix} d<0 \\ d\in\mathbb{Z}\end{matrix}\right)$)

$a_1<a_2<a_3<\dots<a_{10}$

Найдём a_9 (то, что требуют в задаче):

Пусть S — сумма всех очков: $S=a_1+\dots+a_{10}$

С одной стороны S равна $C_{10}^2\cdot 2=\frac{10\cdot 9}{2}\cdot 2=90$.

С другой стороны: $S=\left(\frac{2a_{10}+9\cdot d}{2}\right)\cdot 10$, где d — разность арифм. прогрессии ($d<0$).

$\left(\frac{2\cdot a_{10}+9d}{2}\right)\cdot 10=90$; $2a_{10}+9d=18$;

В свою очередь: $a_1\geq 0$, значит, $a_1=a_{10}+9d\geq 0$, $a_{10}\geq -9d$

следовательно $18-9d=2a_{10}\geq -18d$; $9d\geq -18$; $d\geq -2$,

значит, $d\in[-2;0)$,

В свою очередь: $9d=\underbrace{18-2a_{10}}_{\vdots 2}$, значит, $d\vdots 2$, следовательно, нам подходит только $d=-2$, а значит, $a_{10}=\frac{18-9d}{2}=18$;

$a_9=a_{10}+d=18-2=16$ — столько очков набрала команда, занявшая 2 место

Ответ: 16

Чистовик, лист 2:

№3 $\log_2^2(x+2)\cdot\log_3^2(x+7)+16\le 32\cdot\log_9(x+2)\cdot\log_4(x+7)$

$(\log_2(x+2)\cdot\log_3(x+7))^2+16\le 8\cdot\log_3(x+2)\cdot\log_2(x+7)=$

$=8\cdot\frac{\log_2(x+2)}{\log_2 3}\cdot\log_2(x+7)=8\cdot\log_2(x+2)\cdot\frac{\log_2(x+7)}{\log_2 3}=$

$=8\log_2(x+2)\cdot\log_3(x+7)$

Пусть $\log_2(x+2)\cdot\log_3(x+7)=a$, тогда

$(\log_2(x+2)\cdot\log_3(x+7))^2=a^2$

$a^2+16\le 8a$; $a^2-8a+16\le 0$

$0\le(a-4)^2\le 0$ — значит, нер-во будет вып-ся тогда, когда $a=4$:

$a=4=\log_2(x+2)\cdot\log_3(x+7)$

Рассмотрим $f(x)=\log_2(x+2)\cdot\log_3(x+7)$

$\log_2(x+2)$ — возр-ая функция; обл-ть опр-я: $(-2;+\infty)$

$\log_3(x+7)$ — возр-ая функция; обл-ть опр-я $(-7;+\infty)$

Значит, $f(x)=\log_2(x+2)\cdot\log_3(x+7)$ — возр-ая функция (произведение двух возрастающих ф-ий); обл-ть опр-я $f(x)$: $(-2;+\infty)$

Следовательно $f(x)=4$ — имеет не более 1 решения.

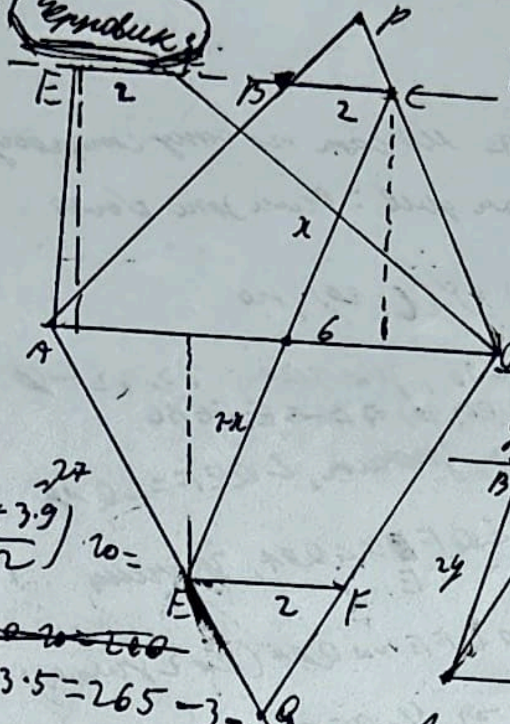
Подбор $x=2$: $f(2)=\log_2(2+2)\cdot\log_3(2+7)=2\cdot2=4$ — V

