48-46-33-68
(138.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант В-1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы Горы по
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Прошиной Софии Эдуардовны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Выход 12:00 – 12:03

Дата
«06» апреля 2025 года

Подпись участника

60 (ИЧЕЛ ДИЕМ) ЛИСТ-ВКЛАДЫШ А V/ 30/

48-46-33-68

Чистовик

№2

2025 45

$\overline{20ab} \vdots 20+\overline{ab}$

$2100 : 21$ 1

$\overline{20ab} \in [21, 119]$

$\overline{20ab} - (20+\overline{ab}) = \overline{20ab} - 20 - \overline{ab} = 2000 - 20 = 1980$

$1980 = 5\cdot2\cdot2\cdot11\cdot3\cdot3 = 2^2\cdot3^2\cdot5\cdot11$

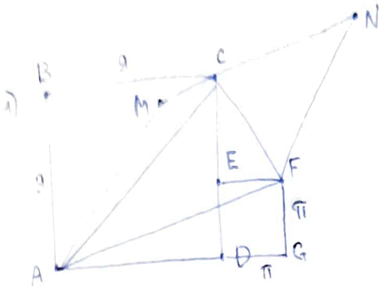
36 делителей всего => найдем подходящие под условие делители

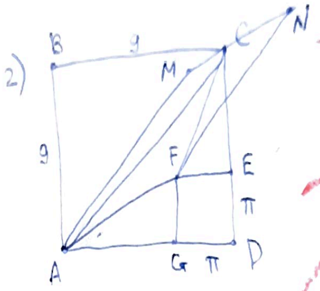
	$\cancel{\overline{20ab}}$ $20+\overline{ab}$	$\overline{ab}$		$\cancel{\overline{20ab}}$ $20+\overline{ab}$	$\overline{ab}$		$20+\overline{ab}$	$\overline{ab}$
11	22	02 (2)	5	30	10 (9)	$2^2\cdot3^2$	36	16 (13)
	33	13 (3)		45	25 (10)			
	44	24 (4)		60	40 (11)			
	55	35 (5)		90	70 (12)			
	66	46 (6)						
	99	79 (7)						
	110	90 (8)						

~~Ответ~~. не считая 2025, еще 12 годов

Ответ. 12

Чистовик №5





$S_{AMNF} = AF \cdot h$

$S_{\Delta ACF} = \frac{AF \cdot h}{2} \Rightarrow S_{AMNF} = 2S_{\Delta ACF}$

1) $S_{\Delta ACF} = S_{ABCD} + S_{DEFG} + S_{\Delta CEF} - S_{\Delta ABC} - S_{\Delta AFG} =$

$= 9^2 + \pi^2 + \frac{\pi(9-\pi)}{2} - \frac{9^2}{2} - \frac{\pi(9+\pi)}{2} = \pi^2 + \frac{81}{2} + \frac{9\pi - \pi^2 - 9\pi - \pi^2}{2} =$

$= \pi^2 + \frac{81}{2} - \pi^2 = \frac{81}{2}$

$S_{AMNF} = 2 \cdot \frac{81}{2} = 81$

2) $S_{\Delta ACF} = S_{ABCD} - S_{\Delta ABC} - S_{\Delta AFG} - S_{\Delta FCE} - S_{DEFG} =$

$= 9^2 - \frac{9^2}{2} - \frac{\pi(9-\pi)}{2} - \frac{\pi(9-\pi)}{2} - \pi^2 = \frac{81}{2} - \pi^2 - \pi(9-\pi) = \frac{81}{2} - \pi^2 - 9\pi + \pi^2 =$

$= \frac{81}{2} - 9\pi$

$S_{AMNF} = 2 \cdot \left(\frac{81}{2} - 9\pi\right) = 81 - 18\pi$

$S_{AMNF} = 81$ – наибольшее значение

$S_{AMNF} = 81 - 18\pi$ – наименьшее значение

Ответ: 81; $81 - 18\pi$

48-46-33-68
(138.2)