значит, решение ур-я $f(x)=4$ — $x=2$

Ответ: 2

23-51-34-90 (135.1)

Черновик



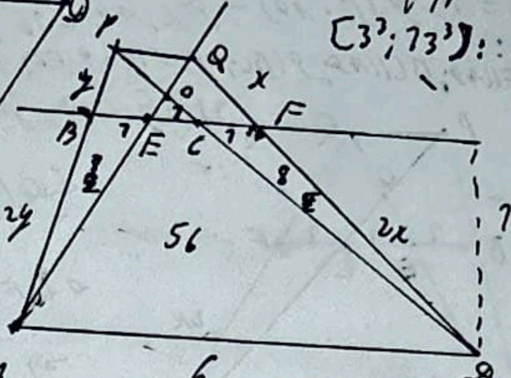
$T = \frac{(n+1)^3 - 1 - n^3}{n}$ $\frac{3n^2+3n}{}$ $+1 = 3n+4$

$n=4$: $T = 16$

R_{13}

16 ... 40.

$[3^3; 13^3]$::



$\left(\frac{2\cdot 13 + 3\cdot 9}{2}\right)\cdot 10 =$

$53\cdot 5 = 265 - 3 - 15 = 247$

$\cancel{S(EQF)} = \frac{1}{9}\cdot S(EQF+64)$

$8S(EQF) = 64$; $S(EQF) = 8$

$\frac{2196-2028}{12} + 1 = \frac{168}{12} + 1 = 15$

$\left(\frac{6+2}{2}\right)\cdot 16 = 64 = S(ABCD) = S(AEFD)$

$\left(\frac{7}{2}\right)\cdot 16 = 56$

$288 \mid 4$, -28, 72; -8, -8, 0

$\cancel{72} = 8\cdot 9\cdot 4$ 288

$\frac{26-8}{2} + 1 = 10$

$1 \le \ldots < 8 - [\sqrt[3]{\ }] = 1$

$8 \le \ldots < 27 - [\sqrt[3]{\ }] = 2$

$27 \le \ldots < 64 - 3$

$64 - 27 = 37$

$\frac{63-27}{3} + 1 = 13$

$1 + 10 + 13 = 30$... $7 + 10 + 13 = 30$

$36 \le \ldots \le 64 - 3$

$64 \le \ldots < 125 - 4$

$125 \le \ldots < 216 - 5$

$216 \le \ldots < 343 - 6$

$343 \le \ldots < 512 - 7$

$512 \le \ldots < 729 - 8$

$729 \le \ldots < 1000 - 9$

$1000 \le \ldots < 1331$

$1331 \le \ldots < 1728$, 11

$1728 \le \ldots < 2197 - 12$

$144 \times 12 = 288$, 144, 1728

$169 \times 13 = 507$, 169, 2197

$\frac{63-36}{3} + 1 = 10$; $\frac{124-64}{4} + 1 = 16$

$\frac{215-125}{5} + 1 = 19$;

$\frac{342}{6} = 57$

2025, 2024, 2022, 2016

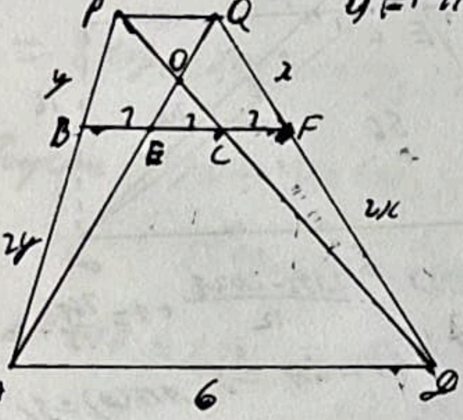
$16 + 19 + \ldots + 37 = \left(\frac{2\cdot 16 + 3\cdot 7}{2}\right)\cdot 8 = 4(32+21) = 4\cdot 53 = 212$ 206

Чистовик; лист 3:

№2 Решение: 1) EF и BC лежат по одну сторону от прямой AD; и в самом деле: если это было не так, то $EC \ge \rho(E;AD)+\rho(C;AD)$, но

$EC=1$; $\rho(E;AD)=\rho(C;AD)=16$, значит, $1\ge 32$ — $\varnothing$

Вывод: $EF\parallel AD$; $BC\parallel AD$; $\rho(BC;AD)=16=\rho(EF;AD) \Rightarrow$ ~~BC =~~ $E;F\in BC$



2) $EF\parallel AD$, значит, $\angle QEF=\angle QAD$

$\angle QFE=\angle QDA$, значит,

$\triangle QFE \sim \triangle QDA$ (по 2 углам)

$\Rightarrow \dfrac{S(\triangle QEF)}{S(\triangle QAD)} = \left(\dfrac{EF}{AD}\right)^2=\dfrac{1}{9}$

$S(\triangle QAD)=S(\triangle QEF)+S(AEFD)=$

$=S(\triangle QEF)+\left(\dfrac{EF+AD}{2}\right)\cdot\rho(E;AD)=64$, значит

$9S(\triangle QEF)=S(\triangle QDA)=64+S(\triangle QEF)$; $S(\triangle QEF)=8 \Rightarrow S(\triangle AQD)=72$

3) аналогично для трапеции $ABCD$ и $\triangle BPC$:

$S(\triangle BPC)=8$; $S(ABCD)=64 \Rightarrow S(\triangle APD)=72$

4) $S(AECD)=\left(\dfrac{EC+AD}{2}\right)\cdot\rho(C;AD)=7\cdot 8=56$; пусть $AQ\cap PD=O$

$EC\parallel AD \Rightarrow \angle OEC=\angle OAD$;
$\angle OCE=\angle ODA$ $\Big| \Rightarrow$ ~~S(△OEC)~~ $\triangle OEC\sim\triangle OAD$ (по 2 углам)

$\dfrac{S(\triangle OEC)}{S(\triangle OAD)}=\left(\dfrac{EC}{AD}\right)^2=\dfrac{1}{36}$; $36S(\triangle OEC)=S(\triangle OAD)=S(\triangle OEC)+56$

$S(\triangle OEC)=\dfrac{56}{35}=\dfrac{8}{5}$; $S(\triangle AOD)=\dfrac{8}{5}+56=\dfrac{288}{5}$

5) $S(\triangle OQD)=S(\triangle AQD)-S(\triangle AOD)=72-\dfrac{288}{5}=\dfrac{360-288}{5}=$

$=\dfrac{72}{5}$; $S(\triangle APO)=S(\triangle APD)-S(\triangle AOD)=72-\dfrac{288}{5}=\dfrac{72}{5}$

6) $S(\triangle POQ)=\frac{1}{2}PO\cdot\rho(Q;PD)$; ~~S(△QOD) = ½ OD~~

$S(\triangle QOD)=\frac{1}{2}\cdot OD\cdot\rho(Q;PD)$

Чистовик; лист 4:

$S(\triangle APO) = \cancel{\frac{1}{2} AO \cdot \rho} \ \frac{1}{2} PO \cdot \rho(A; PD)$

$S(\triangle AOD) = \frac{1}{2} \rho(A; PD) \cdot OD$

значит $S(\triangle APO) \cdot S(\triangle QOD) = \frac{1}{2} OD \cdot PO \cdot \rho(A; PD) \cdot \rho(Q; PD) =$
$= S(\triangle AOD) \cdot S(\triangle PEQ)$

$S(\triangle POQ) = \cancel{S(\triangle AOD)} \ \frac{S(\triangle APO) \cdot S(\triangle QOD)}{S(\triangle AOD)} = \frac{\left(\frac{72}{5}\right)^2}{\frac{288}{5}} =$

$= \frac{9^2 \cdot 8^2}{5 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{8 \cdot 9}{5 \cdot 4} = \frac{18}{5}$, значит,

$S(APQD) = S(\triangle POQ) + S(\triangle APO) + S(\triangle QOD) + S(\triangle AOD) =$

$= \frac{18}{5} + \frac{72}{5} + \frac{72}{5} + \frac{288}{5} = \cancel{28}\ \frac{90}{5} + \frac{360}{5} = \frac{450}{5} = 90$

Ответ: 90

№4 Решение: ~~За~~ возьмём число n; заключим его между 2-мя кубами ~~их~~ нат. ~~чисел~~ последовательными чисел: $n^3 \le k < (n+1)^3$ — тогда число k будет принадлежать A тогда и только тогда, когда ~~k~~ ~~k~~ $k \vdots [\sqrt[3]{k}] = n$

разобьём ~~ом~~ отр.-ок $[36; 2025]$ на отрезки $[36; 64]$; $[64; 125]$; $[125; 216]$ ... $[1728; 2025]$;