Чистовик №1

Всего было игр

$\frac{19 \cdot 20}{2} = 190$

Сумма всех очков

$190 \cdot 3 = 570$

$S = 20a_1 + 190d$

$20a_1 + 190 \cdot 3 = 570$

$a_1 = 0$

2) $a_1 + 18d = 0 + 18 \cdot 3 = 54$

Ответ. 54

места:

1) $a_1 + 19d$

2) $a_1 + 18d$

3) $a_1 + 17d$

⋮

19) $a_1 + d$

20) $a_1 = 0$

№4

Чистовик

$a, b, c > 0$

$\frac{abc}{(1+a)(a+b)(b+c)(c+16)}$ - max

$\frac{(1+a)(a+b)(b+c)(c+16)}{abc}$ - min

Зафиксируем a и b (const)

$(b+c)(c+16) = bc + \underset{\substack{\shortparallel \\ const}}{16b} + c^2 + 16c = c^2 + (b+16)c$

Зафиксируем b и c аналогично

$(1+a)(a+b) = a + \underset{\substack{\shortparallel \\ const}}{b} + a^2 + ba = a^2 + (b+1)a$

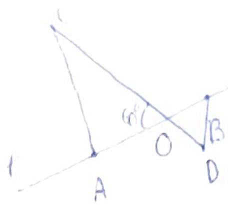
Зафиксируем a и c

$(a+b)(b+c) = ab + \underset{\substack{\shortparallel \\ const}}{ac} + b^2 + bc = b^2 + bc + ab = b^2 + (a+c)b$

48-46-33-68
(138.2)

Чистовик

№6



AB = 1

CD = m

CO : OD = k

AC ≠ BD

Ответ. 1; 1

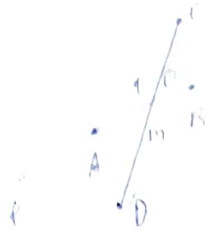
Черновик

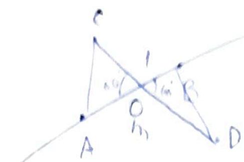
$$\frac{(1+a)(a+b)(b+c)(c+16)}{abc}$$

$(b+c)(c+16) = c^2+bc+16c$

$(1+a)(a+b) = a+a^2+ab$

Черновик





a_1	1		2
2 a_1+d	3		5
3 a_1+2d	5		8
4 a_1+3d	7		11
5 a_1+4d	9	36	14
6 a_1+5d	11		17
			57

$6\cdot 2 + 15\cdot 3$

$6\cdot 1 + 2\cdot 3$

$S = n\cdot a_1$

$CO : OD = k$ 1

$\angle AOC = 60^\circ$

$AC \neq BD$

$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d = 6a_1 + 15d$

$7a_1 + 21d$

$8a_1 + 28d$

2 7 12 17 = 38

$S = \frac{2+5}{2}\cdot 4 = 28$

$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d$

$4a_1 + 4d$

$n(a_1+d)$

$na_1 + (n-1)$

1) $a_1 + 19d$
2) $a_1 + 18d$
3)
: $a_1 + 2d$
: $a_1 + d$
20) a_1

8 a_1+7
7 a_1+6
6 a_1+5
5 a_1+4
4 a_1+3
3 a_1+2
2 a_1+1
1 a_1

$S = \frac{a_n + d}{2}\cdot n$

$\frac{a_n + 3}{2}\cdot 20 = 570$

$10a_n + 30 = 570$

$10a_n = 540$

$a_n = 54$

$\frac{a_n + d}{2}\cdot n = \frac{8+1}{2}\cdot 8$

1) 54	60	57	11) 24	30	27
2) 51	57	54	12) 21	27	24
3) 48	54	51	13) 18	24	21
4) 45	51	48	14) 15	21	18
5) 42	48	45	15) 12	18	15
6) 39	45	42	16) 9	15	12
7) 36	42	39	17) 6	12	9
8) 33	39	36	18) 3	9	6
9) 30	36	33	19) 0	6	3
10) 27	33	30	20) 3	0	

$19\cdot 20 = 380$

$380 : 2 = 190$

$190\cdot 3 = 570$

57 − 12 = 45

78 + 13 = 91; 91 + 14 = 105; 105 + 15 = 120; 120 + 16 = 136; 136 + 17 = 153; 153 + 18 = 171; 171 + 19 = 190