1. $36 \le a < 64$ — число $a \in A \Leftrightarrow a \vdots 3$
2. $64 \le a < 125$ — $a \in A \Leftrightarrow a \vdots 4$
3. $125 \le a < 216$ — ~~нет~~
4. $216 \le a < 343$ — $a \in A \Leftrightarrow a \vdots 5$
5. $343 \le a < 512$ — $a \in A \Leftrightarrow a \vdots 6$
6. $512 \le a < 729$ — $a \in A \Leftrightarrow a \vdots 7$
7. $729 \le a < 1000$ — $a \in A \Leftrightarrow a \vdots 8$
8. $1000 \le a < 1331$ — $a \in A \Leftrightarrow a \vdots 9$
9. $1331 \le a < 1728$ — $a \in A \Leftrightarrow a \vdots 10$
10. $1728 \le a \le 2025$ — $a \in A \Leftrightarrow a \vdots 11$
— $a \in A \Leftrightarrow a \vdots 12$

Найдём ~~кол~~ кол-во a, принадлежащих A, на каждом пром-ке.

Чистовик; лист 5:

1. $36 \le a < 64$ — $a \vdots 3$; кол-во a: $k_1 = \frac{63-36}{3} + 1 =$ $(63 \vdots 3)$ $= 10.$

2. $64 \le a < 125$ — $a \vdots 4$; кол-во a: $k_2 = \frac{124-64}{4} + 1 =$ $(124 \vdots 4)$
$= \frac{60}{4} + 1 = 16$

3. $125 \le a < 216$ — $a \vdots 5$; кол-во a: $k_3 = \frac{215-125}{5} + 1 =$ $(215 \vdots 5)$
$= \frac{90}{5} + 1 = 19$

4. $216 \le a < 343$ — $a \vdots 6$; кол-во a: $k_4 = \frac{342-216}{6} + 1 =$ $(342 \vdots 6)$
$= \frac{126}{6} + 1 = 22$

5. $343 \le a < 512$ — $a \vdots 7$; кол-во a: $k_5 = \frac{511-343}{7} + 1 =$ $(511 \vdots 7)$
$= \frac{168}{7} + 1 = 25$

6. $512 \le a < 729$ — $a \vdots 8$ кол-во a: $k_6 = \frac{728-512}{8} + 1 =$ $(728 \vdots 8)$
$= \frac{216}{8} + 1 = 28$

7. $729 \le a < 1000$ — $a \vdots 9$; кол-во a: $k_7 = \frac{999-729}{9} + 1 =$ $(999 \vdots 9)$
$= \frac{270}{9} + 1 = 31$

8. $1000 \le a < 1331$ — $a \vdots 10$; кол-во a: $k_8 = \frac{1330-1000}{10} + 1 =$ $(1330 \vdots 10)$
$= 34$

9. $1331 \le a < 1728$ — $a \vdots 11$; кол-во a: $k_9 = \frac{1727-1331}{11} + 1 =$ $(1727 \vdots 11)$
$= \frac{396}{11} + 1 = 37$

10. $1728 \le a \le 2025$ — $a \vdots 12$; кол-во a: $k_{10} = \frac{2016-1728}{12} + 1 =$ $(2016 \vdots 12)$
$= \frac{288}{12} + 1 = 25$

Итого кол-во a, принадлежащих A: $k_1 + k_2 + \ldots + k_{10} =$
$= 10 + 16 + 19 + 22 + 25 + 28 + 31 + 34 + 37 + 25 = 212 + 10 + 25 = 247$

$2016 - 1728 = 0288$

Ответ: 247

~~№8~~ Черновик: $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a}{\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}} < \frac{a}{2}+2$

$\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=b;$ $b \geq 2$; $b^2=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+2;$

$b^2-2+\frac{a}{b} < \frac{a}{2}+2 \mid \cdot 2b$

~~$2b^3+2a-ab-4b$~~

$b^2+\frac{a}{b}-4-\frac{a}{2}<0 \mid \cdot 2b$

$2b^3+2a-8b-ab<0.$

$2b^3-b(8+a)+2a<0$

$2b^3-b(8+a)+2a \mid b-2$

$2b^3-4b^2 \quad 2b^2+4b-a.$

$4b^2-b(a+8)$

$4b^2-8b$

$-ab+2a$

$\cancel{(b-2)}(2b^2+4b-a)<0$

$f(b)=2b^2+4b-a<0$

$\exists b>2$

$D=0$

$D>0:$

$f(2)<0: \quad 8+8-a<0; \; a>16$

$f(2)=0: \; 8+8-a=0; \; a=16$

$f(b)=2b^2+4b-16=2(b^2+2b-8)=2(b+4)(b-2)>0$

Чистовик; лист 6:

№5 Решение: 1) $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y} \geq \frac{a}{2}+2$ — ~~верно нер~~-во.

~~верно при всех~~ $x; y > 0$

~~Переформулируем задачу~~ Нам нужно найти такие $a>0$, чтобы $\exists\, x; y>0$, которые неудовлетворяли нер-ву (см. выше)

Это равносильно тому, чтобы $\exists\, x; y>0$, удовлетворяющие нер-ву:

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y} < \frac{a}{2}+2;$$

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a}{\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}} < \frac{a}{2}+2$$

2) Пусть $b=\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}\ (>0)$, тогда $b^2=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+2$

Подставим b в нер-во:

$$b^2-2+\frac{a}{b} < \frac{a}{2}+2 \quad |\cdot 2b\ (>0)$$

$$2b^3-4b+2a < ab+4b; \quad 2b^3-b(a+8)+2a<0.$$

3) Рассмотрим знач-ие $b=\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}$:

$b=\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}} \geq 2$ (рав-во дост-ся, когда $x=y$)
— нер-во ср. арифм-ым и геом-м

Причём нетрудно заметить, что $\forall\, t \geq 2: \exists\, x; y>0$, которые: $\underline{\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=b=t}$. — докажем это рав-во: пусть $y=1$; найдём x, при котором рав-во вып-лось: $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=t;$

$$(\sqrt{x})^2-t\sqrt{x}+1=0$$

$D=t^2-4$ — т.к. $t\geq 2$, то $D\geq 0$ — корни есть;

$\sqrt{x}=\frac{t\pm\sqrt{D}}{2}$ — возьмём $\sqrt{x}=\frac{t+\sqrt{D}}{2}\ (\geq 0)$

чистовик, лист 7!

значит $x = \left(\frac{t+\sqrt{t^2-4}}{2}\right)^2$ — мы нашли такую пару $(x;y)$ при котором вып-ся рав-во $\left(\left(\left(\frac{t+\sqrt{t^2-4}}{2}\right)^2; 1\right)\right)$:

$$b = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} = \frac{t+\sqrt{t^2-4}}{2} + \frac{2}{t+\sqrt{t^2-4}} = \frac{(t+\sqrt{t^2-4})^2+4}{2(t+\sqrt{t^2-4})} =$$

$$= \frac{t^2+t^2+2t\sqrt{t^2-4}}{2(t+\sqrt{t^2-4})} = t \text{ — V}$$

ч.т.д.

В итоге такие знач-я $x; y\ (>0)$ найдутся, при которых будет верно наше нер-во, тогда и только тогда, когда найдётся такое b ($b \geq 2$), при котором будет вып-ся нер-во: $2b^3 - b(a+8) + 2a < 0$

найдём a:

4) $2b^3 - b(a+8) + 2a = (b-2)(2b^2+4b-a) < 0$ $\qquad \frac{-4}{4}$

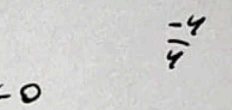
- если $b=2$ — нер-во не вып-ся,
- если $b>2$: $b-2>0$: $(b-2)(2b^2+4b-a)<0 \mid :(b-2)\ (>0)$

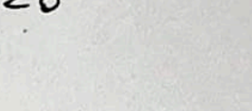
$2b^2+4b-a<0$. ($b>2$).

Рассмотрим ф-ию $f(b) = 2b^2+4b-a$ — это кв-ая ф-ия; график — парабола с ветвями, направленными вверх

В итоге знач-ие $b\ (>2)$, при котором $f(b)<0$, будет сущ-ать тогда и только тогда, когда вып-ся данная совокупность:

$$\left[\begin{array}{l} 8+8-a<0 \\ \begin{cases} 8+8-a=0 \\ \frac{-4}{2\cdot 2} = -1 > 2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow a>16 \qquad \left[\begin{array}{l} f(2)<0 \\ \begin{cases} f(2)=0 \\ x_в>2 \end{cases} \end{array}\right.$$





Значит, нер-во вып-ся тогда, когда $a \in (16; +\infty)$

Ответ: $(16; +\infty)$