$(b+c)(c+16) = bc + c^2 + 16b + 16c = c^2 + bc + 16c = c^2 + c(b+16)$

$(1+a)(a+b) = a + b + a^2 + ab$

$a_1 + 19d + a_1 + 18d + a_1 + 17d + a_1 + 16d + a_1 + 15d + a_1 + 14d + a_1 + 13d + a_1 + 12d + a_1 + 11d + a_1 + 10d + a_1 + 9d + a_1 + 8d + a_1 + 7d + a_1 + 6d + a_1 + 5d + a_1 + 4d + a_1 + 3d + a_1 + 2d + a_1 + d + a_1 = 20a_1 + 190d$

Черновик

abc

$(1+a)(a+b)(b+c)(c+16)$

$(1+a)(a+b)(b+c)(c+16)$

abc

$\frac{(b+c)(c+16)}{abc} = \frac{bc+16b+c^2+16c}{abc} = c^2+16c+bc$

$1+2+3+4+5=15$ $\quad 2+3+4+5+6=20$

$2025: 20+25=45$

$S=$

$\overline{20ab} - (20+\overline{ab}) \quad \overline{ab}$

$\overline{20ab} = n$

$\overline{20ab} - (20+\overline{ab}) = n-1$

$(20+\overline{ab}) \in [21; 119]$

$81 - \frac{81}{2} = \frac{162-81}{2} = \frac{81}{2}$

$\overline{20ab} - 20 - \overline{ab} = 1980$

$1980 = 5\cdot2\cdot2\cdot11\cdot9 = 2^2\cdot3^2\cdot5\cdot11$

$\begin{array}{r|l} 198 & 2 \\ 18 & 99 \\ 18 & \end{array}$

36 дел

$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 5 \\ \hline 90 \end{array}$ и

$2^2\cdot3^2$

36 16

22	2	5	30	10
33	13		45	25
44	24		60	40
55	35		90	70
66	46			
99	79			
110	90			

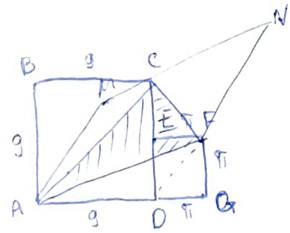
$\pi^2 + \frac{81}{2} + \frac{9\pi - \pi^2}{2} - \frac{9\pi + \pi^2}{2} =$

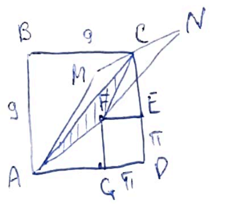
$= \pi^2 + \frac{81}{2} + \frac{9\pi - \pi^2 - 9\pi - \pi^2}{2} = \pi^2 + \frac{81}{2} +$

$+ \frac{\pi^2}{2} = \frac{81}{2} + \pi^2 - \frac{\pi^2}{2} = \frac{81}{2} + \frac{\pi^2}{2}$

S_{AMNF}

$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 3 \\ \hline 54 \end{array}$





① $S_{ACF} = S_{ABCD} + S_{DEFG} + S_{ACEF} - S_{\Delta ABC} - S_{\Delta AGF} = 9^2 + \pi^2 + \frac{\pi(9-\pi)}{2} -$

$- \frac{9\cdot9}{2} - \frac{\pi(9+\pi)}{2} = 81 + \pi^2 - \frac{81}{2} = \frac{81}{2} + \pi^2 \Rightarrow S_{AMNF} = 2\left(\frac{81}{2} + \pi^2\right) = 81 + 2\pi^2$

② $S_{ACF} = S_{ABCD} - S_{ABC} - S_{AGF} - S_{FEC} = 9^2 - \frac{9^2}{2} - \frac{\pi(9-\pi)}{2} - \frac{\pi(9-\pi)}{2} =$

$= \frac{81}{2} - \pi(9-\pi) = \frac{81}{2} - 9\pi + \pi^2 \Rightarrow S_{AMNF} = 2\left(\frac{81}{2} - 9\pi + \pi^2\right) = 81 - 18\pi + 2\pi^2$